МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \dfrac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6\log_y 7 = \log_{y^2}\left(7^5\right) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 1.

Пусть x_1, y_1, z_1 - степени вхождения 2, 3 и 5 в a соответственно, аналогично определим x_2, y_2, z_2 и x_3, y_3, z_3 для b и c. Т.к. нужно найти минимальное произведение abc, будем считать, что a, b и c делятся только на 2, 3, 4 5. Тогда, по условию имеем следующие 3 системы неравенств:

$$\begin{cases} x_1+x_2 \geqslant 7 \\ x_2+x_3 \geqslant 13 \\ x_3+x_1 \geqslant 14 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1+y_2 \geqslant 11 \\ y_2+y_3 \geqslant 15 \\ y_3+y_1 \geqslant 17 \end{cases} \quad \begin{cases} z_1+z_2 \geqslant 14 \\ z_2+z_3 \geqslant 18 \\ z_3+z_1 \geqslant 43 \end{cases}$$

Сложим неравенства в каждой системе и поделим на 2, получим:

$$x_1+x_2+x_3 \geqslant 17 \qquad y_1+y_2+y_3 \geqslant \frac{43}{2} \qquad z_1+z_2+z_3 \geqslant \frac{75}{2}$$

Т.к. числа целые, то

$$x_1+x_2+x_3 \geqslant 17 \qquad y_1+y_2+y_3 \geqslant 22 \qquad z_1+z_2+z_3 \geqslant 38$$

Приведём пример подходящих под условие чисел:
$x_1 = 3,\ x_2 = 4,\ x_3 = 10$; $y_1 = 6$; $y_2 = 5$, $y_3 = 11$;
Но заметим, что $z_1+z_2+z_3 \geqslant z_3+z_1 \geqslant 43$, поэтому
$z_1 = 14,\ z_2 = 0,\ z_3 = 29$.

Таким образом, минимальное значение abc равно

$$2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 3^{y_1+y_2+y_3} \cdot 5^{z_1+z_2+z_3} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Отношение площадей $\triangle CEF$ и $\triangle ACD$ равно квадрату их коэффициенту подобия, а он равен:

$$\cancel{K = \frac{CE}{AD} = \frac{\frac{\sqrt{30}}{26}c}{\frac{3}{13}c} = \frac{\sqrt{30}}{6}}$$

$$\cancel{K^2 = \frac{30}{36}}$$ ~~— это и есть их отношение площадей.~~

~~Ответ: $\frac{30}{36}$.~~

$$K = \frac{AD}{CE} = \frac{\frac{3}{13}c}{\frac{\sqrt{30}}{26}c} = \frac{6}{\sqrt{30}}$$

$K^2 = \frac{36}{30}$ — это и есть отношение площади $\triangle ACD$ к площади $\triangle CEF$.

Ответ: $\frac{36}{30}$.

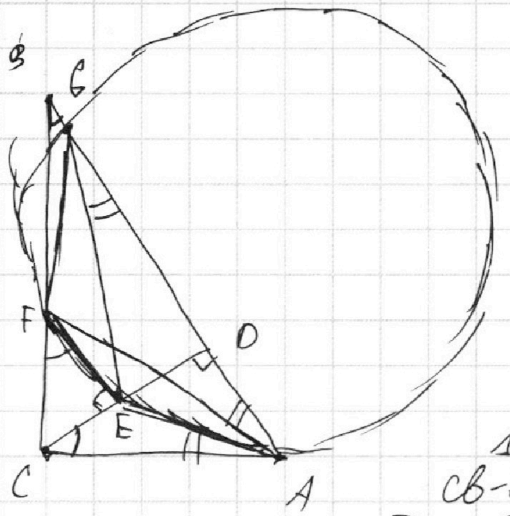
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2



