Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

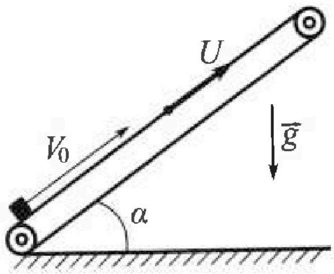
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление в оздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.).



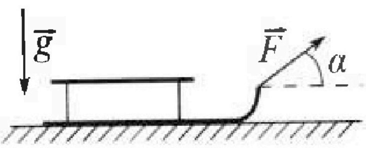
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.

1) За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
3) На какой высоте H, отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g.

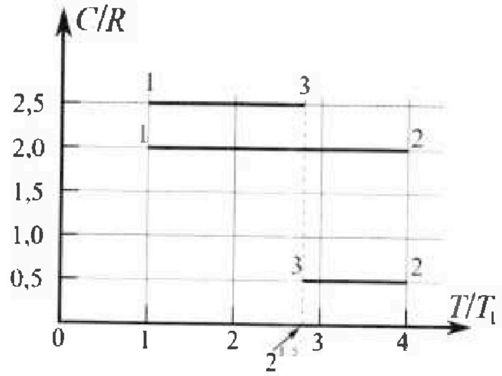
Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

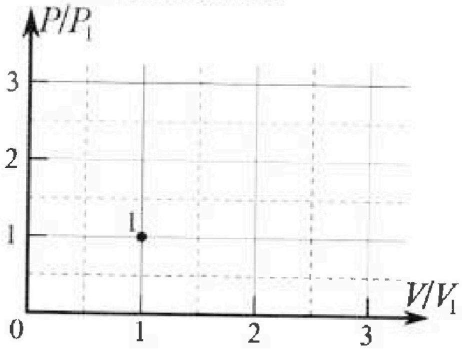
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



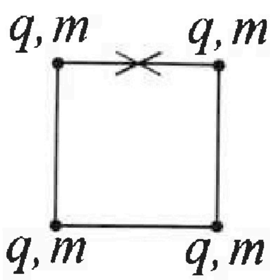
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m, заряд q.



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент про порциональности в законе Кулона k. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.

1) Т.к. в полете на мяч действует только сила тяжести, он движется с ускорением g. Тогда $v_0 - v_к = gT$, где $v_к = 0$ – конечная скорость мяча, т.е. $v_0 = gT = 10 \cdot 2 = 20$ (м/с).

2) Запишем уравнение движения мяча в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси (α – угол между $\vec{v_0}$ и горизонтом; t – время до удара о стенку):

$$\begin{cases} t v_0 \cos\alpha = s \\ v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} = h \end{cases},$$ где h – искомая высота.

Т.к. $\cos\alpha = \frac{s}{tv_0}$, то $h = v_0 t\sqrt{1 - \frac{s^2}{v_0^2 t^2}} - \frac{gt^2}{2} =$

$= \sqrt{v_0^2 t^2 - s^2} - \frac{gt^2}{2}$.

Найдем точки экстремума функции $h(t)$, взяв от нее производную и приравняв ее к нулю:

$$(h(t))' = \left((v_0^2t^2 - s^2)^{\frac{1}{2}}\right)' - \left(\frac{gt^2}{2}\right)' = \left((v_0^2t^2 - s^2)^{\frac{1}{2}}\right)' - gt =$$

$$= \frac{1}{2}(v_0^2t^2 - s^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (v_0^2t^2 - s^2)' - gt = \frac{1}{2}(v_0^2t^2 - s^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2v_0^2 t -$$

$$- gt = \frac{v_0^2 t}{\sqrt{v_0^2t^2 - s^2}} - gt$$

Т.к. $(h(t))' = 0$ в точках экстремума: $\frac{v_0^2 t}{\sqrt{v_0^2 t^2 - s^2}} - gt = 0 \,/ : t \neq 0$

$$\frac{v_0^2}{\sqrt{v_0^2t^2 - s^2}} = g \Rightarrow v_0^2 t^2 - s^2 = \frac{v_0^4}{g^2} \Rightarrow t^2 = \frac{v_0^2}{g^2} + \frac{s^2}{v_0^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + \frac{s^2}{v_0^2}} = \sqrt{\frac{20^2}{10^2} + \frac{20^2}{20^2}} = \sqrt{5}\ (с).$$ Найденная точка – точка максимума, т.е. $h_{max} = h(t) = \sqrt{20^2 \cdot 5 - 20^2} - \frac{10 \cdot 5}{2} = 15$ (м).

