



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 2^4 \cdot 7^{10} \\ bc &: 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac &: 2^{10} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

Заметим, что если в произведении abc присутствуют какие-то множители, кроме 2^a и 7^b , то такое произведение не будет наименьшим, т.к. данные множители не входят в делители, но факторизацией произведения $abc = 2^L \cdot 7^B$

$B \geq 37$, т.к. $ac = 7^{37}$. Пусть $a = 2^k \cdot 7^e$, $b = 2^m \cdot 7^f$, $c = 2^n \cdot 7^d$

$$\Rightarrow \begin{cases} k+m \geq 14 \\ m+n \geq 17 \\ k+n \geq 20 \end{cases}$$

$2m+k+n \geq 31$ Попробуем минимизировать $k+m+n$, т.е.

$$\begin{cases} k+m=14 \\ m+n=17 \\ k+n=20 \end{cases} \quad \begin{cases} 2m+k+n=31 \\ 2m=14, \text{ но } m \text{ четок, но если } m=5, \text{ не подходит,} \\ \text{а значит мин. значение будет } m=6 \end{cases}$$

вычислим $k+n=20$ и из равенств увеличим на 1 и попробуем решить систему линейных уравнений: (возможно пока система имеет решение $m+n+k$, но увеличим пока не будет)

$$\begin{cases} k+m=15 \\ m+n=17 \\ k+n=20 \end{cases} \quad \begin{cases} 2m+k+n=32 \\ 2m=12 \\ m=6, k=9, n=11. \end{cases} \quad m+n+k=26$$

Получим при $a = 2^9 \cdot 7^{10}$, $b = 2^6$, $c = 2^{11} \cdot 7^{27}$ которая удовлетворяет условиям задачи. Возвращаемся к $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ и проверяем, что abc взаимнопросты, т.е.

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-bab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$\frac{a}{b} \text{ несократима} \Rightarrow (a, b) = 1$$

Пускай $\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$ можно сократить на $m \Rightarrow a+b : m$ и

$$(a+b)^2 - 8ab : m$$

\Downarrow
т.к. $a+b : m \Rightarrow (a+b)^2 : m \Rightarrow 8ab : m$. Но т.к. $(a, b) = 1$ ни один из чисел

числителя из m не содержится и в a , и в b , а

только в a или в b они тоже содержаться не могут, иначе

в сумме $a+b$ a делится на m , а b нет, значит и вся

сумма не делится на этот множитель, значит вся сумма не

делится и на m . Получается все ^{числитель} множители из m

содержатся в 8 ($8 : m$) $\Rightarrow 8 \geq m$. Пример при

$$m=8 \quad a=1, b=7 \quad (1,7)=1 \quad \frac{1+7}{1-42+49} = \frac{8}{8} = \frac{1}{1}$$

$$\text{Ответ: } m=8$$

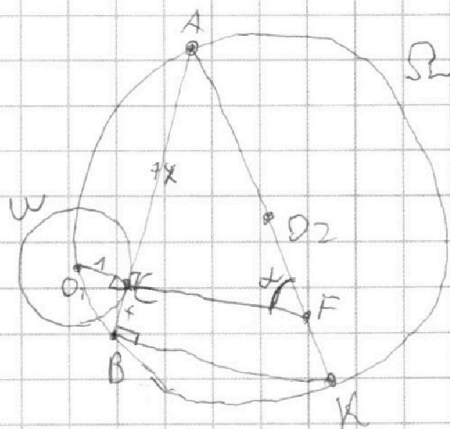
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{CB} = 7 \quad \begin{matrix} AC = 7x \\ BC = x \end{matrix}$$

