



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. Ответ: $3^{25} 7^{38}$.

Пример: $a = 3^4 7^{22}$; $b = 3^4$; $c = 3^{14} 7^{16}$

Решение:

~~Важно~~, заметим, что если

a, b, c взаимно просты, то $a^2 b^2 c^2 = 3^{11} \cdot 3^{18} \cdot 3^{21} = 3^{50}$, то есть $abc = \sqrt{a^2 b^2 c^2}$, значит abc делится на 3^{25} , потому что

если $abc \cdot 3^{25}$, то $(abc)^2 \cdot 3^{50} = 3^{50}$. Заметим,

что т.ч. a, c делится на 7^{38} , то abc делится на 7^{38} , тогда $abc = 3^{25} 7^{38}$,

а наименьшее число, кратное $3^{25} 7^{38}$, это и есть $3^{25} 7^{38}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2. Если $\frac{a}{b}$ - несократимая дробь, то у a и b (НОД)
Тогда $a+b \equiv b \pmod{a}$, и $a+b \equiv a \pmod{b}$, тогда
числа $a, b, a+b$ - взаимно простые. Мы ищем
наибольший общий делитель чисел $a+b$ и
 $a^2 - 2ab + b^2$. Заметим, что $a^2 - 2ab + b^2 = (a+b)^2 - 4ab$
Тогда если ищем НОД $a+b$ и $(a+b)^2 - 4ab$,
заметим, что $(a+b)^2 : a+b$, тогда если ищем
и НОД $a+b$ и $4ab$. Заметим, что $a+b$
не делится ни на один из делителей
ни числа a ни числа b , тогда $a+b$
не может делиться либо на 2 либо на a ,
либо на b $\neq 10$, заметим, что 10 - наибольшее
из этого списка, то есть НОД $(a+b, 4ab) = 10$,
то есть НОД $a+b$ и $(a+b)^2 - 4ab = 10$,
НОД $a+b$ и $a^2 - 2ab + b^2 = 10$, то есть
наибольшее $m = 10$.

Ответ: 10

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3. Пусть

$$a = 2x^2 - 3x + 4 \neq 0$$

$$b = 2x^2 + x + 3, \text{ тогда } \sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b,$$

$$\text{пусть } x = \sqrt{a}, y = \sqrt{b}, \text{ тогда}$$

$$x - y = x^2 - y^2; x - y = (x - y)(x + y) \text{ сокращаем,}$$

что $(x - y) \neq 0$, тогда

$$(x - y) = (x - y)(x + y); x - y = x + y$$

$$x + y = 1, \text{ то есть}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1, \text{ вычтем из этого}$$

уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} - (\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3}) = 1 - (1 - 4x)$$

$$2\sqrt{2x^2 + x + 3} = 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3} = 2x$$

$$2x^2 + x + 3 = 4x^2$$

$$-2x^2 + x + 3 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{-4}; x_2 = \frac{-1 - 5}{-4}$$

$$x_1 = -1; x_2 = 1,5$$

Подставим полученные корни и заметим, что они подходят, а значит ~~тогда~~ если $x - y \neq 0$ решим так, то есть либо решим методом, либо ~~то~~ есть при $x - y = 0$, то есть при

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 0, \text{ то есть}$$

$1 - 4x = 0$, заметим, что при $x = \frac{1}{4}$ последнее равенство выполнено, тогда ответ: $x = \frac{1}{4}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

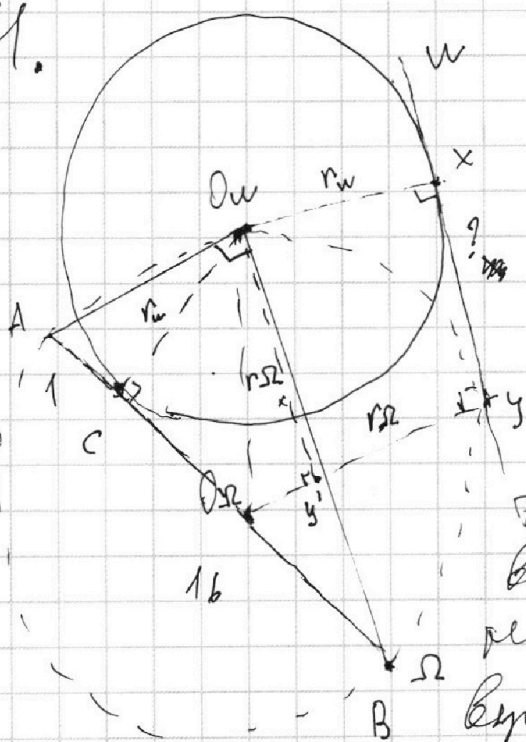
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.