Ответ: 1) $v_0 = 20$ м/с; 2) $h_{max} = 15$ м.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

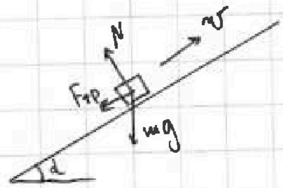
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2.

1) Изобразим силы, действующие на коробку при движении, см. рис.:



Пусть a_1 - ускорение коробки при движении вверх по ленте. Запишем второй закон Ньютона для коробки в проекции на нормаль к ленте и на ось, параллельную ленте, для движения вверх:

$$\begin{cases} N = mg\cos\alpha \\ ma_1 = F_{тр} + mg\sin\alpha \end{cases}$$

Т.к. $F_{тр} = \mu N$, $ma_1 = \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha \Rightarrow a_1 = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)$

Тогда $v_0 T - \frac{a_1 T^2}{2} = S$. Подставляя числа, получаем:

$$4T - \frac{10(0{,}6\cdot\frac{1}{3} + 0{,}8)T^2}{2} = 1 \Rightarrow 4T - 5T^2 = 1 \Rightarrow 5T^2 - 4T + 1 = 0.$$

Данное квадратное уравнение не имеет корней, т.е. коробка остановится, пройдя путь меньше S. Этот путь будет равен $S_1 = \frac{v_0^2}{2a_1} = \frac{4^2}{20} = 0{,}8$ (м) и будет пройден за время $T_1 = \frac{v_0}{a_1} = 0{,}4$ (с).

При движении вниз второй закон Ньютона для коробки будет иметь вид: $ma_2 = mg\sin\alpha - mg\mu\cos\alpha \Rightarrow a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$, где a_2 - ускорение коробки при движении вниз. Тогда

$$\frac{a_2 T_2^2}{2} = S - S_1 \Rightarrow T_2 = \sqrt{\frac{2(S-S_1)}{a_2}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}2}{10(0{,}8 - 0{,}6:3)}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ (с)}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Тогда $T = T_1 + T_2 = \frac{2}{5} + \sqrt{\frac{2}{3}}$ (с).

2) Т.к. система отсчета ленты - инерциальная (лента движется равномерно), ускорения коробки при движении вверх и вниз будут такими же, как в п. 1.

Скорость коробки в СО земли будет равна скорости ленты, когда она остановится относительно ленты, т.е. через время T_1. За это время в СО ленты коробка пройдет путь s_1, а лента в СО земли пройдет путь $s_0 = UT_1 = 2 \cdot \frac{2}{5} = 0{,}8$ (м). Тогда $L = s_0 + s_1 = 0{,}8 + 0{,}8 = 1{,}6$ (м).

3) Скорость коробки в СО земли будет равна нулю, когда в СО ленты коробка будет двигаться вниз со скоростью U. Это произойдет через время $T_3 = \frac{U}{a_2} = \frac{2}{10(0{,}8 - 0{,}6 : 3)} = \frac{1}{3}$ (с) после остановки коробки относительно ленты. В СО ленты после остановки за время T_3 коробка пройдет путь $S_3 = \frac{a_2 T_3^2}{2} = \frac{6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2}{2} = \frac{1}{3}$ (м). Тогда перемещение коробки относительно земли за все время будет равно $S_4 = S_1 - S_3 + U(T_1 + T_3) = \frac{4}{5} - \frac{1}{3} + 2\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) = \frac{29}{15}$ (м). Тогда $H = S_4 \sin\alpha = \frac{29 \cdot 4}{15 \cdot 5} = \frac{116}{75}$ (м).