$O_1C \perp AB$ (радиус \perp касательной)

$$O_1C = 1$$

$$AO_2 = O_2K = 5 \quad AK = 10$$

$\angle ABK = 90^\circ$ (отрезки касательных) \Rightarrow

$$O_1C \parallel BK$$

$\triangle ACF$ и $\triangle ABK$ подобны (по двум углам)

$$\frac{AF}{AK} = \frac{AC}{AB} = \frac{CF}{BK} = \frac{7}{8} \quad \frac{AF}{AK} = \frac{7}{8} \quad AF = \frac{10 \cdot 7}{8} = \frac{35}{4}$$

$$\cos \alpha (\angle CFA) = \frac{CF}{AF} \quad \sin \alpha = \frac{AC}{AF} = \frac{7x}{\frac{35}{4}} = \frac{4x}{5}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}} = \frac{3x}{5}$$

$$\frac{CF}{AF} = \frac{3x}{5} \quad CF = \frac{3x}{5} \cdot \frac{35}{4} = \frac{21}{4}x$$

$$AC^2 + CF^2 = AF^2 \quad 49x^2 + \frac{441}{16}x^2 = \left(\frac{35}{4}\right)^2$$

$$\frac{7225}{16}x^2 = \frac{7225}{16} \quad x = 1$$

$$AB = 8x = 8$$

Ответ: 8

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 16 \\ \hline 294 \\ 49 \\ \hline 784 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

Заметим, что $2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1) = -7x+2 = 2-7x$

Поэтому $\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1)$

Положим $a = 2x^2-5x+3$ $b = 2x^2+2x+1$

$$a-b = a^2-b^2 \quad a^2-b^2 - (a-b) = 0 \quad (a-b)(a+b+1) = 0$$

$$\begin{cases} a=b \\ a+b=1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2-5x+3 = 2x^2+2x+1 \\ \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \end{cases}$$

$$2x^2-5x+3 \geq 0 \quad \text{и} \quad 2x^2+2x+1 \geq 0$$

$$(x-1)(2x-3) \geq 0$$

$$D \geq 0 \quad z \geq 0 \Rightarrow \text{при любых } x$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline \frac{1}{2} \quad \frac{3}{2} \end{array}$$

$(-\infty; \frac{1}{2}] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$ ← корни в этом промежутке

$$-7x+2=0$$

$$2x^2-5x+3 + 2x^2+2x+1 + 2\sqrt{4x^4+4x^3+2x^2-10x^3-10x^2-5x+6x^2-16x+3} = 1$$

$$x = -\frac{2}{7}$$

$$4x^2-3x+3 + 2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3} = 0$$

$$16x^4+9x^2+9-24x^3-18x+24x^2 = 16x^4-24x^3-8x^2+4x+12$$

$$41x^2-22x-3=0$$

$$D = 484 + 492 = 976$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82}$$

$$x = \frac{41 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

Поэтому при рассмотрении корней:

$$x = -\frac{2}{7}$$

$$x = \frac{11+2\sqrt{61}}{41}$$

$$x = \frac{11-2\sqrt{61}}{41}$$

$$\begin{array}{r} 976 \overline{) 16161} \\ \underline{976} \\ 6401 \\ \underline{6401} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ + 41 \\ \hline 484 \\ + 492 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$2\sqrt{61} < 8$$

$$\frac{11-2\sqrt{61}}{41} < \frac{11+2\sqrt{61}}{41} < \frac{11+16}{41} < 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4a^2 - 100b^2 + 4 = 0 \\ 160ab - 100b^2 - 63a^2 + 4 = 0 \end{cases}$$

$$67a^2 - 160ab + 3 = 0$$

Решив это уравнение для a относительно b
мы найдем все возможные значения.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Круговая
с центром $(-8, 0)$ и $r=1$

Круговая с центром $(0, 0)$
и $r=2$

Эти окружности не пересекаются. Но если внутренне
уравнение системы ≤ 0 имеет ~~какие-то~~ ^{и решение 2} решение, если
линия, внутренне касаться ~~линии~~ ^{линии} $y = ax + 10b$
касательная к ~~одной~~ ^{одной} окружности (если пересекает
хоть одну, то внутри нее уже больше 2-х точек, т.е.
и система имеет больше 2-х решений).