Пусть центр $W - O_W, \Omega - O_\Omega$.
Заметим, что $\angle A O_W B = 90^\circ$, как выходящий в Ω , огибающийся на диаметр AB .
 $\angle O_W C B = 90^\circ$, т.к. OC - радиус, проведенный к касательной AB . Тогда заметим, что $O_W C$ - высота, проведённая в прямоугольном треугольнике $\triangle A O_W B$, у внешнего прямого угла \Rightarrow

$$O_W C = \sqrt{AC \cdot CB} = \sqrt{1 \cdot 16} = 4. \text{ Заметим, что}$$

$O_W C$ - это радиус W , то есть $r_W = O_W C = 4$. Если AB - диаметр, то $r_\Omega = \frac{AB}{2} = \frac{AC + CB}{2} = \frac{1 + 16}{2} = 8,5$.

Пусть общая касательная касается W в точке X , а Ω в точке Y . Тогда $O_W X \perp O_\Omega Y$.

$O_\Omega Y \perp O_W X = 90^\circ$. Проверим принадлежность O_W к $O_\Omega Y$, пусть перпендикуляр из O_W на $O_\Omega Y$ имеет основание Y' . Тогда, т.к.

$O_W Y' Y = Y' Y X = O_W X Y = 90^\circ$ - $O_W X Y Y'$ - прямоугольник и $X Y = O_W Y'$, то есть можем

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

нужно найти OH . Заметим, что
 OH - высота в прямоугольном треугольнике
 $OH \perp AC$, т.е. заметим, что $OH \perp AC =$
 $AC = 8,5$, т.к. OH находится на AC . $AC \perp BC =$
 BC . $AC \perp BC - y \perp y = AC - BC$, т.к. $y \perp y = OH$. Тогда
по теореме Пифагора $OH = \sqrt{AC^2 - BC^2} =$
 $= \sqrt{8,5^2 - 4,5^2} = \sqrt{72,25 - 20,25} = \sqrt{52}$

Ответ: $\sqrt{52}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Докажем, что этот лучший вариант, приведем
пример таких x, y, z .

$x = 2; y = -1; z = 4$ условиям выполняются, а

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{12 - 4 - 16}{4 - 6} = \frac{-8}{-2} = 4$$

Ответ: 4

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5. ~~Задача~~ Подставим 2 во второе уравнение,
получим $\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y} \quad | \cdot xy(3x+2y)$

$$3 \cdot y \cdot (3x+2y) + x \cdot (3x+2y) = 2xy$$

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2yx = 2xy$$

$$3x^2 + 9yx + 6y^2 = 0 \quad | : 3$$

$$x^2 + 3yx + 2y^2 = 0$$

~~Задача~~ Выразим x , через y

$$D = 9y^2 - 4 \cdot 2y^2 = y^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-3y \pm \sqrt{y^2}}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -y; \quad 2 = 3 \cdot (-y) + 2y = -y \quad (1) \\ x = 2y; \quad 2 = 3 \cdot 2y + 2y = 8y \quad (2) \end{array} \right.$$

Подставим x и 2 в выражение $\frac{3x^2 - 4y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2}$ для
первого случая:

$$\frac{3(-y)^2 - 4y^2 - (-y)^2}{(-y)^2 - 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-2y^2}{-5y^2} = \frac{2}{5}$$

Подставим для второго случая:

$$\frac{3(-2y)^2 - 4y^2 - (-4y)^2}{(-2y)^2 - 6y^2} = \frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$7. \frac{8^2 (k+1)^2}{8^2 k(k+1)} = \frac{13}{3} \quad \frac{k+1}{k} = \frac{13}{3}, \text{ по свойству}$$