Ответ: 1) $T = \frac{2}{5} + \sqrt{\frac{2}{3}}$ с; 2) $L = 1{,}6$ м; 3) $H = \frac{116}{75}$ м.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

1) Т.к. в обоих случаях санки были разогнаны до одинаковой скорости за одинаковое время, они двигались с равными ускорениями. Запишем второй закон Ньютона для санок в проекции на горизонтальную и вертикальную оси в обоих случаях (m - масса санок, a_1 и a_2 - ускорение санок соответственно в первом и втором случаях):

$$\begin{cases} N_1 + F\sin\alpha = mg \\ -\mu N_1 + F\cos\alpha = ma_1 \\ N_2 = mg \\ -\mu N_2 + F = ma_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\mu mg - (-F\sin\alpha)\mu + F\cos\alpha = ma_1 \quad (1) \\ -\mu mg + F = ma_2 \quad (2) \end{cases}$$

Т.к. $a_1 = a_2$, приравняем (1) и (2): $-\mu mg + \mu F\sin\alpha + F\cos\alpha = F - \mu mg \Rightarrow \mu F\sin\alpha + F\cos\alpha = F \Rightarrow \mu\sin\alpha + \cos\alpha = 1 \Rightarrow \mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

2) Запишем второй закон Ньютона для санок в проекции на горизонтальную и вертикальную оси (a_3 - ускорение санок после прекращения действия внешней силы):

$$\begin{cases} N_3 = mg \\ \mu N_3 = ma_3 \end{cases} \Rightarrow a_3 = \mu g.$$

Тогда, т.к. движение санок равноускоренное, $a_3 T = v_0 \Rightarrow T = \frac{v_0}{a_3} = \frac{v_0}{\mu g} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g(1-\cos\alpha)}$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$; 2) $T = \frac{v_0\sin\alpha}{g(1-\cos\alpha)}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 4.

Т.к. теплоемкость газа в процессах 1-2, 2-3 и 3-1 постоянная, эти три процесса политропны.

2) $\eta = \frac{Q_+ - Q_-}{Q_+}$ (по определению КПД)

Из графика $\frac{C}{R}\left(\frac{T}{T_1}\right)$ видно, что ~~на~~ в процессе 1-2 газ получал тепло (т.е. $Q_+ = Q_{12}$), а в процессах 2-3 и 3-1 - отдавал (т.е. $Q_- = Q_{23} + Q_{31}$). Тогда $Q_{12} = \nu \Delta T_{21} \cdot C_{12} = \Delta T_{21} \cdot C_{12} = (4T_1 - T_1) \cdot 2R = 6RT_1$, $Q_{31} = \nu \Delta T_{31} C_{31} = \Delta T_{31} C_{31} = (2^{\frac{3}{2}} - 1) T_1 \cdot \frac{5}{2} R = 5\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right) RT_1$, $Q_{23} = \nu \Delta T_{23} C_{23} = \Delta T_{23} C_{23} = (4 - 2^{\frac{3}{2}}) T_1 \cdot \frac{R}{2} = (2 - \sqrt{2}) RT_1$. Тогда $\eta = \frac{6RT_1 + (-5\sqrt{2} + \frac{5}{2} - 2 + \sqrt{2})RT_1}{6RT_1} =$

~~$= 1 - \frac{\frac{2}{2} + 4\sqrt{2}}{6} = 1 - \frac{3}{4}$~~ $= \frac{\frac{13}{2} - 4\sqrt{2}}{6} = \frac{13}{12} - \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

1) Для политропного процесса при $\nu = 1$ моль и $i = 3$ $C = R\left(\frac{1}{1-\gamma} + \frac{3}{2}\right)$, где γ - показатель политропы (в формуле $pV^{\gamma} = const$, описывающей политропный процесс).

Тогда для процесса 1-2 $C = 2R \Rightarrow \frac{1}{1-\gamma} + \frac{3}{2} = 2 \Rightarrow \frac{1}{1-\gamma} = \frac{1}{2} \Rightarrow \gamma = -1 \Rightarrow \frac{p}{V} = const$. Т.к. $T_2 = 4T_1$, то $n = \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 2$.

Тогда $A_{12} = (n-1) p_1 V_1 \cdot \frac{n+1}{2} = \frac{p_1 V_1}{2}(n^2 - 1) = \frac{3}{2} p_1 V_1 = \frac{3}{2} \nu R T_1 = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 400 = 4986$ (Дж).