Невыполнимо:

$$(x+8)^2 + (ax+10b)^2 = 1$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + x(20ab+16) + 100b^2+63=0$$

$$D = 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 400a^2b^2 - 400b^2 - 252a^2 - 252 = 0$$
$$640ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0$$

$$x^2 + (ax+10b)^2 = 4$$

$$x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 400a^2b^2 - 400b^2a^2 - 400b^2 + 16a^2 + 16 = 0$$

$$D = 16a^2 - 400b^2 + 16 = 0$$

Значит наша исходная система имеет ровно 2 ре-
шения если выполняются следующие условия

$$\begin{cases} 640ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0 \\ 16a^2 - 400b^2 + 16 = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{MF}{MA} = \sin \angle C = \frac{DA}{AN} \quad \sin \angle C = \frac{2.5}{11} = \frac{V}{11}$$

$$\frac{NG}{AN} = \sin \angle A = \frac{DA}{AM} \quad \sin \angle A = \frac{2}{11} = \frac{V}{1}$$

Получим $\frac{9}{1 \cdot 11} = \frac{V^2}{1 \cdot 11} \Rightarrow V = 3 \Rightarrow AQ = 3 \Rightarrow AI = 6$

Ответ: 6

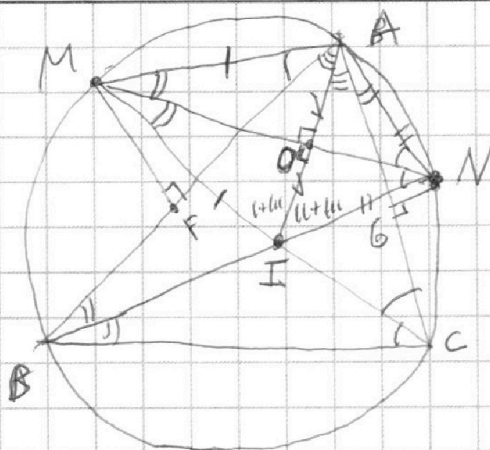
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$BM = MA \Rightarrow \angle MCB = \angle MCA \Rightarrow MC - \text{бис. } \angle BCA$
 $AN = NC \Rightarrow \angle ABN = \angle NBC \Rightarrow BN - \text{бис. } \angle ABC$
 Тангентная точка пересечения CM и BN (I) - центр вписанной окружности
 $\triangle ABC$ (CM и BN биссектрисы $\angle C$ и $\angle B$)
 Тогда AI - бис. угла BAC :
 $\angle BAI = \angle CAI$

$MF = 4,5$ $NG = 2$ $\angle MAB$ опирается на дугу $MB \Rightarrow$

$\angle MAB = \angle MCB = \angle MCA$. $\angle NAC$ опирается на дугу $NC \Rightarrow$

$\angle NAC = \angle NBC = \angle NBA$. $\angle MIA = \angle FAC + \angle ICA$ (внешний) =

$= (\alpha + \alpha) \Rightarrow \angle MIA = \angle MAI \Rightarrow \triangle IMA$ равнобедр. и

$MI = IA$. $\angle AIN = \angle BAI + \angle ABI = \alpha + \alpha \Rightarrow \angle AIN = \angle IAN \Rightarrow$

$\triangle ANI$ равнобедр. и $AN = NI$. ~~$\triangle AMI \cong \triangle INI$ (3 стороны)~~

$\angle CMA$ опирается на дугу $AC \Rightarrow \angle CMA = \angle ABC \Rightarrow \frac{\angle CMA}{2} = \frac{\angle ABC}{2} = (\alpha)$.

$\angle ANB$ опирается на дугу $AB \Rightarrow \angle ANB = \angle BCA \Rightarrow \frac{\angle ANB}{2} = \frac{\angle BCA}{2} = (\alpha)$.

$\triangle MAN = \triangle MIN$ (3 стороны) $\Rightarrow \angle AMN = \angle IMN$ и $\angle ANM = \angle INM$.

