



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



~~1~~ [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

~~2~~ [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

~~3~~ [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.

~~4~~ [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-13;26)$ ,  $Q(3;26)$  и  $R(16;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .

~~6~~ [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

~~7~~ [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Объем:  $2^{28} \cdot 7^{39}$

Пусть  $a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2} \cdot h_1 : (h_1, 7) = 1, (h_1, 2) = 1$

$b = 2^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2} \cdot h_2 : (h_2, 7) = 1, (h_2, 2) = 1$

$c = 2^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2} \cdot h_3 : (h_3, 7) = 1, (h_3, 2) = 1$

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 15 & (1) \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 11 & (2) \end{cases}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \Rightarrow \begin{cases} \beta_1 + \gamma_1 \geq 17 & (3) \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 18 & (4) \end{cases}$$

$$ca : 2^{23} \cdot 7^{39} \Rightarrow \begin{cases} \gamma_1 + \alpha_1 \geq 23 & (5) \\ \gamma_2 + \alpha_2 \geq 39 & (6) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (1) + (3) + (5) = \alpha_1 + \beta_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \gamma_1 + \alpha_1 =$$

$$= 2(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1) \geq 15 + 17 + 23 = 55$$

$$\Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq \frac{55}{2} \text{ но } \alpha_1, \beta_1, \gamma_1 \in \mathbb{N}_0$$

$$\Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 28$$

аналогично  $(2) + (4) + (6) = 2(\gamma_2 + \alpha_2 + \beta_2) \geq$

$$\geq 11 + 18 + 39 = 68 \Rightarrow \gamma_2 + \alpha_2 + \beta_2 \geq 34$$

$$abc = 2^{(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1)} \cdot 7^{(\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2)} \cdot h_1 \cdot h_2 \cdot h_3 \geq$$

$$\geq 2^{28} \cdot 7^{34} \text{ но } \gamma_2 + \alpha_2 \geq 39 \text{ по (6)} \Rightarrow \gamma_2 + \alpha_2 + \beta_2 \geq 39$$

и т.к.  $h_1, h_2, h_3 \in \mathbb{N}_0$

$$\Rightarrow a \cdot b \cdot c \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$$

Пример.

$$a = 2^{11} \cdot 7^{16}$$

$$b = 2^4 \cdot 7^0$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{23}$$

$$a \cdot b = 2^{15} \cdot 7^{16}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{23}$$

$$ca = 2^{24} \cdot 7^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a}{b} \text{ несократима} \Rightarrow (a, b) = 1.$$

$$\text{Допустим } a+b : m, a^2 - 7ab + b^2 : m$$

$$a^2 - 7ab + b^2 = (a+b)^2 - 9ab : m, a+b : m$$

$$\Rightarrow 9ab : m, \text{ допустим } (m, a) \neq 1.$$

$$a+b : m \text{ пусть } (a, m) = d \neq 1 \Rightarrow a+b : d$$

$$a : d \Rightarrow b : d \text{ но } (a, b) = 1 \rightarrow \text{невозможно}$$

$$\Rightarrow \text{Еще } 9ab : m \Rightarrow 9 : m \Rightarrow m \leq 9$$

Пример

$$a = 1, b = 8$$

$$\Rightarrow a+b = 9 \quad a^2 - 7ab + b^2 = 1 + 64 - 56 =$$

$$= 9 : 9$$

Ответ: 9.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

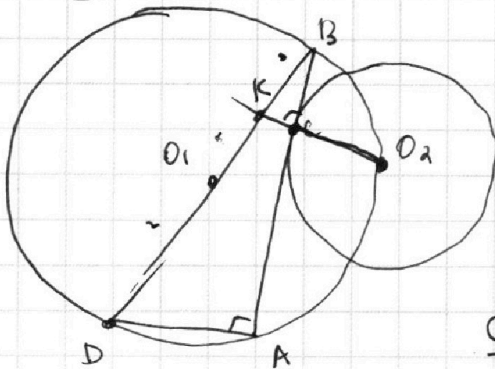
1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3.



Стусы  $O_1$  - центр  $\Omega$

$O_2$  - центр  $\omega$ .

манга  $O_2C \perp BA$ , т.к.