3) Для процесса 3-1 $C_{31} = \frac{5R}{2} \Rightarrow \frac{1}{1-\gamma} + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow \gamma = 0 \Rightarrow p = const$,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

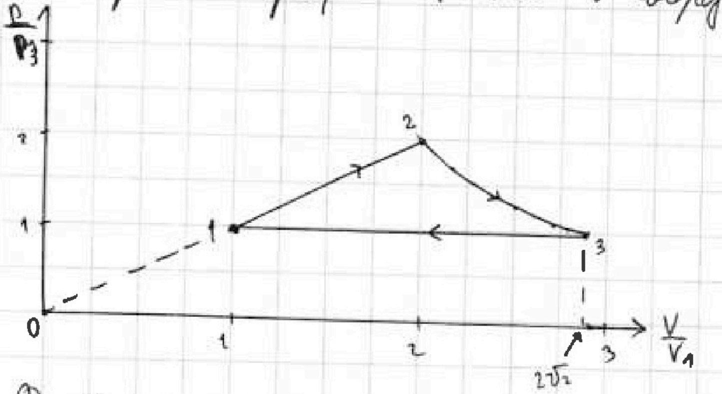
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

т.е. процесс 3-1 – изобарный.

Для процесса 2-3 $\frac{1}{1-\gamma}+\frac{3}{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{1-\gamma}=-1 \Rightarrow \gamma=2 \Rightarrow$

$\Rightarrow pV^2=const.$

Построим график цикла в координатах $(P/P_1,\ V/V_1)$:



Ответ: 1) $A_{12}=4{,}86$ Дж; 2) $\eta=\frac{13}{12}-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5.

1) Изобразим силы, действующие на один из шариков (см. рис.1):

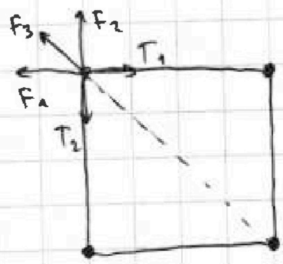


рис.1

При этом $F_1 = F_2 = \frac{q^2 k}{b^2}$, $F_3 = \frac{q^2 k}{(\sqrt{2} b)^2} = \frac{q^2 k}{2b^2}$.

Т.к. картина симметрична, $T_1 = T_2 = T$. Запишем условие равновесия шарика в проекции на ~~горизонтальную и вертикальную оси:~~ горизонтальную ось:

$$T = F_1 + \frac{F_3 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{q^2 k}{b^2} + \frac{q^2 k \cdot \sqrt{2}}{2b^2 \cdot 2} = \frac{q^2 k}{b^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

2) Т.к. на систему „шарики + нити" не действуют внешние силы, ~~расположение центра масс системы~~ будет выполняться закон сохранения импульса, т.е. в ходе движения центр масс системы будет неподвижен, а система не будет вращаться. Т.е. положение системы относительно начального будет иметь вид с рис.2.

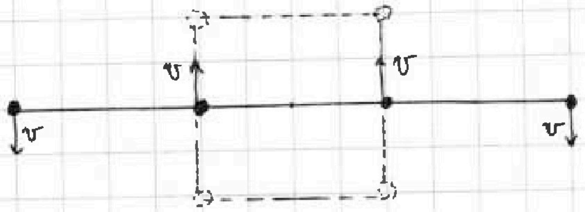


рис.2

— стало
- - - было

Пусть два средних шарика в этот момент имели скорость v (из симметрии). Тогда, т.к. скорости крайних шариков будут им противонаправлены, по закону сохранения импульса они также будут равны v. Запишем закон сохранения энергии: $4\cdot\frac{mv^2}{2}+W_1=W_0$, где W_1 и W_0 – ~~нач~~ конечная и начальная энергия кулоновского взаимодействия в системе.

$$W_0=\left(\frac{q^2k}{b}\cdot 2+\frac{q^2k}{\sqrt{2}\,b}\right)\cdot 4:2=\frac{q^2k}{b}(4+\sqrt{2})$$

(умножаем на 4, т.к. шариков 4, делим на 2, т.к. каждый шарик был учтен 2 раза)

$$W_1=\frac{q^2k}{3b}+\frac{q^2k}{2b}+\frac{q^2k}{b}+\frac{q^2k}{2b}+\frac{q^2k}{b}=\frac{10q^2k}{3b}$$

Тогда $2mv^2=W_0-W_1=\frac{q^2k}{b}\left(4+\sqrt{2}-\frac{10}{3}\right)=\frac{q^2k}{b}\left(\frac{2}{3}+\sqrt{2}\right)$, откуда $v=\sqrt{\frac{q^2k\left(\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{bm}}$.

3) Из рис. 2 получаем, что $d=\sqrt{b^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2}=\frac{b}{2}\sqrt{5}$.

