



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \quad (1)$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \quad (2)$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \quad (3)$$

$$abc : 2$$

перемножим  $(1) \cdot (2) \cdot (3)$

$$ab \cdot bc \cdot ac : 2^{15} \cdot 2^{17} \cdot 2^{23} \cdot 7^{11} \cdot 7^{18} \cdot 7^{39}$$

$$(abc)^2 : 2^{55} \cdot 7^{68}$$

$$abc : 2^{28} \cdot 7^{34}, \text{ так как } ac : 2^{23} \cdot 7^{39}, \text{ то}$$

$$abc : 2^{28} \cdot 7^{39}$$

Т.е. минимальное

знаем  $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

Пример:  $b = 2^4$ ;  $a = 2^{11} \cdot 7^{27}$ ;  $c = 2^{13} \cdot 7^{18}$

Ответ: ~~2^{28} \cdot 7^{39}~~  $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

Если дроби сократимой, то

$$\begin{aligned} (a+b) &: m \\ (a+b)^2 - 9ab &: m \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a+b &: m \\ 9ab &: m \end{aligned}$$

Т.к.  $\frac{9}{2}$  - несократима, то

$a, b$  - взаимнопросты тогда  
 $a+b$  и  $ab$  - взаимнопросты, т.к.

$ab$  делится на все множители  $a$  и  $b$   
 $a \nmid (a+b)$  и  $b \nmid (a+b)$   
значит

$9 : m \Rightarrow$  наименьшее значение

$$m = 9$$

Ответ: 9

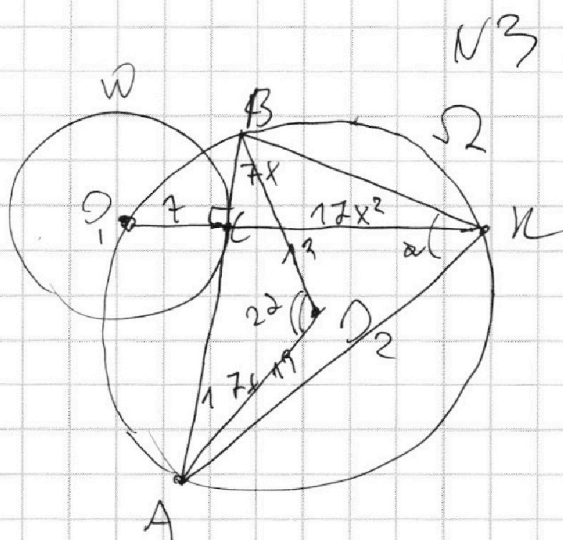
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Факт:

$O_1$  - центр  $W$

$O_2$  - центр  $\Omega$

$R_W = 7$

$R_\Omega = 13$

$BA$  - диаметр  $W$

$K \in W$

$A, B \in \Omega$ .

Решение:

1)  $O_1 C \cap \Omega = \{O_1, K\}$

2)  $\angle BKA$  тупой  $\angle BKA = \alpha$ ; Тогда  
 $\angle BO_1A = 2\alpha \Rightarrow \angle BO_2A = 2\alpha$  тоже

центральный опирающийся на  $AK \subset AO, B$

тупой  $\angle BO_1A = 2\alpha$ ;  $CA = 17x$

т.к.  $O_1 K$ ;  $AB$  - диаметр  $AB \cap O_1 K = C$ , то

$BC \cdot AC = O_1 C \cdot CK$

$7 \cdot 17x^2 = 7 \cdot CK$

$CK = 17x^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Т. к. стороны  $AB$  и  $BC$  равны  $\Delta AOB$ ;  $\Delta AKB$

$$AO_2 = O_2B = BO_2 = 13$$

$$\textcircled{1} AB^2 = AO_2^2 + BO_2^2 - 2 \cos \angle AOB \cdot AO_2 \cdot BO_2$$

$$\textcircled{2} AB^2 = AK^2 + KB^2 - 2 \cos \angle BKA \cdot BK \cdot AK$$

$$(24x)^2 = 2 \cdot 169 - 2 \cos 2\alpha \cdot 169$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$(24x)^2 = 3 \cdot 169 - 4 \cos^2 \alpha \cdot 169$$