Пусть окружность из условия пересекает второй раз AB в точке G.
Пусть $AB = c$, тогда $BD = \frac{10}{13}c$, $AD = \frac{3}{13}c$. По св-ву высоты прямоуг. треуг.: $CD^2 = BD \cdot AD \Rightarrow$
$\Rightarrow CD = \frac{\sqrt{30}}{13}c$.
Заметим, что $\angle ACD = \angle CBA$ и $\triangle ADC \sim \triangle CBD \sim \triangle ABC$, по известным св-вам прямоуг. $\triangle$.
По т. Пифагора: $BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} =$
$= \sqrt{\frac{30}{13^2}c^2 + \frac{100}{13^2}c^2} = \sqrt{\frac{130}{13^2}c^2} = \sqrt{\frac{10}{13}}c$, тогда ~~sin∠ABC=~~

$$\sin\angle ABC = \frac{CD}{CB} = \frac{\frac{\sqrt{30}}{13}c}{\sqrt{\frac{10}{13}}c} = \sqrt{\frac{3}{13}}.$$

Заметим, что раз $EF \parallel AB$, и $AEFG$ — вписанный, то $AEFG$ — равнобокая трапеция, а в ней, $\angle FAG = \angle AGE$. Т.к. AC — касательная к данной окр., то $\angle CAE = \angle CGE = \angle FAB$. Тогда заметим, что $\triangle CEA \sim \triangle AFB$, по двум углам: $\angle CAE = \angle FAB$ и $\angle ACD = \angle ABC$, а тогда
$\frac{CE}{CA} = \frac{FB}{AB} \Leftrightarrow \frac{CE}{FB} = \frac{CA}{AB} = \sin\angle ABC = \sqrt{\frac{3}{13}}$. (1)

~~∠CEF =~~ $EF \parallel AB \Rightarrow \triangle CFE \sim \triangle CBD \sim \triangle ABC$, тогда
$\frac{CE}{CF} = \sin\angle ABC \Rightarrow CF = \frac{CE}{\sqrt{\frac{3}{13}}} = \sqrt{\frac{13}{3}}CE$.

Из (1): $FB = \sqrt{\frac{13}{3}}CE$

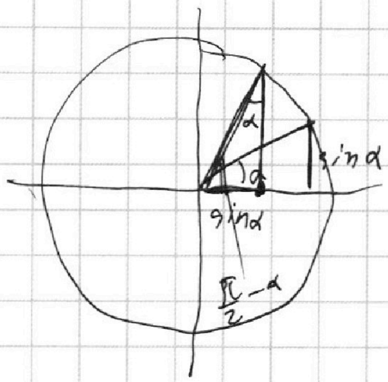
$BC = CF + FB \Rightarrow 2\cdot\sqrt{\frac{13}{3}}CE \Rightarrow CE \cdot 2\sqrt{\frac{13}{3}} = \sqrt{\frac{10}{13}}c \Rightarrow$
$\Rightarrow CE = \frac{\sqrt{30}}{26}c$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3



Заметим, что $\arccos(\sin\alpha)=\frac{\pi}{2}-x$, как видно из рисунка, тогда

$$5\arccos(\sin x)=\frac{3\pi}{2}+x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\frac{3\pi}{2}+x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5\pi}{2}-\frac{3\pi}{2}=6x \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}$$

Ответ: $x=\frac{\pi}{6}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

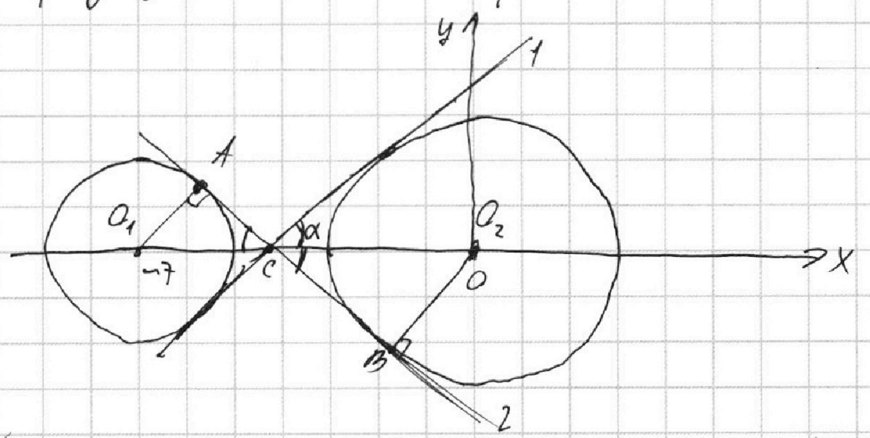
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$x^2+y^2-9=0$ – это график окружности радиуса 3 с центром в точке $(0;0)$.