Т.е. MN - бис. углов AMN и ANM . Тогда $\angle AMN = \angle IMN =$

$= \frac{\angle AMI}{2} = (\alpha)$. $\angle ANM = \angle INM = \frac{\angle ANI}{2} = (\alpha)$. MO - высота

в $\triangle AMI$ (он равнобедр. и MO - бис.) он и $\triangle ANI$ (аналогично)

Т.е. $MN \perp AI$. Также $AO = OI$ (MO и ON высоты в равнобедр. $\triangle AMI$ и $\triangle ANI$).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

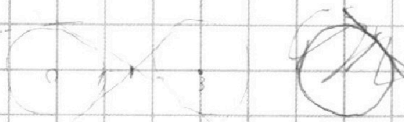
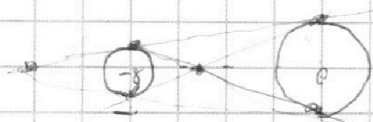
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



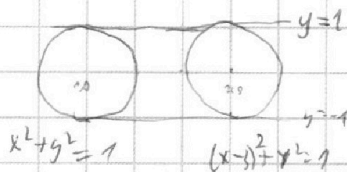
$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 1) \leq 0 \end{cases}$$



$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + (ax+10b)^2 = 1 \\ x^2 + (ax+10b)^2 = 4 \end{cases}$$

x^2



$$\begin{array}{r} 156 \\ \times 156 \\ \hline 936 \\ 780 \\ \hline 256 \\ \hline 156 \\ \hline 23716 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 = 1 & \quad (x-3)^2 + y^2 = 1 \\ y = ax + 10b & \\ x^2 + (ax+10b)^2 = 1 & \\ (x-3)^2 + (ax+10b)^2 = 1 & \\ x^2 + x^2 + 6x - 9 = 0 & \\ x = \frac{3}{2} & \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 764 \\ \times 164 \\ \hline 656 \\ 984 \\ \hline 264 \\ \hline 25896 \end{array}$$

~~$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= ax + b \\ (x-2)^2 + y^2 &= ax + b \\ y &= 1 - x \\ x^2 + 1 - 2x + x^2 &= 1 \\ 2x^2 - 2x &= 0 \\ x(x-1) &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$x^2 + ax^2 + 2abx + b^2 - 1 = 0$$

$$4ab^2 - 4b^2(a+1) + 4(a+1) = 0$$

$$4a^2b^2 - 4b^2a - 4b^2 + 4a + 4 = 0$$~~

$$x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 4$$

$$x^2(a^2+1) + 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 400a^2b^2 - 400b^2a^2 - 400b^2 + 1600ab + 16 = 0$$

$$16a^2 - 400b^2 + 16 = 0$$

$$x^2 + 76x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + x(20ab+76) + 100b^2 + 63 = 0$$

$$D = 300a^2b^2 + 640ab + 256 - 400b^2a^2 - 400b^2 - 252a^2 - 252 = 0$$

$$640ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0$$

$$\begin{cases} 4a^2 - 100b^2 + 4 = 0 \\ 160ab - 100b^2 - 63a^2 + 4 = 0 \end{cases}$$

$$67a^2 - 160ab + 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 25 \\ \hline 335 \\ 67 \\ \hline 804 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ \times 160 \\ \hline 96 \\ \hline 25600 \\ \hline 604 \\ \hline 25796 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 114 \\ \times 214 \\ \hline 248 \\ \hline 124 \\ \hline 25236 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10000 \\ \times 114 \\ \hline 456 \\ 114 \\ \hline 12996 \end{array}$$