Ответ: 1) $T=\frac{q^2k}{b^2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$; 2) $v=\sqrt{\frac{q^2k\left(\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{bm}}$; 3) $d=\frac{b\sqrt{5}}{2}$.

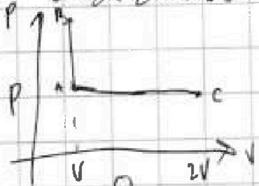
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4



$A_{AB}=0$

$\Delta U_{AB}=\frac{3}{2}\Delta pV$ pV

$\nu R\Delta T=\Delta pV$

$pV^{\gamma}=const$

$p^{\frac{1}{\gamma}}V=const$ $pV=\nu RT$

$C=\frac{Q}{\nu\Delta T}$ $\nu=1$ моль

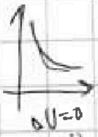
$pV^{\gamma}=const$

$pV=RT$

$C=\frac{Q}{\Delta T}$

$C=\frac{Q}{\nu\Delta T}$ $C_V=\frac{3}{2}R$

$\frac{3}{2}pV$ pV



$\Delta U=0$, $A=Q$

$A_{AC}=p\Delta V$ $\frac{5}{2}pV$ все 3 процесса – политропные

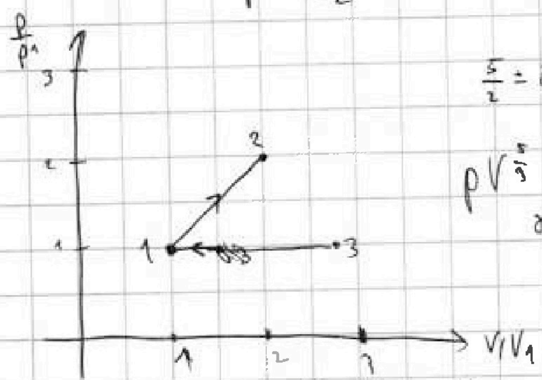
$V\to nV$

$\Delta U_{AB}=\frac{3}{2}p\Delta V$

$\Delta U=\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{p}{n^{\gamma}}\cdot Vn-pV\right)=$

$C_p=\frac{5}{2}R$ => 1–3 – изобарный процесс

$=\frac{3}{2}pV\left(n^{1-\gamma}-1\right)$



$\frac{5}{2}=\gamma$?

$pV^{\frac{5}{3}}=const$

$\gamma=\frac{5}{3}$

$p=\frac{a}{V^{\gamma}}=aV^{-\gamma}$

$A=\int_V^{nV}p(V)dV=-a\gamma V^{-\gamma+1}\Big|_V^{nV}=$

$=-a\gamma\left(V^{-\gamma+1}\cdot n^{-\gamma+1}-V^{-\gamma+1}\right)=$

$=a\gamma V^{-\gamma+1}\left(1-n^{-\gamma+1}\right)=$

$=pV\gamma\left(1-n^{-\gamma+1}\right)$

$\Delta T=T_1-T_0=\frac{\frac{p}{n^{\gamma}}\cdot Vn-pV}{R}=$

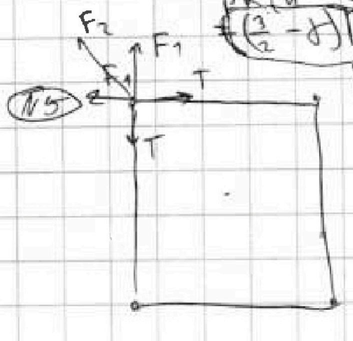
$=\frac{pV}{R}\left(n^{1-\gamma}-1\right)$

$Q=A+\Delta U=pV\left(\frac{3}{2}\left(n^{1-\gamma}-1\right)+\gamma(1-n^{1-\gamma})\right)=$

$C=\frac{\cancel{pV(n^{1-\gamma}-1)}\left(\frac{3}{2}-\gamma\right)R}{\cancel{pV(n^{1-\gamma}-1)}}=\left(\frac{3}{2}-\gamma\right)R$

$=pV\left(n^{1-\gamma}-1\right)\left(\gamma+\frac{3}{2}\right)$

№5



$F_1=\frac{q^2k}{b^2}$

$F_2=\frac{q^2k}{2b^2}$

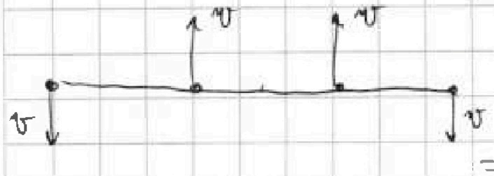
$T=F_1+F_2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{q^2k}{b^2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\frac{5}{2}+\frac{1}{3}=\frac{17}{6}$