$x^2+14x+y^2+45=(x+7)^2+y^2-4=0$ – график окружности радиуса 2 с центром в точке $(-7;0)$



$x+3ay-7b=0$ – это график прямой, где параметр a отвечает за угол наклона, а b – двигает график вверх и вниз.

Проведём касательные к проведённым окружностям. Заметим, что если коэф. наклона прямой ~~больше~~ не меньше, чем у первой касательной, или ~~меньше~~ не больше, чем у второй, то данная прямая пересечёт эти окружности не более, чем в двух точках вместе.

$x+3ay-7b=0 \Leftrightarrow y=-\frac{x}{3a}+\frac{7b}{3a}$, тогда, если k – коэф. наклона первой касательной, то $k > -\frac{1}{3a} > -k$, т.к. угол наклона второй в силу симметрии равен $-k$.

См. обозначения точек на рисунке. $\triangle O_1AC \sim \triangle O_2BC$, по прямому углу и $\angle O_1CA=\angle O_2CB$, тогда $O_1C/CO_2=O_1A/O_2B=\frac{2}{3}$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow O_2C=\frac{3}{5}\cdot O_1O_2=\frac{21}{5}=4,2$

$CB=\sqrt{OC^2-BO^2}=\sqrt{4,2^2-9}=1,2\sqrt{6}$ по т. Пифагора

$tg\angle OCB=OB/CB=\frac{3}{1,2\sqrt{6}}=\frac{1}{0,4\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{6}}{12}$

$\frac{5\sqrt{6}}{12} > -\frac{1}{3a} > -\frac{5\sqrt{6}}{12} \Leftrightarrow -\frac{5\sqrt{6}}{12} > 3a > \frac{5\sqrt{6}}{12} \Leftrightarrow -\frac{5\sqrt{6}}{4} > a > \frac{5\sqrt{6}}{4}$

Ответ: $a \in \left(-\frac{5\sqrt{6}}{4};\ \frac{5\sqrt{6}}{4}\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5

~~$\log_{36x^2} 343 = \frac{1}{2}\log_{6x} 343 = \frac{5}{2}\log_{6x} 3 = \log_{6x}\sqrt{343}$~~

~~$\log_7^4(6x) = \log_{6x}\sqrt{343} + \log_{6x} 49 - 4 = \log_{6x} 49\sqrt{343} - 4$~~

~~$\log_{36x^2} 343 = \log_{6x}\sqrt{343} = \log_{6x} 7^{\frac{3}{2}}$~~

~~$\log_7^4$~~

$$\log_{36x^2} 343 = 3\log_{36x^2} 7 = \frac{3}{\log_7(36x^2)} = \frac{3}{2\log_7(6x)}$$

$$\log_{6x} 7 = \frac{1}{\log_7(6x)}$$

$$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_7^4(6x) = \frac{3}{2\log_7(6x)} - \frac{2}{\log_7(6x)} - 4 = -\frac{1}{2\log_7(6x)} - 4.$$

Пусть ~~$a = \log_7^4$~~ $a = \log_7(6x)$, тогда

$$a^4 = -\frac{1}{2a} - 4 \Leftrightarrow a^5 = -4a - \frac{1}{2}$$

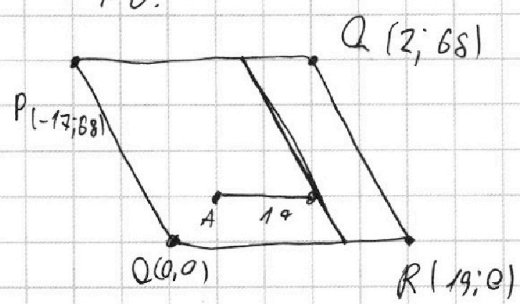
Заметим, что a^5 - монотонно возрастающая функция, a $-4a - \frac{1}{2}$ - монотонно убывающая, поэтому это уравнение имеет не более одного решения.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6.