$AB$  имеет в точке  $C$  и  $\omega$

по уму, Стусы  $BD$  - диаметр

$\Omega \Rightarrow \angle BAD = 90^\circ \Rightarrow$

$\omega_2 \parallel DA, \omega_2 \cap BD = K$

$\Rightarrow$  по теореме Фалеса  $\frac{BK}{KD} = \frac{BC}{CA} = \frac{7}{17}$

и при том  $BD = 2 \cdot 13 = 26$

$$\Rightarrow \frac{BK}{KD} = \frac{7}{17} \quad \cancel{BD} = \cancel{26} - BK \quad KD = 26 - BK$$

$$\Rightarrow \frac{BK}{26 - BK} = \frac{7}{17} \Rightarrow 17BK = 7 \cdot 26 - 7BK$$

$$\Rightarrow 24BK = 7 \cdot 26$$

$$BK = \frac{7 \cdot 26}{24} = \frac{7 \cdot 13}{12}$$

$\Rightarrow \triangle BCK, \angle C = 90^\circ, KC =$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) 2 - 9x = 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$$

$$\Rightarrow 4 + 8x^2 - 36x = 12x^2 - 24x + 8$$

$$\Rightarrow 69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D_1 = 36 + 4 \cdot 69 = 312$$

$$x_1 = \frac{6 + 4\sqrt{78}}{69}$$

$$x_2 = \frac{6 - 4\sqrt{78}}{69}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 69 \\ \hline 18 \\ 18 \\ \hline 207 \\ + 12 \\ \hline 219 \end{array}$$

2)  $2 - 9x = -2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$  можно мою запись  
в предыдущей т.к. при возведении в квадрат  
уже справа мое же выражение

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1}{9}$$

$$x_2 = \frac{6 + 4\sqrt{78}}{69}$$

$$x_3 = \frac{6 - 4\sqrt{78}}{69}$$

~~Итого:~~  
~~3 ответа~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Пусть } m = 3x^2 - 6x + 2 \quad y = 1 - 9x$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3x + 1 = m - y$$

$$\Rightarrow \sqrt{m} - \sqrt{m-y} = y \quad \Rightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m-y \geq 0 \end{cases}$$

$$m + m - y - 2\sqrt{m(m-y)} = y^2$$

$$\Rightarrow 2m - y - y^2 = 2\sqrt{m(m-y)}$$

$$\Rightarrow 4m^2 + y^2 + y^4 - 4my - 4my^2 + 2y^3 = 4m^2 - 4my \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$1) y = 0$$

$$\Rightarrow 1 - 9x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 > 0 \Rightarrow \text{всё верно.}$$

$$2) y \neq 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Rightarrow D_1 = 1 - 1 + 4m = 4m$$

$$y_1 = -1 + \sqrt{4m}$$

$$y_2 = -1 - \sqrt{4m}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - 9x = -1 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \\ 1 - 9x = -1 - 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

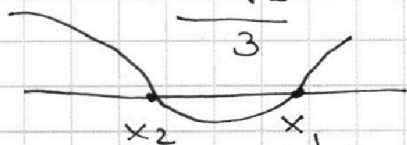
$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D_1 = 9 - 6 = 3$$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$



$$D_0 = 9 - 12 < 0$$

$\Rightarrow$  корней нет, тк  
старший коэф  $> 0$   
 $\Rightarrow$  всегда больше 0.

$$\Rightarrow x \in (-\infty; \frac{3 - \sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{3 + \sqrt{3}}{3}; +\infty)$$

Возвращаем в уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} - 2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} = 1 - 9x$$

$$\Rightarrow 75x^2 - 15x - 2 = -2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)}$$

$$\Rightarrow (75x^2 - 15x - 2)^2 = 4(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)$$

$$75 \cdot 75x^4 + 225x + 4 + 30x - 15 \cdot 75x^2 - 13$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 15b^2 + 24b + 15 - 129 = 0$$

$$15b^2 + 24b + -114 = 0$$

$$5b^2 + 8b - 38 = 0$$

$$D_1 = ~~64~~ ~~36~~ 16 + 190 = 206$$

$$\Rightarrow b = \frac{-4 \pm \sqrt{206}}{5}$$

$$\Rightarrow a = \pm \sqrt{\frac{1 - 24b + 128}{15}} = \pm \sqrt{\frac{1 - 24\left(\frac{-4 \pm \sqrt{206}}{5}\right) + 128}{15}}$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: при } a = \pm \sqrt{\frac{1 - 24\left(\frac{-4 \pm \sqrt{206}}{5}\right) + 128}{15}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