пропорция $3k+3 = 13k, 10k = 3, k = 0,3$

Ответ: 0,3

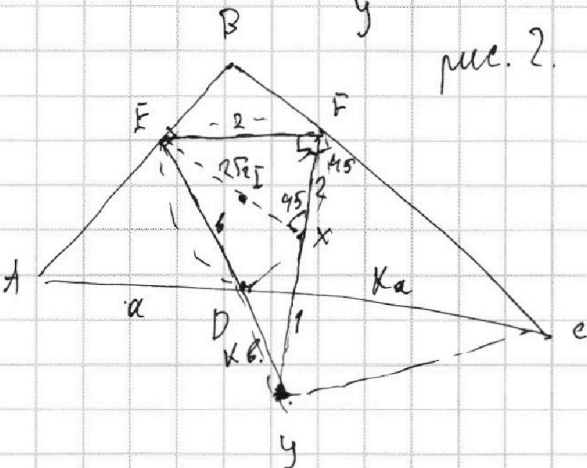
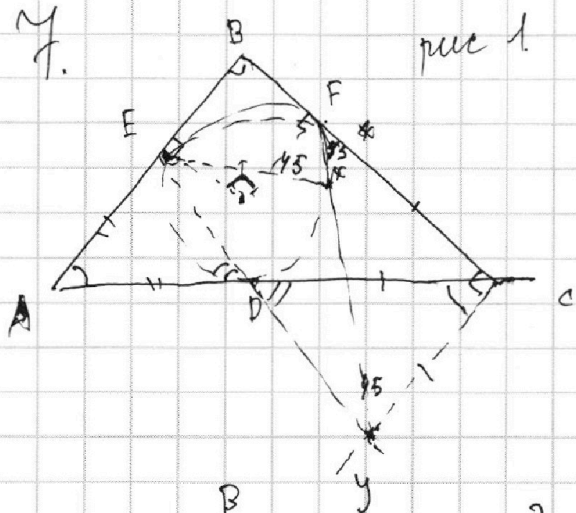
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. $\text{тр. } \angle ABC = \angle BCU = 90^\circ$,
 2. $AB \parallel UC$, $\angle BAC \cong \angle ACU$.
 3. ~~Заметим~~, $\angle EDA = \angle YDC$,
 как вертикальные,
 тогда $\triangle AED \cong \triangle DCY$.
 $\triangle DCY$. $\angle AED = \angle DCY$, как
 отрезки перпендикуляров,
 тогда $DC = CY$, из попо-
 лна, $FC = DC$, как
 отрезки перпендикуляров,
 тогда $FC = CY$, тогда
 $\triangle FCY$ - равнобедрен-
 ный и прямоуголь-
 ный, тогда $\angle FCY = 90^\circ$

$\angle FCB = \angle FYC = 45^\circ$. Пусть I центр
 ω , тогда $\angle IEB = \angle EBF = \angle BFI = 90^\circ$, тогда
 $\angle EIF = 90^\circ$, $\text{тр. } EBF I$ - прямоугольник.
 Тогда $\angle EXF = \angle EIF = 45^\circ$, $\text{тр. } EXF$ - равнобе-
 денный. Тогда за-
 метим, что $\text{тр. } \angle EXF = \angle XFC = 45^\circ$,
 $EX \parallel FC$, $\angle EBC = \angle AEX = 90^\circ$, $\angle AFI = 90^\circ$, тогда E, I и X лежат на одной

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Ч. прямой, то есть EX - диаметр, TX проходит через центр (I). Тогда $\angle EFX = 90^\circ$, как опирающийся на диаметр, тогда заметим, что м.р. $\angle EXF = 45^\circ$, то $\triangle EFX$ - прямоугольный и равнобедренный. Тогда $\frac{EX}{FX} = \sqrt{2}$, а так $EX = 2\sqrt{2}$, то $FX = 2$, и $EF = 2$, как радиус. Пусть $AD = a$, ~~то~~ а $ED = b$, тогда из подобия $CD = ka$, $DY = kb$, тогда нам нужно найти k . Заметим, что м.р. YF и YE - секущие окружности, то $YX \cdot YF = YD \cdot YE$ то есть $4 \cdot (1+2) = kb \cdot (kb+b)$, то есть $k^2 k(k+1) = 3$.