Пусть $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$, тогда $4\Delta x - \Delta y = 40 \Rightarrow$
$\Rightarrow \Delta y = 40 - 4\Delta x$ (1)

Заметим, что у стороны PO пар-мма точно те коэф. как лоны, то есть −4, а тогда, если выбрать точку A, то все точки B, которые можно записать в пару, лежат на прямой, параллельной PO, всех их 18. Тогда нужно найти кол-во точек A, для которых существует нужная прямая.

Нетрудно понять, что если $\Delta y = 0$, то $\Delta x = 10$, ~~$x_1+\Delta x$~~ на определённой высоте y всего $20-10=10$ подходящих точек, на данной высоте у точек ~~точек~~ с большим x, парные точки B не будут лежать в пар-мме.
~~Тогда точку A~~
~~Тогда координату x точки A можно выбрать 10 способами, координату y — 18 способами~~

Тогда координату x точки A можно выбрать 10 способами, координату y — 18 способами, и для каждой точки выбрать пару 18 способами, т.е. всего $10 \cdot 18^2$ способов выбрать пару A, B.
Но мы учли только способы, для которых прямая, на которой лежит точка B пересекает пар-мм в целочисленных точках, но также есть ещё 3 группы прямых, ~~которы~~ в каждой такое же кол-во прямых, которые пересекают пар-мм в нецелочисленных точках, поэтому общее кол-во способов выбрать пару AB равно $4 \cdot 10 \cdot 18^2$

Ответ: $4 \cdot 10 \cdot 18^2$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

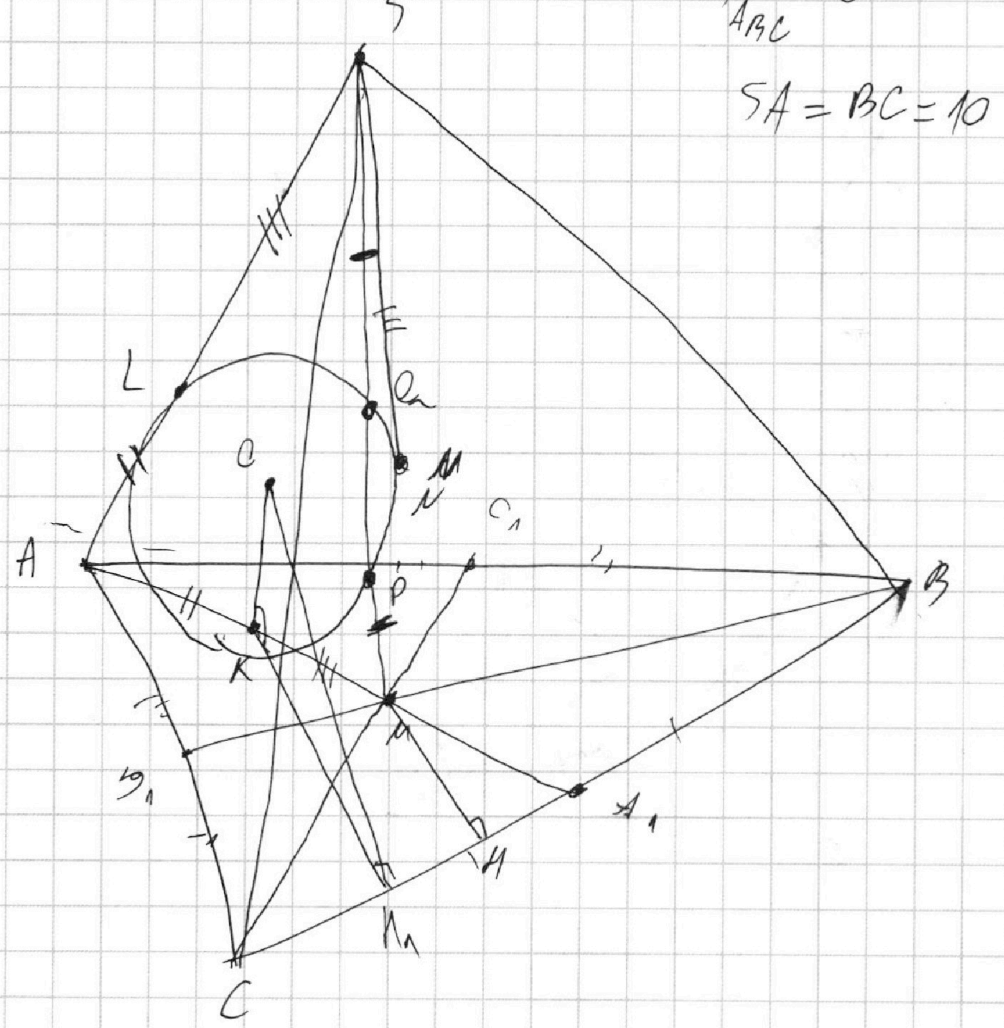
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N7