$Q=C\nu\Delta T$

$\frac{10}{3}$

$W_0=\left(\frac{q^2k}{b}\cdot2+\frac{q^2k}{\sqrt{2}b}\right)\cdot2=\frac{q^2k}{b}\left(4+\sqrt{2}\right)$



$W_1=\frac{q^2k}{3b}+\frac{q^2k}{2b}+\frac{q^2k}{b}+\frac{q^2k}{2b}+\frac{q^2k}{b}=$

$=\frac{q^2k}{b}\cdot\frac{17}{6}$

$W_0=W_1+4\frac{mv^2}{2}$ => $2mv^2=\left(\frac{7}{6}-\sqrt{2}\right)\frac{q^2k}{b}$ => $v=\sqrt{\left(\frac{7}{12}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\frac{q^2k}{bm}}$

ц.м. на месте,

$\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1

1) $v_0 = gT = 20$ м/с

2) ~~$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$~~

~~$v_0 \cos\alpha\, t = S$~~

~~$\frac{2v_0^2}{g} \sin\alpha \cos\alpha = S$~~

~~$\frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha = S$~~

t

$$\begin{cases} v_0 \cos\alpha\, t = s \\ v_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2} = h \end{cases}$$

$20 \cos\alpha\, t = 20 \Rightarrow \cos\alpha\, t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{\cos\alpha}$

$20 \cdot \sin\alpha \cdot t - 5t^2 = h$

$20 \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{5}{\cos^2\alpha} = h$

$5 \cdot \frac{4\sin\alpha\cos\alpha - 1}{\cos^2\alpha} = h$

~~$h(\alpha)' = -20 \frac{\cos\alpha}{-\sin\alpha} + 10 \cos^{-3}\alpha$~~

$(u \cdot v^{-1})' = u'(v^{-1}) + u(v^{-1})' =$ $\left(\frac{v}{u}\right)' = \frac{v'-u'}{u^2}$

$h(\alpha)' = 20\left(\frac{\cos\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}\right) + \frac{15}{\cos^3\alpha} = 0$

$4 \cdot \frac{\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{3}{\cos^3\alpha} = 0$

$4(\cos^2\alpha + \cos\alpha\sin\alpha) + 3 = 0$

$(\cos\alpha + \sin\alpha) = -\frac{3}{4}$

№3

$F_{тр2} = \mu mg$

$a_2 = \frac{F - \mu mg}{m} = \frac{F}{m} - \mu g$

$F_{тр1} = \mu(mg - F\sin\alpha)$

$a_1 = \frac{F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha}{m} = \frac{F}{m}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu g$

$a_1 = a_2 \Rightarrow \cancel{\frac{F}{m}} - \cancel{\mu g} = \frac{F}{m}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \cancel{\mu g}$

$\cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1 \Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$

$T_0 = \frac{v_0}{a_2} = \frac{v_0}{\frac{F}{m} - \mu g}$

$N_1 = mg - F\sin\alpha$

$T_{ост} = \frac{v_0}{\mu g} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g(1 - \cos\alpha)}$

$s\,tg\alpha - \frac{gt^2}{2} = h$

$t = \frac{s}{v_0\cos\alpha}$

$s\,tg\alpha - \frac{s^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} = h$

$\cos\alpha = \frac{s}{t v_0}$

$\cos\alpha = \frac{1}{t}$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{t^2}} = \frac{\sqrt{t^2 - 1}}{t}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$(v_0^2 t^2 - s^2)^{\frac{1}{2}}$ $\quad \frac{df}{dg}\cdot\frac{dg}{dx}$ $\quad f(g) = g^{\frac{1}{2}}$

$g(t) = v_0^2 t^2 - s^2$

$\frac{1}{2}(v_0^2 t^2 - s^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 v_0^2 t =$