$$\underline{(24x)^2 =}$$

Т. к.  $\Delta AKB$  равнобедренный:

$$BK = \sqrt{BO_2^2 + O_2K^2} = \sqrt{169x^2 + 289x^4}$$

$$AK = \sqrt{AO_2^2 + O_2K^2} = \sqrt{289x^2 + 289x^4}$$

$$\left\{ \begin{aligned} (24x)^2 &= 3 \cdot 169 - 4 \cos^2 \alpha \cdot 169 \\ (24x)^2 &= 289x^2 + 289x^4 + 49x^2 + 289x^4 - \\ &- 2 \cos \alpha \cdot \sqrt{49x^2 + 289x^4} \cdot \sqrt{289x^2 + 289x^4} \end{aligned} \right.$$

$$238x^2 = 289 \cdot 2 \cdot x^4 - 2 \cos \alpha \cdot$$

$$\cdot \sqrt{49x^2 + 289x^4} \cdot \sqrt{289x^2 + 289x^4}$$

$$238x^2 = 289 \cdot 2x^4 - 2x^2 \cos \alpha \cdot 17 \cdot$$

$$\cdot \sqrt{49 + 289x^2} \cdot \sqrt{1 + x^2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~24~~

$$576x^2 = 3 \cdot 169 - 4 \cdot 169x^2 \cdot 169$$

$$\text{ms } x = \frac{\sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}}{4 \cdot 169} = \frac{\sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}}{2 \cdot 13}$$

$$238x^2 = 289 \cdot 2x^4 - 2x^2 \cdot 17 \cdot \sqrt{1+x^2}$$

$$\cdot \sqrt{49+289x^2} \cdot \sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}$$

$$238 = 289 \cdot 2x^2 - \frac{17 \cdot 17}{13} \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{49+289x^2}$$

$$\cdot \sqrt{3 \cdot 169 - 576x^2}$$

~~26 77 (17 \cdot 2x^2 - 14)~~

Из уравнения находим  $x$ , затем  
 $x$  можем найти  $AB$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4.

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x \quad | \uparrow^2$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} =$$
$$= (9x - 1)^2$$

$$2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = -75x^2 + 15x + 2$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \text{ выполняется для } x \in (1 - \frac{1}{\sqrt{3}}; 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}) \\ \cancel{3x^2 + 3x + 1 \geq 0} - \text{выполнено для } \cancel{x} \end{cases}$$

$$-75x^2 + 15x + 2 \geq 0, \quad \cancel{\text{для } x}$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 4 \cdot 75 \cdot 2}}{-75 \cdot 2} = 0,1 \pm \sqrt{\frac{3225}{150}} \cdot \frac{\sqrt{28}}{150}$$

$$0,1 + \frac{\sqrt{3225}}{150} < 0,3; \quad \left| -\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{3} \right| \Rightarrow$$

$$0,1 + \frac{\sqrt{3225}}{150} \cdot \frac{1}{3} < 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{вершина параболы } y = -75x^2 + 15x + 2$$

$$x_0 = \frac{-15}{-75 \cdot 2} = 0,1$$

$$y_0 = -0,75 + 1,5 + 2 = 2,75$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{при } x = 0, 1 + \frac{\sqrt{825}}{180}; y_1 = 0; y_2 > 0$$

$$y_1 = -75x^2 + 15x + 2$$

$$y_2 = 2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$$

$$\text{при } x = 0, 1$$

$$y_1 = 2, 75$$

$$y_2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{143}{100} \cdot \frac{133}{100}}$$

$$y_2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{19019}{10000}}$$

$$\begin{array}{r} x \quad 143 \\ \times \quad 133 \\ \hline 429 \\ 143 \\ \hline 9019 \end{array}$$

$$2 \sqrt{(9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2)} =$$

$$= (-75x^2 + 15x + 2) \quad \uparrow \quad 2$$

$$2 \cdot (9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2) =$$

$$= (-75x^2 + 15x + 2) \quad 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 5.

$$0 \leq y_1 \leq 26$$

Пусть  $x_1, y_1$  определены

$$y_2 = -2x_2 + 14 + y_1 + 2x_1 - \text{традиционный}$$

прямой метод все равно

В для выбора  $A$

QA имеет универсальное свойство

2

для  $m \leq n$  с  $n$   $(26)$

$$\frac{12 + \frac{26}{2} + 1 + \frac{26}{2}}{\frac{26}{2}} + \frac{26}{2} + 1 = 14$$