$S_{ABC} = 60$

$SA = BC = 10$



~~По~~ Степень точки M относительно сферы Ω равна $MK^2 = MP \cdot PQ$. Степень точки S отн. Ω равна $SL^2 = SQ \cdot SP$, но по условию, $SP = MQ$ и, $SQ = SM - MQ =$ $= SM - SP = MP$, а значит, $SL = MK$. Также $AK = AL$, т.к. AL и AK − касательные к Ω. Получим, что $AM = AS = 10$. Опустим высоту MH в $\triangle MBC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

По свойствам медианы, $S_{AMC} = S_{CMB} = S_{BMA} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{AMC} = \frac{S_{ABC}}{3} = 20.$

$S_{AMC} = \frac{MH \cdot BC}{2} \Rightarrow MH = \frac{2S_{AMC}}{BC} = 4.$

Т.к. точка пересечения медиан делит их в отношении $2:1$, то $MA_1 = \frac{AM}{2} = 5$.

По т. Пифагора, $A_1H = \sqrt{A_1M^2 - MH^2} = 3$, тогда

$\cancel{CH = CA_1 - A_1H =}$ Не умаляя общности, $CH = CA_1 - A_1H = \frac{BC}{2} - A_1H = 5 - 3 = 2$ и $BH = BC - CH = 8$.

По т. Пифагора, $MC = \sqrt{MH^2 + CH^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$; $MB = \sqrt{BH^2 + MH^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$.

$AA_1 = \frac{3}{2}AM = 15$; $BB_1 = \frac{3}{2}BM = 6\sqrt{5}$; $CC_1 = \frac{3}{2}CM = 3\sqrt{5}$.

$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 15 \cdot 6\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} = 1350.$

б) $SK = SL = MK = 3$, тогда $AK = AL = AS - SL = 7$.

Опустим перпендикуляр KH_1 из точки K на BC. Пусть O — центр Ω, тогда удвоенный угол KH_1O и будет равен двугранному углу при ребре BC, по определению.

Т.к. $KH_1 \parallel MH$, то $\triangle MHA_1 \sim \triangle KH_1A_1$, а тогда $\frac{KH_1}{MH} = \frac{KA_1}{MA_1} \Rightarrow$

$\Rightarrow KH_1 = \frac{\cancel{KA_1}\, MH(AA_1 - AK)}{MA_1} = \frac{4 \cdot (15 - 7)}{5} = \frac{32}{5}$

$tg\angle OH_1K = \frac{OK}{KH_1} = \frac{4}{32/5} = \frac{5}{8}$

Тогда двугранный угол при ребре BC равен ~~2arc~~

$2\operatorname{arctg}(\frac{5}{8})$

Ответ: а) 1350; б) $2\operatorname{arctg}\frac{5}{8}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