Заметим, что $\angle EYF = 90^\circ$ (по теореме о диаметре $\angle EXF = 90^\circ$) $EY^2 = FY^2 + EF^2 = 3^2 + 2^2 = 13$, то есть

$(kb+b)^2 = 13$, получаем систему:

$$\begin{aligned} k^2 k(k+1) &= 3 & k^2 k(k+1) &= 3 \\ (kb+b)^2 &= 13 & k^2 (k+1)^2 &= 13 \end{aligned}$$

делаем второе наоборот



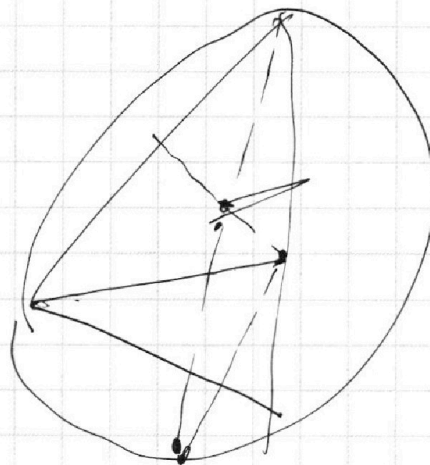
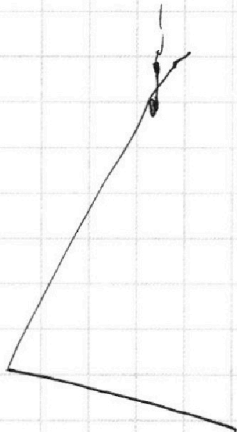
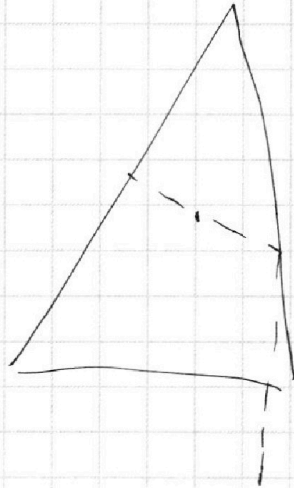
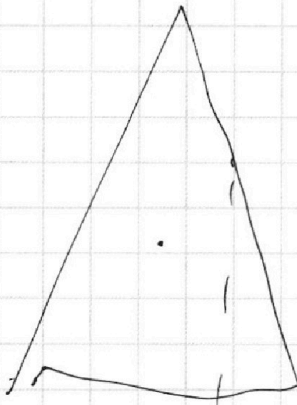
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b \quad 1 - 4 \cdot 1,5$$

$$\sqrt{2,25 + 1,5 + 3} - \sqrt{6,75} = x^2 - y^2$$

$$\sqrt{2+3+4} - \sqrt{6,75-5}$$

$$x - y = x^2 - y^2$$

$$x - y = (x - y)(x + y)$$

$$x + y = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1$$

$$2\sqrt{2x^2 + x + 3} = 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3} = 2x$$

$$2x^2 + x + 3 = 4x^2$$

$$2x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 3$$

$$-2x^2 + x + 3$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1 + 24$$

$$\sqrt{1,45}$$

$$2 \cdot 2,25 - 4,5 + 4$$

$$6,25 - 4,5 =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{t}{x} = \frac{t}{y} - 2 \sqrt{xy} \frac{x \cdot t}{x} = \frac{yt}{x} + 96 \quad \begin{matrix} 2 \cdot 16 & 3 \cdot 8 - 16 = \\ & 2 \cdot 22 \end{matrix}$$
$$\frac{t}{x+6} = \frac{t}{y+6} - 1,25$$
$$t \cdot t = \frac{2xy}{(x+6)(x-y)} = \frac{2xy}{(y+6)(x-y)} - 1,25$$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$
 $a+b \approx 11$
 $b+c \approx 16$
 $a+c \approx 38 \quad 2 \cdot 25$