но мы же рассуждали ранее,

$$\text{но прямая } y_2 = -2x_2 + 14 + y_1 + 2x_1$$

выглядит за пределами нормальных

все  $x_2$   $y_2$   $x_1$   $y_1$

А значит  $y_2$   $x_2$   $y_1$   $x_1$

$$y_2 = -2x_2 + 14 + y_1 + 2x_1$$



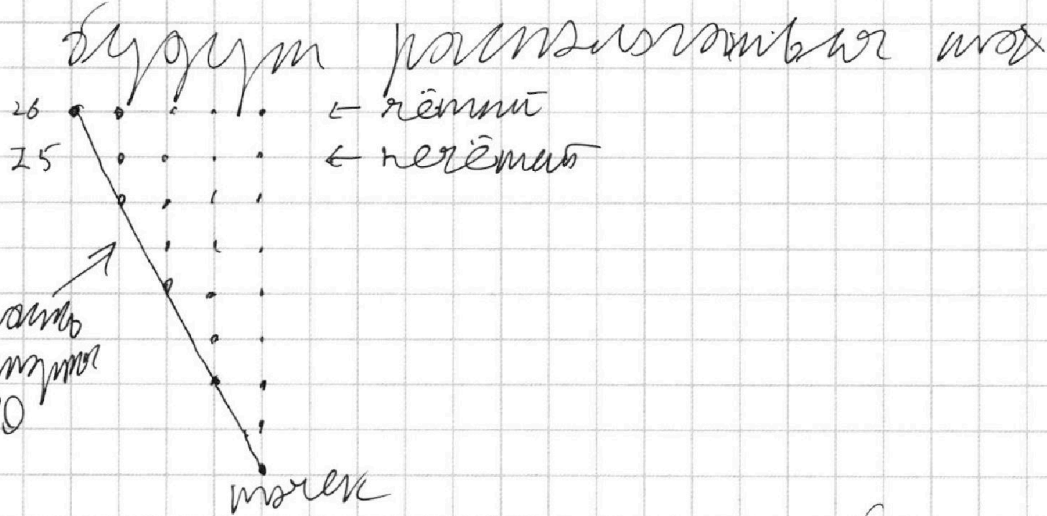
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



для яённого будет 14  
точка.  
для неённого 13 точка B

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

$$\begin{cases} x + y - 36 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

Сумма штендера шлен

мысли 2 решения, мы это

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 = 0 \end{cases}$$

при этом дискриминант  
обих уравнений равен 0  
равен 0, т.к. и в том и в том  
уравнении есть квадратные,  
т.е.

при всех значениях  $x$  выражение  
будет равно 0, т.е. это  
выражения равны 0, т.е. это

выражения равны 0, т.е. это  
равны

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

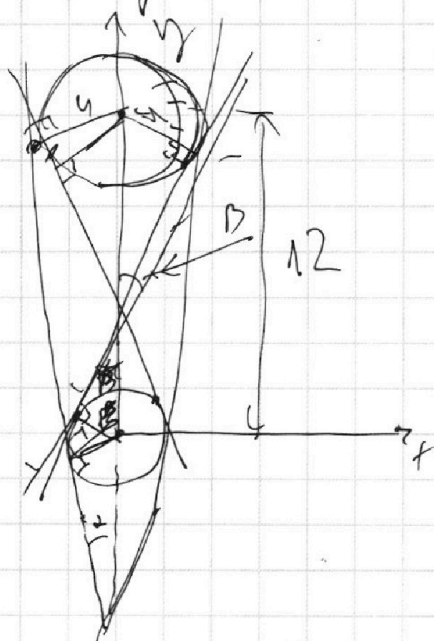
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + y^2 = 1$ ;  $x^2 + (y-12)^2 = 16$  - уравнения  
окружностей

Т.е. есть 2 окружности  
с уравнениями  $x^2 + y^2 = 1$ ;  $x^2 + (y-12)^2 = 16$   
и прямой  $y = -ax + 8$ , и дана  
прямая, которая условно выделена  
зеленым цветом как  
касательная к окружностям.