$= \frac{v_0^2 t}{\sqrt{v_0^2 t^2 - s^2}}$

$v_0^2 t^2 - s^2 = \left(\frac{v_0^2}{g}\right)^2$

$v_0^2 t^2 = \frac{v_0^4}{g^2} + s^2$

$\frac{v_0^2 t}{\sqrt{v_0^2 t^2 - s^2}} - gt = 0$

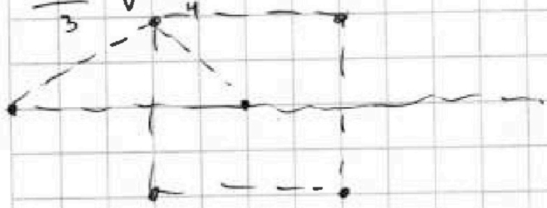
$t^2 = \frac{v_0^2}{g^2} + \frac{s^2}{v_0^2}$

$\frac{v_0^2}{\sqrt{v_0^2 t^2 - s^2}} = g$

$2^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{5}{2}$ $\quad t^2 = \frac{20^2}{10^2} + \frac{20^2}{20^2} = 5$

$\sqrt{20^2 \cdot 5 - 20^2} = 5 \cdot 5$

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ V $\frac{1}{4}$ $\quad 8\sqrt{2}$ $\quad 3$



$Q_{nelus} = \left(-2{,}5\ (2^{1{,}5} - 1) + 2\cdot 3 - \frac{1}{2}\cdot (4 - 2^{1{,}5})\right)\cdot RT_1 =$

$= \left(-5\cdot 2^{\frac{1}{2}} + 6 + \frac{5}{2} - 2 + 2^{\frac{1}{2}}\right) =$

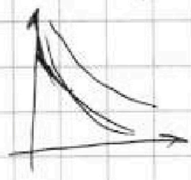
$pV^{\gamma} = const = a$ $\quad = -5\sqrt{2} + \ldots + \sqrt{2} = \ldots - 4\sqrt{2}$

$pV = \nu RT$ $\quad p = a\cdot V^{-\gamma}$

$V \to nV$

$p \to \frac{p}{n^{\gamma}} = p\cdot n^{-\gamma}$ $\quad C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{RT(n^{-\gamma+1} - 1)\left(\frac{3}{2} - \gamma\right)}{T(1 - n^{-\gamma+1})} =$

$T \to T\cdot n^{-\gamma+1}$ $\quad = \left(\gamma - \frac{3}{2}\right)R$



$p = const$, $\gamma = 0$, $C = \frac{5}{2}$

$\frac{3}{2} - \gamma$

$\Delta T = T(1 - n^{-\gamma+1})$

$\Delta U = \frac{3}{2} pV(n^{-\gamma+1} - 1)$ $\quad \gamma = 1$ $\quad T = const$

$C \to \infty$

$A = \int_V^{nV} p(V)\cdot dV = \int_V^{nV} aV^{-\gamma}\cdot dV = -\gamma a V^{-\gamma+1}\Big|_V^{nV} = -\gamma a n^{-\gamma+1} V^{-\gamma+1} +$

$Q = 0$

$C = 0$

$+\gamma a V^{-\gamma+1} = \gamma a V^{-\gamma+1}(1 - n^{-\gamma+1}) = \gamma pV(1 - n^{-\gamma+1})$ $\quad \gamma = \frac{5}{3}$

$Q = A + \Delta U = pV(n^{-\gamma+1} - 1)\left(\frac{3}{2} - \gamma\right)$ $\quad \frac{3}{2} pV(n-1)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

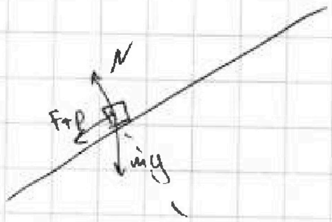
№2

1) $N = mg\cos\alpha$

$F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$

$a = \dfrac{F_{тр} + mg\sin\alpha}{m} = \mu g\cos\alpha + g\sin\alpha =$

$= g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) = g\left(\dfrac{0{,}6}{3} + 0{,}8\right) = g$



$v_0 T - \dfrac{aT^2}{2} = 5$

$6 - \dfrac{3}{2} - 2(2\sqrt{2} - 1) =$

$= \dfrac{9}{2} - 4\sqrt{2} + 2 = \dfrac{13}{}$

$uT - 5T^2 = 1$

$5T^2 - uT + 1 = 0$ никогда?,

2) ускорение такое же

$v = 2$ м/с, т.е. коробка остановилась

$\left(\dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{3}\right) \cdot 2$