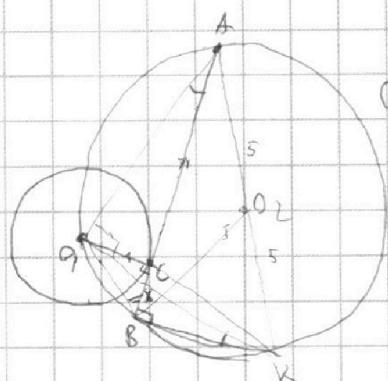
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BK = \sqrt{25 - 64x^2}$$

$$O_1B = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$O_1A = \sqrt{45x^2 + 1}$$

$$\frac{O_1A}{\sin 2\alpha} = \frac{O_1B}{\sin \alpha}$$

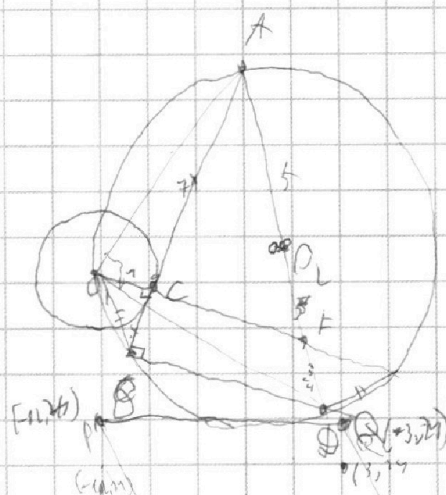
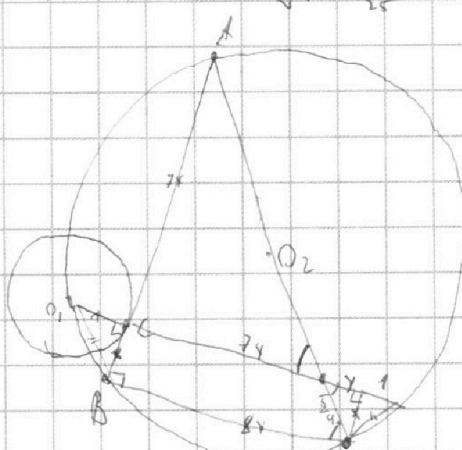
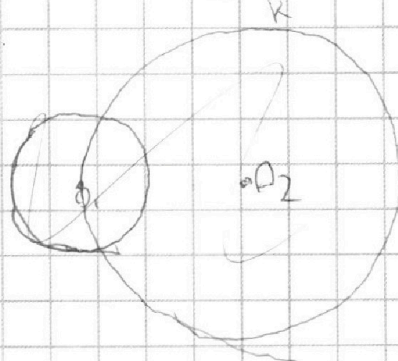
$$\frac{7x}{\frac{3x}{5}} = \frac{3x}{5}$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{3x}{5}$$

$$y = \frac{3}{4}x$$

$$\sin \alpha = \frac{7x}{5}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{49x^2}{25}} = \frac{3x}{5}$$



$$\frac{AC}{AB} = \frac{AF}{AP} = \frac{CK}{BX} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{AF}{70} \quad AF = \frac{70}{8} = \frac{35}{4}$$

$$EP = \frac{5}{4}$$

$$\frac{9}{16}x^2 + x^2 = \frac{8}{16} \cdot 25$$

$$x^2 \cdot \frac{25}{16} = \frac{8}{16} \cdot \frac{25}{16}$$

$$x^2 = 1$$

$$y_2^2 + 2x_2 = y_1 + 2x_1 + 12$$

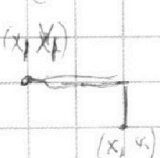
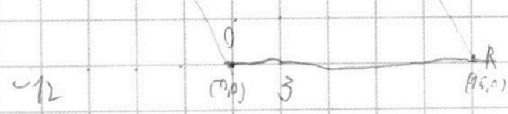
$$y_2 - y_1 = 2x_1 - x_2 + 12$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$RK \quad y = -2x + 30$$