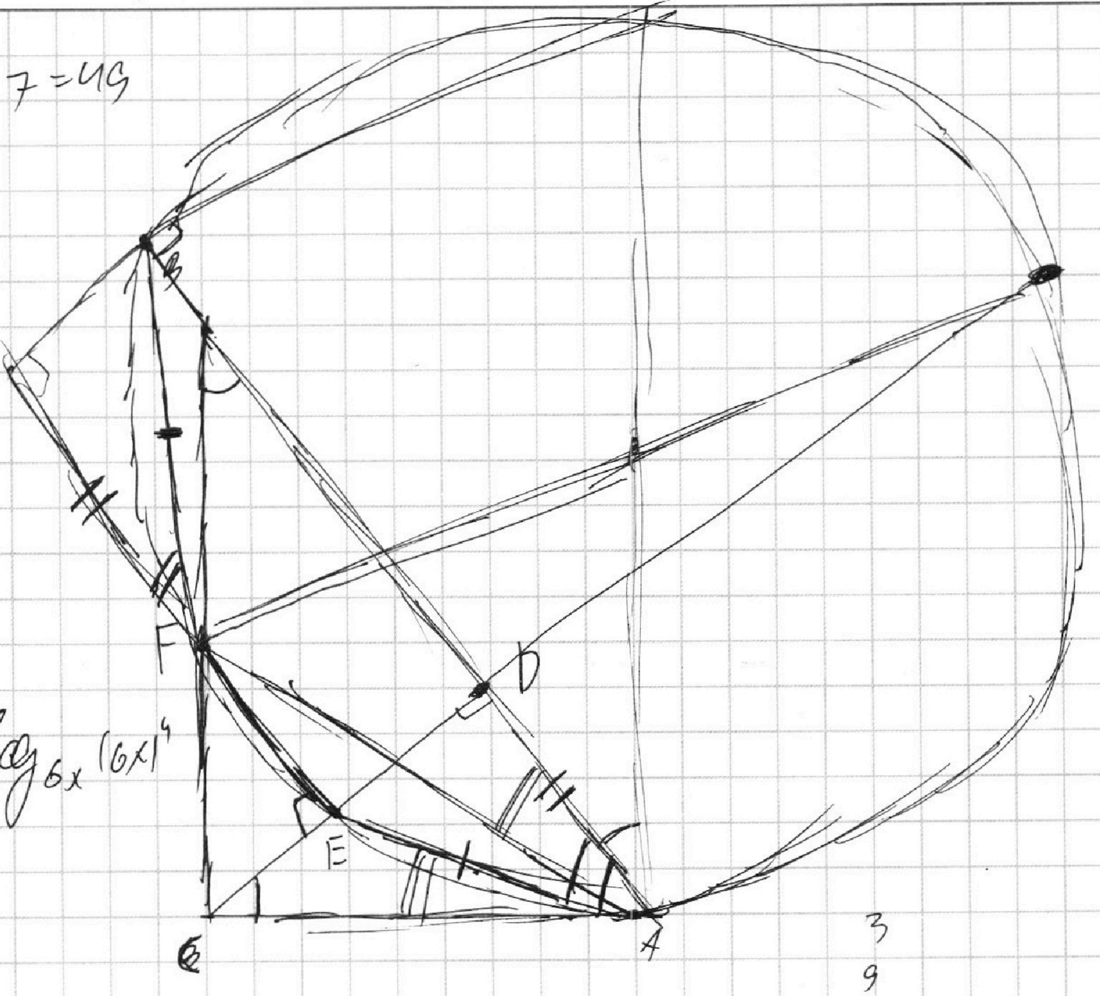
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$7 \cdot 7 = 49$

$49 \times 7 = 343$



$U = \log_{6x}(6x)^4$

3
9
27
81
$343 = 3^5$

$$\frac{BF}{CE} = \frac{AB}{AC}$$

$\cancel{\log_7^4 6x - \frac{24}{\log_7 6x}}$ $\qquad \log_{36x^2} 343 = 5\log_{36x^2} 3 =$

$$\log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2\log_7 y} - 4 = \frac{5}{\log_3 36x^2} = \frac{5}{2\log_3 6x}$$

$$b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2}\cdot\frac{1}{b} - 4 \qquad \frac{12}{2} \qquad 2a^5 = 9 - 8a$$

$$b^4 + \frac{7}{2b} + 4 = 0 \qquad -2\log_{6x} 7 = \frac{5}{2}\log_{6x} 7$$

$$a^4 = \frac{9}{2a} - 4 \qquad \log_7^4 6x = \frac{9}{2\log_7 6x} - 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$x^2+y^2=3^2$