$$\frac{4}{\sin \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha} = 12$$

$$\frac{3}{\sin \alpha} = 12$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} =$$
$$= \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$$

$$\left[ \begin{array}{l} a = \frac{1}{\sqrt{15}} \\ a = -\frac{1}{\sqrt{15}} \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{l} a = \sqrt{15} \\ a = -\sqrt{15} \end{array} \right]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4}{\sin \beta} + \frac{1}{\sin \beta} = 12$$

$$\sin \beta = \frac{5}{12}$$

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{144 - 25}{144}} = \frac{\sqrt{119}}{12}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\left[ \begin{array}{l} \alpha = \frac{5}{\sqrt{119}} \\ \alpha = -\frac{5}{\sqrt{119}} \end{array} \right] \quad \left[ \begin{array}{l} \alpha = \frac{\sqrt{119}}{5} \\ \alpha = -\frac{\sqrt{119}}{5} \end{array} \right]$$

$$\text{Ответ: } \alpha = \frac{\sqrt{119}}{5}; \quad \alpha = -\frac{\sqrt{119}}{5};$$

$$\alpha = \sqrt{15}; \quad \alpha = -\sqrt{15}$$

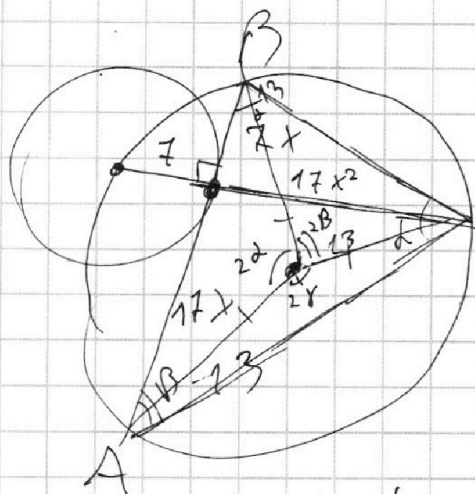
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$7 \cdot 17x^2$$

$$17x^2$$

$$\begin{array}{r}
 17 \\
 \times 17 \\
 \hline
 119 \\
 117 \\
 \hline
 289
 \end{array}$$

$$(24x)^2 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cos 2d \cdot 13^2$$

$$(24x)^2 = ((7x)^2 + (17x^2)^2) +$$

$$+ ((17x^2)^2 + (17x)^2) - 2 \cos d \cdot$$

$$\cdot \sqrt{(17x^2)^2 + (17x)^2} \cdot \sqrt{(7x)^2 + (17x^2)^2}$$

$$2 \cdot 13^2 - 2 \cos 2d \cdot 13^2 =$$

$$= \cancel{7x^2} - (289 + 49)x^2 + (289 \cdot 2 \cdot x^4 -$$

$$- 2 \cos d \sqrt{\quad} \sqrt{\quad})$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}\sqrt{3x^2 + 3x + 1} =$$

$$= 81x^2 - 18x + 1$$

$$2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = -75x^2 + 15x + 2$$

$$36 - 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{3}$$

$$\frac{-15 \pm \sqrt{15^2 + 4 \cdot 2 \cdot 75}}{-15 \cdot 0}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 =$$

$$= 2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = (1 - 9x)^2$$

$$6x^2 - 3x + 3 - 2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} =$$

$$= 981x^2 - 18x + 1$$

$$2 \sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = -75x^2 + 15x + 2$$

$$3 \cdot 6 + 2 = 5$$

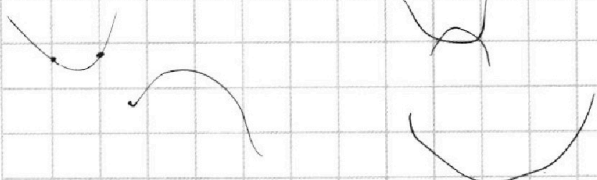
$$3 + 3 + 1 = 7$$

$$3 + 6 + 2 = 11$$

$$\sqrt{11} = 10$$

$$1 \pm \frac{3}{3}$$

$$\frac{-15 \pm \sqrt{225 + 4 \cdot 2 \cdot 75}}{-75 \cdot 2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 86 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$ax + y - 86 = 0$$