$$OP = -2x$$



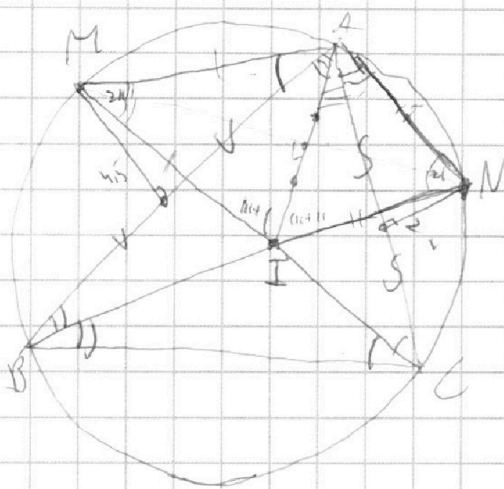
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{\sin l} = 1$$

$$\frac{2}{\sin l} = 11$$

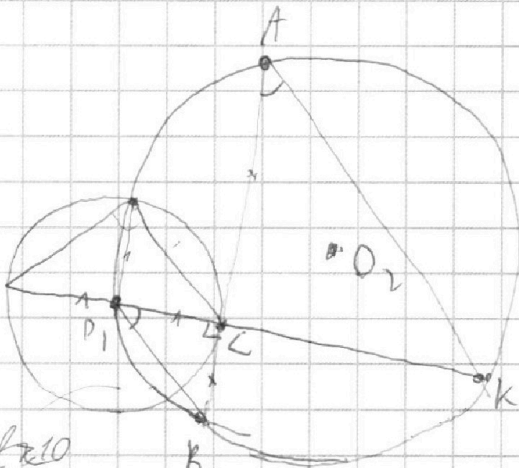
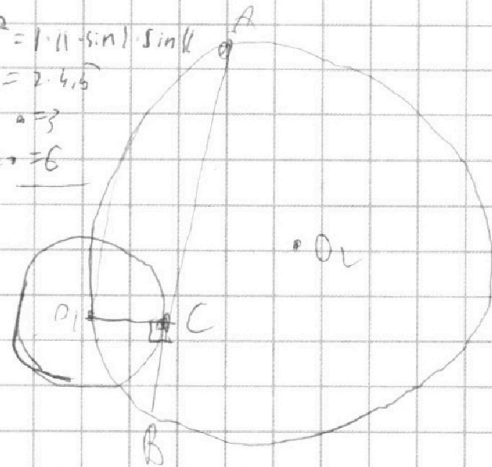
$$\frac{4.5}{\sin l} = 1$$

$$a^2 = 1 \cdot (1 + \sin l) \cdot \sin l$$

$$= 2 \cdot 4.5$$

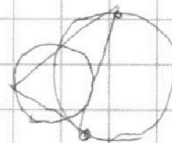
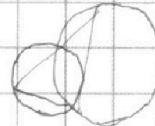
$$a = 3$$

$$2a = 6$$



$$\frac{1}{2x} = \frac{x}{CK}$$

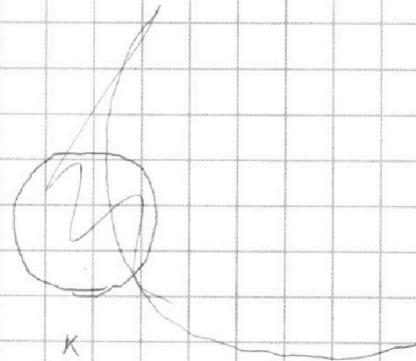
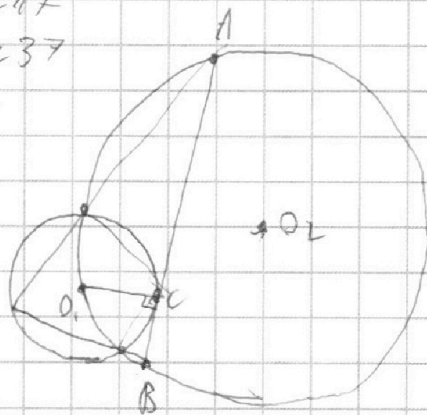
$$CK = 7x^2$$