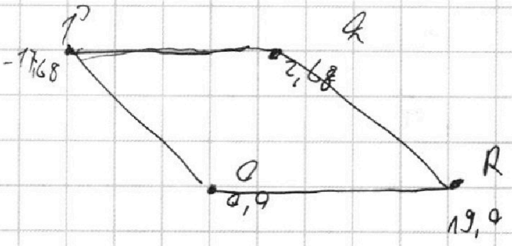
$(x+7)^2+y^2=2^2$

$\frac{3\cdot 4}{10}$ $\frac{8\cdot 9}{10}$

$1{,}2\cdot 7{,}2=$

$=2^5\cdot 3^3$

$\times\frac{7{,}2}{1{,}2}$ 144 72 8,64



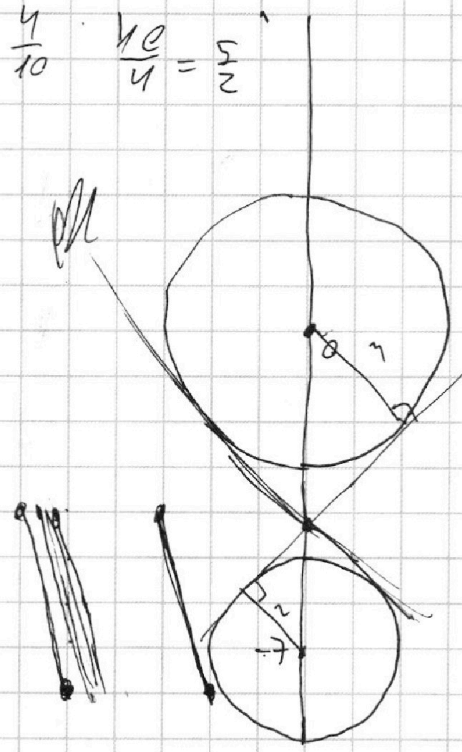
$\frac{4}{10}$ $\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$

x_1, y_1

$x_1+\Delta x;\ y_1+\Delta y$

$4\Delta x+\Delta y=40$

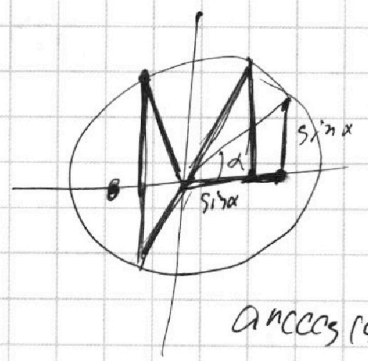
$\Delta y=40-4\Delta x$



$5\arccos(\sin x)=\frac{3\pi}{2}+x$

$\sin x=\cos\left(\frac{\frac{3\pi}{2}+x}{5}\right)$

$\frac{4\pi}{6}$



$5\left|2\pi k+\frac{\pi}{2}-x\right|=\frac{3\pi}{2}+x$

$5\left|2\pi k+x-\frac{\pi}{2}\right|=\frac{3\pi}{2}+x$

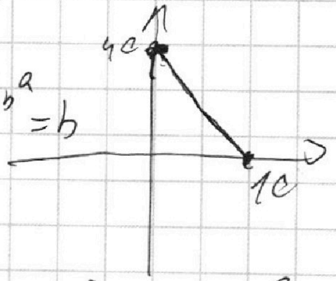
$\arccos(\sin x)=$

$2\pi k\pm\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

$10\pi k+\frac{5\pi}{2}-\frac{3\pi}{2}=6x$

$\frac{10\pi k+\pi}{6}=x$

$b^{\log_a b\cdot\log_b a}=b$



$10\pi k-\frac{5\pi}{2}-\frac{3\pi}{2}=-4x$

$\frac{10\pi k-4\pi}{-4}=x=\frac{4\pi-10\pi k}{4}$

$\log_a b$ $\log_b a$

$a^{\log_a b}=b$ $b^{\log_b a}=a$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$y_3 = 11$