$a=3^4$
 $2 - 3+5$
 $0 \quad 1+11 \quad 3$
 $2xy$
 $(x+6)(x-y)$
 $(y+6)(x-y)$
 $5 \sqrt{b}$
 $3 \cdot 11 + 1 \cdot 8 + 2 \cdot 1 \quad (x-y)$
 $\frac{2xy}{(y+6)(x-y)} - 1,25$

$$yt = xt - 2xy \quad 2xy \quad 2y \quad y = -1$$
$$t(x-y) = 2xy \quad a+b - 2\sqrt{ab} = a-b \quad \frac{2xy}{y} = 2x = 4$$
$$t = \frac{2xy}{x-y} \quad \frac{2xy}{x-y} \quad \frac{12-4-16}{4-6}$$
$$\frac{3}{2} + \frac{1}{-1} = \frac{2}{4} \quad \frac{2x^2y}{y(x-y)} = \frac{2y^2x}{x(x-y)} + 9 \quad \begin{matrix} 6 \cdot 5 \\ 3 \cdot 7 \end{matrix}$$

$a+b - 2\sqrt{ab} = a-b$
 $12-4-16$
 $4-6$
 $3 \cdot 7$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$a \approx 3^4 \quad 4^{22}$
 $b = 3^4$
 $c = 3^4 \quad 4^{16}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

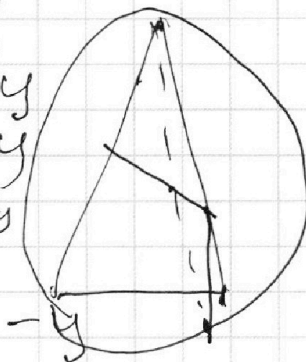
$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y} \quad | \cdot (3x+2y) \quad - 3y+2y$$

$$3y(3x+2y) + x(3x+2y) = 2xy$$

$3y$

$-6y+2y$

$-xy$



$$9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2yx = 2xy$$

$$6y^2 + 3x^2 + 9xy = 0 \quad : 3$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0$$

$$D = 9y^2 - 4 \cdot 2y^2 = y^2$$

$$x_1 = \frac{-3y + y}{2} = -y$$

$$x_2 = \frac{-3y - y}{2} = -2y$$

$$\frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2}$$

$$\frac{-2y^2}{-5y^2}$$

$$3 \cdot 4y^2 - 4y^2 - 16y^2$$

$$\frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2}$$

$$\frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t_m = t_0 - 2$$

$$3x + 2y = 2$$

$$t_m \cdot \sqrt{6+86}$$

$$\frac{t_0 \sqrt{6+86}}{3x+2y} = \frac{2}{2}$$

$$x = \frac{-3y \pm y}{2}$$

$$\frac{9x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$9y^2 - 4 \cdot 2y^2 =$$

$$x^2 = 3xy - 2y^2$$

$t_m \sqrt{6+86}$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$t_0 = t_m + 2$$

$$t_m \sqrt{6+86} = t_0 \sqrt{6+86}$$

$$x = \frac{3xy \pm xy}{2}$$

2

$$3(3xy + 2y^2) + (3x+2y) = 2xy$$

1 2

4

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2yx = 2y \cdot 6 \sqrt{2} x$$

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 = 0$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 6y + 2y$$

$$(3x^2) + (9xy) + (6y^2)$$

$$3x^2 + 6y^2 = 9xy : 2$$

$$\sqrt{2} \cdot 2xy$$

$$x^2 + 2y^2 = 3xy$$

$$2\sqrt{2}xy = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8y^2}$$

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$9y^2 - 4 \cdot 2y^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$k + 6 + \frac{3}{k} = 13 \quad | \cdot k$$

$$k^2 + 6k + 3 = 13k$$

$$k^2 - 7k + 3 = 0$$

$$49 - 12 = 35$$

$$k = \frac{7 \pm \sqrt{35}}{2}$$

$$k^2 + 2k + 1 = 13$$

$$b^2 \cdot k(k+1) = 3$$

$$b^2 \cdot (k^2 + 2k + 1) = (a-b)^2 - 6ab$$

$$b^2 \cdot k(k+1) = 3$$

$$a+b = mk \quad \leftarrow \text{сравним с } a \text{ по } b$$

$$(a-b)^2 - 6ab = 4mt$$

↑ сравним с a^2

$$(k+1)^2 = \frac{13}{3} k(k+1)$$

$$k+1 = \frac{13}{3} k \quad | \cdot 3$$

$$3k+3 = 13k$$

$$3 = 10k$$

$$k = \frac{3}{10}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~ab~~

$$\begin{aligned} a+b &= 11 \\ b+c &= 18 \\ a+c &= 21 \end{aligned} \quad a \quad c \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 7 \quad 38$$