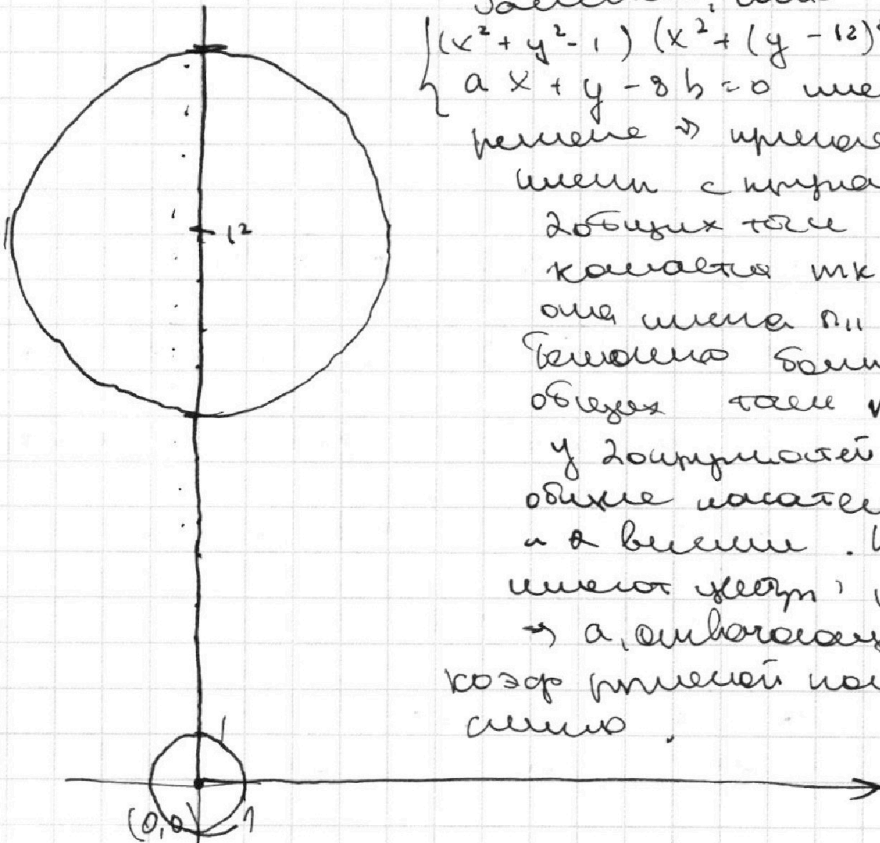
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что  $x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow (x, y)$  принадлежит окружности с центром в  $(0, 0)$  радиуса 1 криву.

Аналогично еще  $(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \rightarrow$   
 $\rightarrow (x, y)$  принадлежит криву с радиусом 4 и центром  $(0, 12)$



Заметим, что если  $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0$   
 $ax + y - 8b = 0$  имеет ровно 2 решения  $\rightarrow$  прямая  $ax + y - 8b$  имеет с окружностью ровно 2 общие точки  $\rightarrow$  она их касается тк иначе она имела 0 или  $\infty$  решений  
 Больше всего касаний у окружностей всего 4 общие касательные: 2 внутренние и 2 внешние. Но эти окружности имеют центр на оси ординат  $\rightarrow$  а, следовательно записав коэф. прямой пометим что линия

$\rightarrow$  если прямая как касательная имеет уравнение  $ax + b$

$$\Rightarrow \begin{cases} ax + b = y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \text{ имеет 1 решение} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + a^2x^2 + b^2 + 2abx - 1 \\ (a^2 + 1)x^2 + 2abx + b^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_1 = a^2b^2 - a^2b^2 + a^2 + 1 - b^2 + 1 = a^2 - b^2 + 1 = 0 \text{ или уравнение}$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = -1 \text{ имеет решение}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

аналитическим методом еще и касательная 2-ой

$$\rightarrow \begin{cases} ax+b=y \\ (x^2+(y-12)^2=16 \end{cases} \text{ имеем ровно одну точку}$$

$$\Rightarrow x^2 + (ax+b-12)^2 = 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{x^2} + \underline{a^2 x^2} + \underline{b^2} + 144 + \underline{2axb} - \underline{24ax} \leftarrow$$

$$\Rightarrow \underline{24b} = 16$$

$$(1+a^2)x^2 + (2ab-24a)x + b^2 - 24b + 128 = 0$$

$$\Delta_1 = (ab-12a)^2 - b^2 + 24b - 128 - b^2 a^2 + 24ba^2 - 128a^2 = 0 \text{ мы имеем ровно 1 решение}$$