$s = 0{,}8$ м, $T = 0{,}4$ с $\Rightarrow L = s + vT = 1{,}6$ м

$\dfrac{4}{5}$

3) когда она будет двигаться вниз со скоростью 2 м/с относительно ленты

$a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 0{,}4g$

$0{,}6g$

$\dfrac{\cancel{2}^{3} \cdot \frac{1}{9}}{\cancel{2}} = \dfrac{1}{3}$

$T_2 = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$ с

$L_2 = L - \dfrac{vT_2}{2} + vT_2 = L + \dfrac{vT_2}{2} = 1{,}6 + 0{,}5 = 2{,}1$ (м)

$\dfrac{8}{5}^{\backslash 3} + \dfrac{1}{3}^{\backslash 5} =$

$H = L_2 \sin\alpha = \dfrac{21 \cdot 4^2}{10 \cdot 5} = \dfrac{42}{25}$ (м)

$= \dfrac{29}{15}$

$20t\dfrac{\sqrt{t^2-1}}{t} - 5t^2 = h$

$(f(g(x)))' = \dfrac{df}{dg} \cdot \dfrac{dg}{dx}$

$29 \cdot 4 = 80 + 36 = 116$

$20\sqrt{t^2-1} - 5t^2 = h$

$(t^2-1)^{\frac{1}{2}}$

$g(t) = t^2 - 1$

$f(g) = g^{\frac{1}{2}}$

$20\left(\frac{1}{2}(t^2-1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2t)\right) - 10t =$

$= 20\dfrac{t}{\sqrt{t^2-1}} - 10t = 0$

$h_{max} = 40 - 25 = 15$ (м)

$v_0^2 t^2 - 5^2$

$\sqrt{\dfrac{0{,}4}{0{,}6}}$ $\sqrt{2 \cdot \dfrac{0{,}2}{0{,}6}}$

$\dfrac{2}{\sqrt{t^2-1}} - 1 = 0$

$t = \sqrt{5}$

$\sqrt{t^2-1} = 2$ $t^2 - 1 = 4$ $= 5$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$A = \int_V^{nV} pV \cdot dV = \int_V^{nV} aV^{-\gamma} \cdot dV = \frac{aV^{-\gamma+1}}{1-\gamma}\Big|_V^{nV} =$$

$$= \frac{aV^{-\gamma+1}(1-n^{-\gamma+1})}{1-\gamma} = \frac{pV(1-n^{-\gamma+1})}{1-\gamma}$$

$$Q = A + \Delta U = pV(1-n^{-\gamma+1})\left(-\frac{3}{2} + \frac{1}{1-\gamma}\right) =$$

$$= pV(1-n^{-\gamma+1}) \frac{2-3+3\gamma}{2(1-\gamma)}$$

$$c = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{R\cancel{T}\cancel{(1-n^{-\gamma+1})} \cdot \frac{3\gamma-1}{2-2\gamma}}{\cancel{T}\cancel{(1-n^{-\gamma+1})}} =$$

$$= R \cdot \left(\frac{2}{2-2\gamma} - \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{1}{1-\gamma} - \frac{3}{2}\right)$$

$$\frac{3\gamma-3}{2-2\gamma} + \frac{2}{2-2\gamma}$$

$$\frac{a}{(1-\gamma)} - b$$

$$\frac{1}{1-\gamma} + \frac{3}{2} = \frac{2+3-3\gamma}{2(1-\gamma)} = \frac{5-3\gamma}{2(1-\gamma)}$$

$$a - b = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{1-\gamma} + \frac{3}{2} = 2$$

$$8{,}31 \times 600 = 4986{,}00$$

$$a + \frac{3a}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{a}{\frac{2}{3}} - b = 0$$

$$-\frac{3a}{2} = b$$

$$a = 1$$

$$b = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{1-\gamma} = \frac{1}{2}$$

$$1-\gamma = 2$$

$$1-2: \ \frac{p}{V} = const$$

$$\frac{1}{1-\gamma} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1-\gamma} + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\gamma = 0$$

$$\frac{1}{1-\gamma} = -1$$

$$\gamma = -2 \quad \frac{p}{V^2} = const$$

$p \quad V \qquad np \quad nV$

$$(n-1)pV \quad \frac{n+1}{2}$$

$$p_1V_1 = \nu RT_1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!