$y_2 = 5$

$y_1 = 6$

$z_3 = 24$

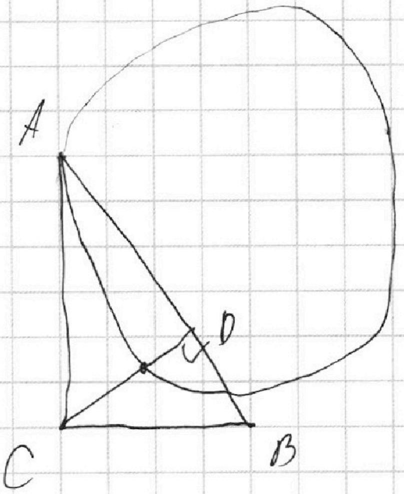
$z_1 = 43 - 24 =$

$= 19$

$z_2 = 0$

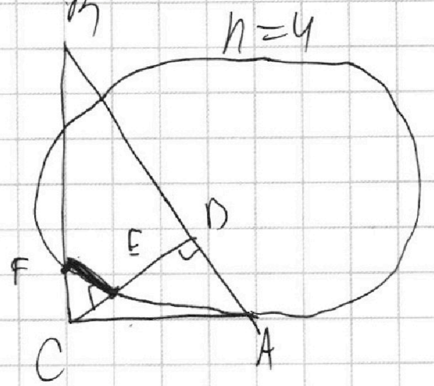
$z_1 = 14$

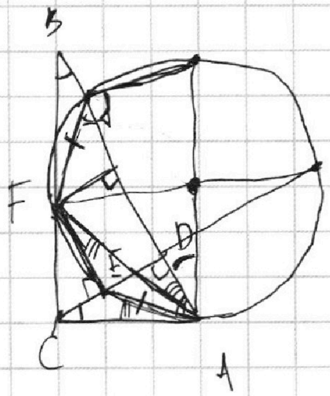
$z_2 = 29$



$\frac{BC \cdot h}{2} = 20$

$h = 4$





$AB : BD = 1,3$

$\frac{BD}{AB} = \frac{10}{13}$

$BD = \frac{10}{13} c$

$AD = \frac{3}{13} c$

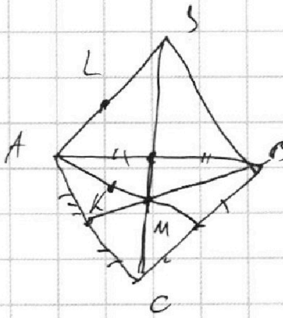
$CD = \frac{\sqrt{30}}{13} c$

$64 + 16 =$

$= 80 =$

$= 4\sqrt{5}$

$tg \angle CBD = \frac{\frac{\sqrt{30}}{13} c}{\frac{10}{13} c} = \sqrt{\frac{3}{10}}$



$2a^5 = -8a - 1$

$(x+7)^2 + y^2 - 4(x^2 + y^2 - 9) = 0$

$a = 2^{x_1} 3^{x_2} 5^{x_3}$

$b = 2^{y_1} 3^{y_2} 5^{y_3}$

$c = 2^{z_1} 3^{z_2} 5^{z_3}$

$\cancel{x_1 + y_1 \geq 7}$

$x_1 + y_1 \geq 7$

$y_1 + z_1 \geq 13$

$z_1 + x_1 \geq 14$

$2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

$x_1 = 3$

$y_1 = 4$

$z_1 = 10$

$CB = \sqrt{\frac{100}{13^2} c^2 + \frac{30}{13^2} c^2} =$

$= \sqrt{\frac{130}{13^2} c^2} = \sqrt{\frac{10}{13}} c$

$\sin \angle CBA = \frac{\sqrt{\frac{30}{13}}}{\sqrt{\frac{10}{13}}} = \sqrt{\frac{3}{13}} = \frac{5}{8}$

$\cancel{AC = \frac{\sqrt{3}}{13}}$

$AC = \frac{\sqrt{3}}{13} c$

$90 + 45$

$10 \cdot 15 \cdot 9 = 1350$

$tg \angle OH_1K =$

$= \frac{4}{\frac{32}{5}} = \frac{20}{32} =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!