~~Vb~~

$$\begin{aligned} a+b &= 11x+11y \\ b+c &= 18x+16y \\ c+a &= 21x+38y \end{aligned} \quad a+b=11 \quad b+c=18 \quad a+c=21$$

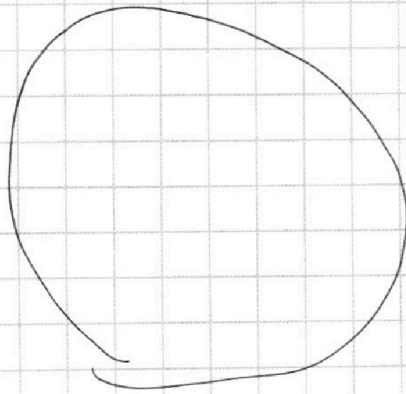
~~tb~~ $tb = tm + 2$
 $Vb \cdot tm + 8b = Vm \cdot tb$

$$\begin{aligned} a &= 11-b \\ 11-b+c &= 21 \\ c &= 21-11+b = 10+b \\ c &= 10+b \end{aligned} \quad a = 11-b \quad c+11-b = 21 \quad c = 10+b$$

$$\begin{aligned} c &= 10+b \\ 10+b+b &= 18 \\ 2b &= 8 \\ b &= 4 \end{aligned} \quad c = 21x + 38y - 11x - 11y + b = 10x + 27y + b$$

$$2b = 18x + 16y - 21x - 38y + 11x + 11y$$

$$b = 28x - 30y$$



$$\begin{aligned} 3 \quad 2 \quad 1 \\ 3 \quad 2 \quad 1 + 7 \quad 38 \end{aligned}$$

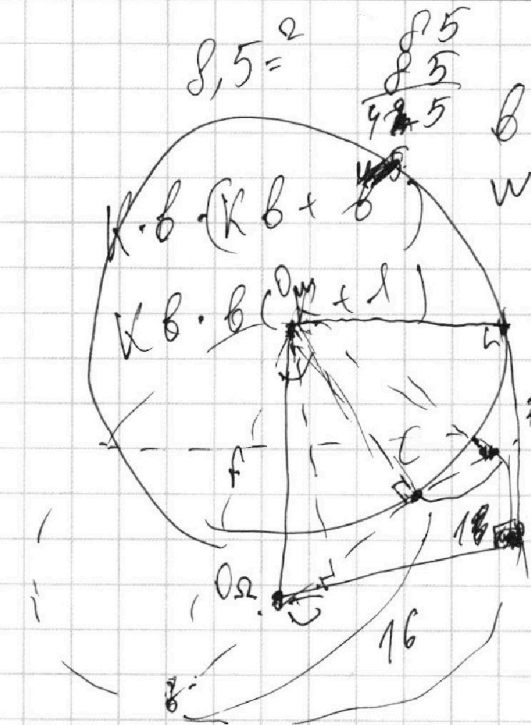
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



≈ 225

$16 = 4$

$2,25 =$
 $20,25 =$

$45 \cdot 45 = 2025$
 $45 \cdot \frac{1}{2} = 22,5$

$180 - 45 - 90 + \frac{1}{2} =$

$135 - \frac{1}{2}$

$85 \cdot 85 \cdot k(k+1) = 3$

$45 \cdot 80 - \frac{1}{2} =$
 $k^2 \cdot k$

$90 - \frac{1}{2}$
 $45 - \frac{1}{2}$

$x^2 + y^2 = 17^2$

$xy = 34$

$x = \frac{34}{y}$

$y^2 + \frac{34^2}{y^2} = 17^2$

$y^4 + 34^2 = 17^2 y^2$