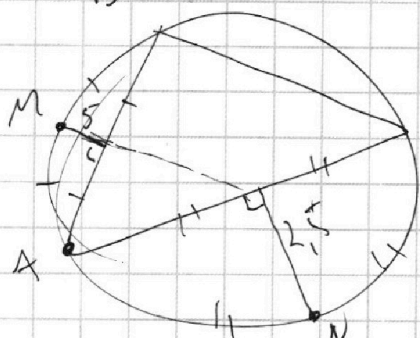
$$y = 86 - ax$$

$$(x^2 + (86 - ax)^2 - 1)(x^2 + (86 - ax - 12)^2 - 16) \leq 0$$

$$(x^2 + a^2x^2 - 16abx + 64b^2 - 1)(x^2 + (86 - ax - 12)^2 - 16) = 0$$

$$x^2 + (86 - ax)^2 - 1 = 0$$

$$x^2 + (86 - ax - 12)^2 - 16 = 0$$



$2.25$   
 $5 \cdot 2.00$

~~2.03~~  
 $1.4 \cdot \frac{143}{100} \cdot \frac{133}{100}$   
 $\frac{3}{100} - \frac{6}{10} + 2$

$1.5 \cdot 2.25$

$1.4 \cdot \frac{14}{14} + \frac{56}{14} = \frac{19}{14}$

$2 \cdot \sqrt{\left(\frac{27}{100} - \frac{16}{10} + 2\right) \cdot \frac{27}{100}}$   
 $7 \cdot \left(\frac{9}{10} + 1\right)$

$27 - 180 + 200 = 47$

$\frac{47}{100} \cdot \frac{27 + 90 + 100}{100} = \frac{217}{100}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-15 \pm \sqrt{225 + 600} = 25.3$$

$$-150$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ +15 \\ \hline 30 \\ +15 \\ \hline 45 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$= \frac{-15 \pm \sqrt{825}}{-150} = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= 0,1 \pm \frac{\sqrt{825}}{150}$$

~~0,1~~ 0,1

$$0.4 \neq 1 =$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3 = -\frac{25}{3} +$$

$$+5 + 2 =$$

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{3} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} < 0$$

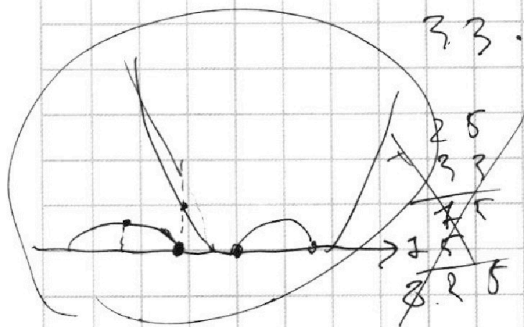
0,1

$$= 825$$

$$= 33$$

$$2 \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}} =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{2}{9}}$$



$$33 \cdot 25 \times 0,1 +$$

$$\frac{30}{150} = \frac{1}{5}$$

$$2 \sqrt{\left(\frac{1}{3} - 2 + 2\right)\left(\frac{1}{3} + 2 + 1\right)}$$

$$1 + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 14$$

$$\frac{b}{2a} = \frac{-15}{-150} =$$

$$= 0,1$$

$$0,333 \times \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \sqrt{825} \approx 0,1 + \frac{\sqrt{825}}{150} \approx 0,3$$

$$1,5^2 = 2,25 \quad (2,3)$$

$$1 - \frac{1}{1,5} = \frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3} \approx 0,333$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