~~70 < 10~~
~~90 < 10~~
~~100 < 17~~
~~110 < 37~~

~~37~~
~~17~~

2...7



$$a = 2^k$$

$$b = 2^m$$

$$c = 2^h$$

$$k + m = 14$$

$$m + h = 17$$

$$k + h = 20$$

$$2h = 37 - 14 = 23$$

$$2m = 31 - 17 = 14$$

$$m = 7$$

$$k = 7$$

$$h = 13$$

10 8 8 12

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1$$

$$2x^2-5x+3 + 2x^2+2x+1 + 2\sqrt{4x^2-6x} - 2x^2-x+3 = 1$$

$$4x^2 - 3x + 3 = -2\sqrt{4x^2-6x} \rightarrow x^2 + \sqrt{4x^2-6x}$$

$$16x^4 + 9x^2 + 9 - 24x^3 - 18x + 24x^2 = 16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 484 + 492 = 976$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ -22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 884 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ +22 \\ \hline 44 \\ -44 \\ \hline 492 \\ +484 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ 984 \\ 186 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

$$\left[\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} \right]$$

$$\begin{array}{r} 976 \overline{) 1156} \\ 976 \\ \hline 180 \\ 164 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 722} \\ 48 \\ \hline 242 \\ 164 \\ \hline 78 \end{array}$$

$$x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

P
(-1, 24)

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

A (3, 24)

OR: $y = 2x + 24$

QR: $\begin{cases} 24 = 3k + b \\ 0 = 15k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2x + 30 \\ k = -2, b = 30 \end{cases}$

OP: $\begin{cases} 24 = -k + b \\ 0 = 0k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -2 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow y = -2x$

O (0, 0)

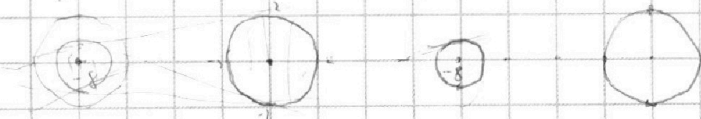
R (15, 0)

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

M(1, 24)

$$2\sqrt{17} =$$

$$\begin{cases} ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \\ ax - by + 19ab = 0 \end{cases} \Rightarrow y = ax + 19ab$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} ab &: 2^{1+1} \cdot 7^{10} \\ bc &: 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac &: 2^{20} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 b^2 &: 2^{59} \cdot 7^{64} \\ abc &: 2^{26} \cdot 7^{32} \end{aligned}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$\frac{1+7}{8^2 - 8 \cdot 7} = \frac{1}{8-7}$$

$$ac \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$a \geq 2^{10} \cdot 7^{17}$$

$$\begin{aligned} a &: 2^8 \cdot 7^{20} \\ b &: 2^6 \cdot 7^0 \\ c &: 2^{12} \cdot 7^{17} \\ &: 2^{26} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

$$r_{ab} : m$$

$$g : m$$

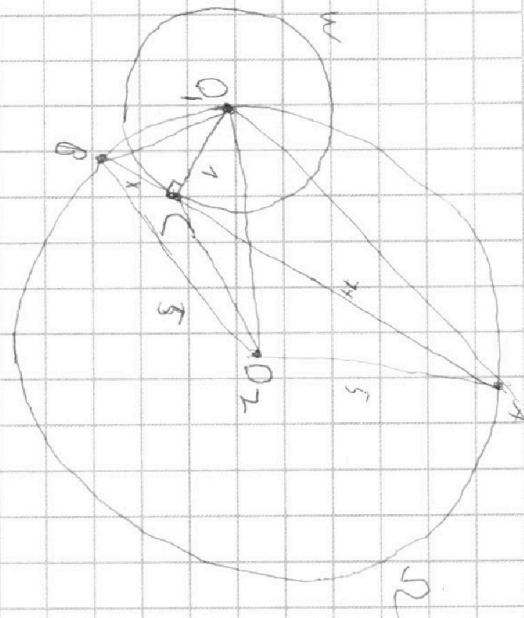
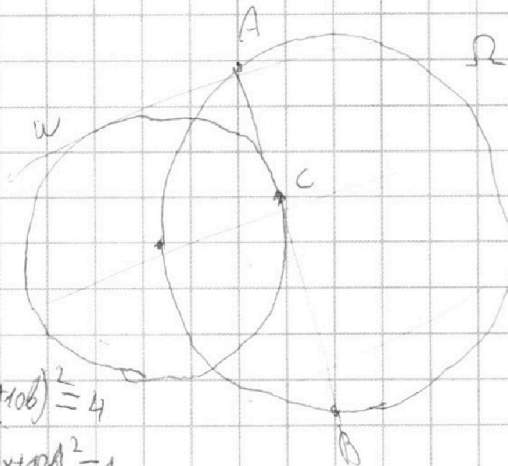
$$g \geq m$$