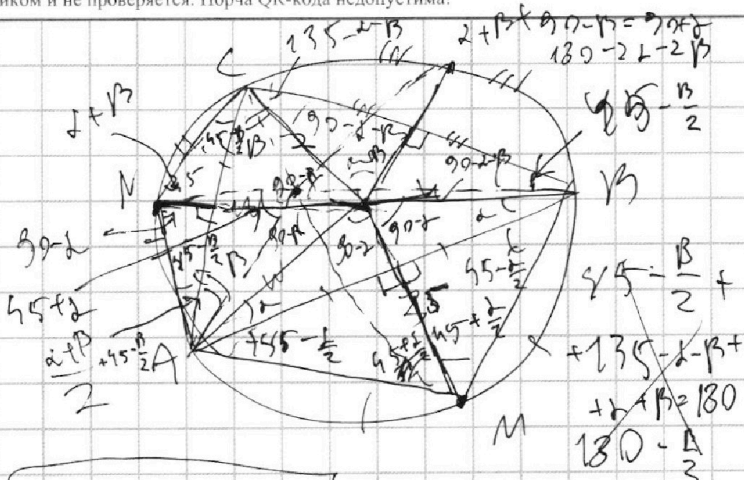
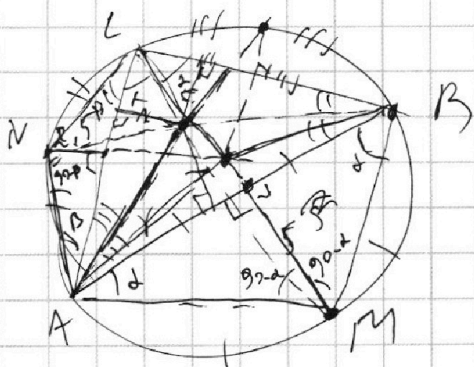
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1     2     3     4     5     6     7

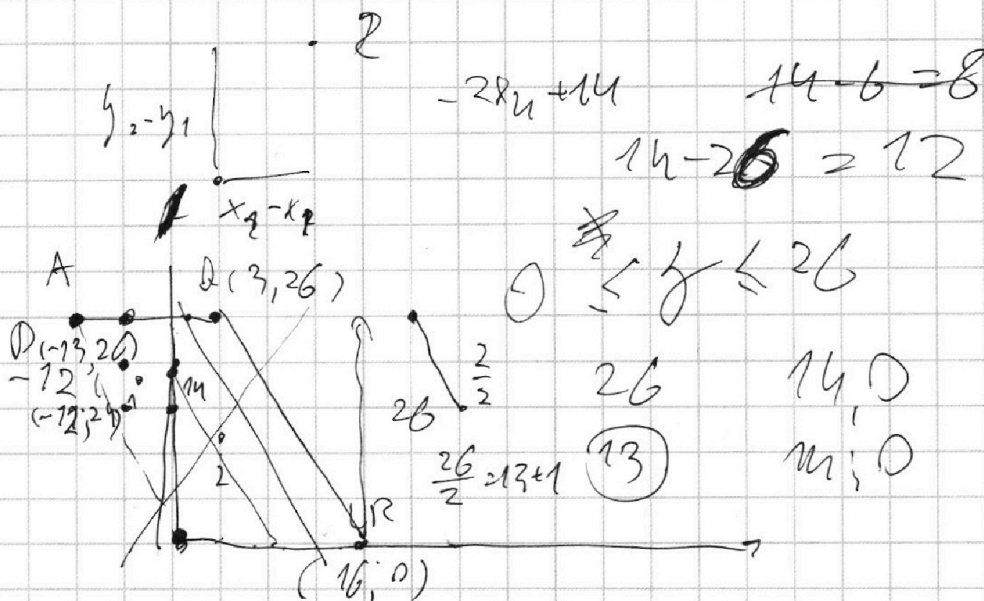


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 7 - 9x$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$



$$2x_2 - 13 \cdot 2 + y_2 + 26 = 14$$

$$2x_2 + y_2 = 14$$

$$y_2 = 2x_2 + 14$$



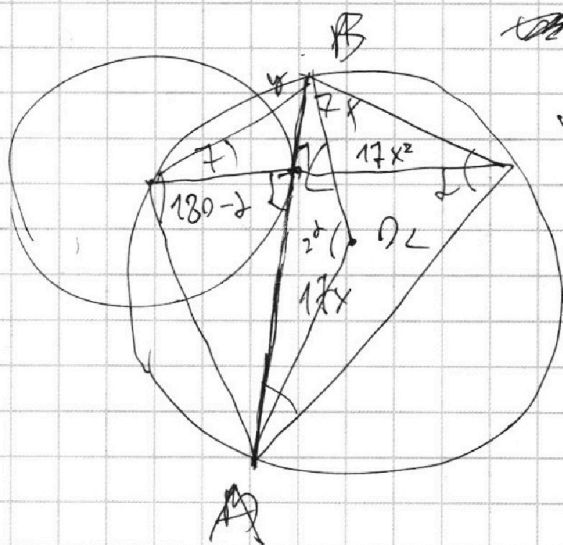
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ \times 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\sqrt{49x^2 + 289x^4}$$

$$49x^2 = y \cdot (y + 7)$$

$$y^2 + 7y - 49x^2 = 0$$

$$y = \frac{-7 + \sqrt{49 + 9 \cdot 49x^2}}{2}$$

$$\frac{AB^2}{2}$$

$$\begin{aligned} (24x)^2 &= 169 \cdot 2 + 2 \cos 2\alpha \cdot 169 = \\ &= 49x^2 + 289x^4 + 289x^4 + 289x^2 = \\ &= 2 \cos 2\alpha \sqrt{49x^2 + 289x^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot \sqrt{289x^4 + 289x^2} \quad 238 = 289 \cdot 2 - \\ - \frac{17}{13} \cdot 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{aligned}$$

$$(24x)^2 = 3 \cdot 169 - 4 \cos^2 \alpha \cdot 169$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ + 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ - 289 \\ \hline 287 \\ \hline 287 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ 287 \\ \hline 49 \\ \hline 238 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 238 \\ - 17 \\ \hline 68 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

abc

$$ab \cdot bc \cdot ac : 2^{55} \cdot 7^{68}$$

$$(abc)^2 : 2^{110} \cdot 7^{136}$$

$$abc : 2^{55} \cdot 7^{68}$$

WZ

$\frac{a}{b}$  нецелое.

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$a+b = m$$

$$a^2 - 7ab + b^2 = n$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab} = \frac{1}{(a+b) - \frac{9ab}{a+b}}$$

$$9ab : a+b$$

$$\Rightarrow (9) \cdot a+b$$

$$b = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 6 = 2^9$$

$$a = 7^{11} \cdot 18$$

$$c = 2^2 \cdot 7^{18}$$

$$15 + 17 = 232$$

$$= 9$$

$$17 + 6 =$$

$$= 23$$

$$a = 2^{18} \cdot 7^{21}$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{18}$$

$$242 \cdot 7^{39}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

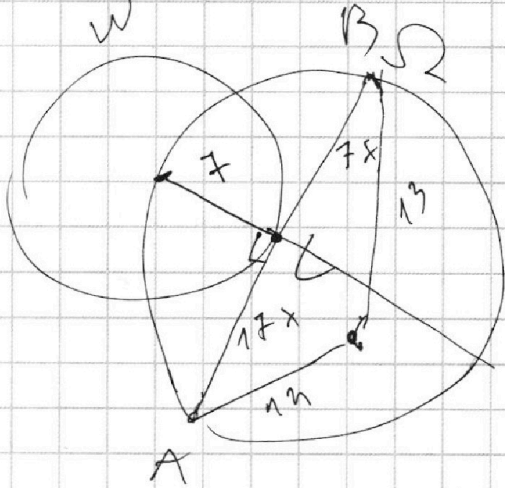
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

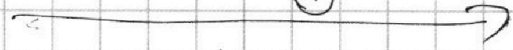
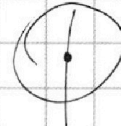
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y = -ax + b$$

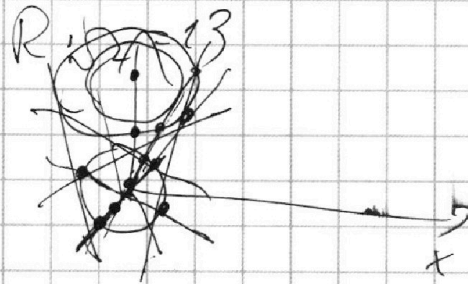


№3



A B -

$$y = 86 - ax$$



№4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 12} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$x^2 - 2x + \frac{2}{3}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{2}{3}$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$\sqrt{36 - 4 \cdot 6} = \sqrt{36 - 24} =$$

$$= \sqrt{12} =$$

$$= 2\sqrt{3}$$

$$y_2 = -2x_2 + 14$$

$$\frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

~~$$x^2 + y + 1 = 3$$~~