$$\frac{a}{b} \quad (a, b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$a+b : m$$

$$a^2 - 6ab + b^2 : m$$



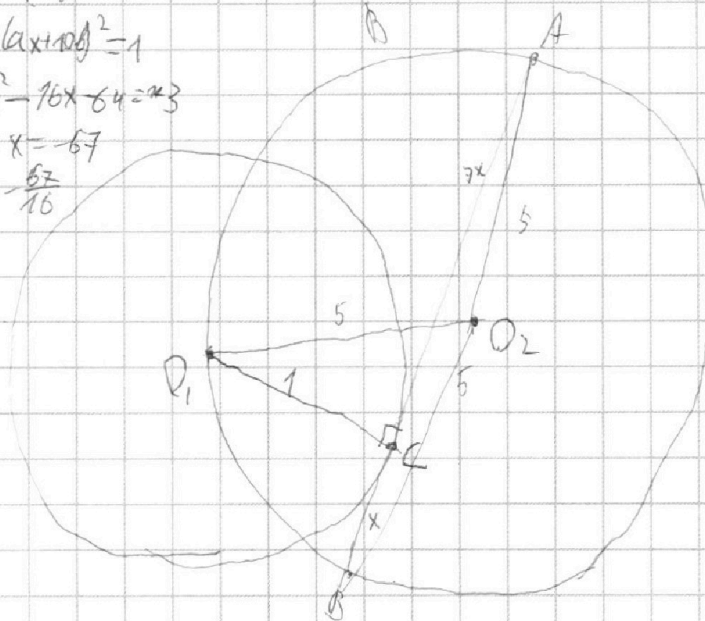
$$\begin{cases} x^2 + (ax+10b)^2 = 4 \\ (x+5)^2 + (ax+10b)^2 = 1 \end{cases}$$

$$(x+5)^2 + (ax+10b)^2 = 1$$

$$x^2 - x^2 - 16x - 64 = -3$$

$$16x = -67$$

$$x = -\frac{67}{16}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$D=25-14=11$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{11}}{4} \approx \frac{1}{2}$$

$$D=98$$

$$2x^2=5x+1$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} = 2-7x + \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$(3/5) \cdot 24$$

$$D = 849x^2 - 21x + 2 + (4-14x)\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$2x^2-5x+3 + 2x^2+2x+1 - 2\sqrt{4x^4+4x^3+2x^2} = 4-28x+49x^2$$

$$2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3} = -45x^2 + 25x$$

$$4x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12 = 625x^2 - 2025x^4 - 2250x^3$$

$$2009x^4 - 2226x^3 + 634x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} \geq \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$2x^2-5x+3 \geq 2x^2+2x+1 \geq 0$$

$$-7x+2 \geq 0$$

$$2-7x \geq 0$$

$$x \leq \frac{2}{7}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$x^2 = 2-7x$$

$$2x^2-5x+3 = 2x^2-2x-1 = 2-7x$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1)$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} - 1 = 0$$

$$a-b = a^2-b^2$$

$$(a-b)(a+b) - (a-b) = 0$$

$$(a-b)(a+b-1) = 0$$

$$4x^2 - 3x + 1 = 0$$