$$\begin{aligned} & \cancel{a^2 b^2} + \cancel{144 a^2} - \cancel{24 a^2 b} - b^2 + 24b - 128 - \\ & - \cancel{b^2 a^2} + \cancel{24 b a^2} - \cancel{128 a^2} = 0 \end{aligned}$$

$$16a^2 - b^2 + 24b - 128 = 0$$

мы найдем касательную - касательная будет  
определена

$$\rightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = -1 & (1) \\ 16a^2 - b^2 + 24b - 128 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 15a^2 + 24b - 128 = 1.$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{1 - 24b + 128}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - 24b + 128}{15} - b^2 = -1.$$

$$1 - 24b + 128 - 15b^2 = -15$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$M$  - середина дуги  $AB \Rightarrow CM$  - биссектриса  $\angle ACB$  аполюса

$BN$  - биссектриса  $\angle BAC \Rightarrow I = BN \cap CM$  инцентр.

Пусть  $\angle BAI = \angle CAI = \alpha$

$\angle ACT = \angle ICB = \gamma$   
 $\angle ABI = \angle IBC = \beta$

Все биссектрисы  $\Delta$  пересекаются в одной точке  $\Rightarrow$  верно.

$\angle MAB = \angle MCB$  (вписанные, опирающиеся на одну дугу)  $= \gamma \Rightarrow$  вписаны  $\Delta MAK$ ,  
 $\sin \gamma = \frac{MK_1}{MA} \Rightarrow MA = \frac{MK_1}{\sin \gamma} = \frac{5}{\sin \gamma}$

аналогично в треугольнике  $\Delta ANK_2$

$\angle CAN = \angle NBC = \beta \Rightarrow AN = \frac{2,5}{\sin \beta}$

или  $\Delta AIC$ ,  $\angle MIA$  - внешний угол  $\Rightarrow \angle MIA = \alpha + \gamma = 90^\circ - \beta$ , т.к.  $2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 180^\circ$  (по сумме углов  $\Delta$ )

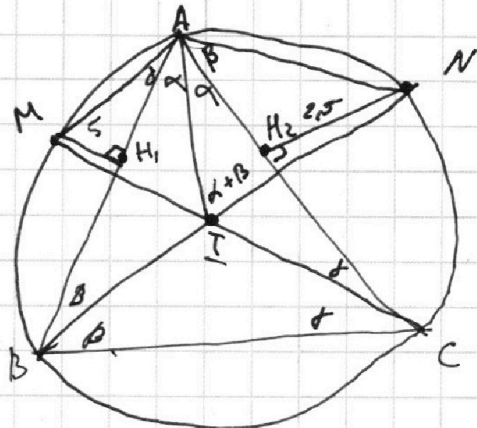
$\Rightarrow$  по теореме синусов в  $\Delta MAI$ .  $\frac{\sin(90^\circ - \beta) \cdot \sin \gamma}{5} = \frac{\sin 2\beta}{AI}$

( $\Delta AMC$  по сумме углов  $\Delta MAC = 180^\circ - 2\alpha - 2\gamma =$

$= 2\beta$ ) аналогично в  $\Delta AIN$ ,  $\angle ANI = 2\gamma$

$\Rightarrow$  по т синусов  $\frac{\sin(90^\circ - \beta) \cdot \sin \beta}{2,5} = \frac{\sin 2\gamma}{AI}$

$\Rightarrow AI = \frac{\sin(90^\circ - \beta) \cdot \sin \gamma}{\sin(90^\circ - \beta) \sin \gamma} \cdot \frac{5 \cdot \sin 2\beta}{\sin(90^\circ - \beta) \sin \gamma}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В max m.  $AI = \frac{2,5 \sin 2\alpha}{\sin(90^\circ - \beta) \sin \beta}$

$$\Rightarrow \frac{5 \sin 2\beta}{\sin(90^\circ - \beta) \sin \beta} = \frac{2,5 \sin 2\alpha}{\sin(90^\circ - \alpha) \sin \beta}$$

$$\sin(90^\circ - \beta) = \cos \beta \text{ (формула приведения)}$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin 2\beta}{\cos \beta \sin \beta} = \frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha \sin \beta}$$

$$\text{we } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{4 \sin \beta \cos \beta}{\cos \beta \sin \beta} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha \sin \beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha \quad \text{we } \sin \beta > 0 \text{ и } \alpha > 0$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{2} \sin \beta$$

$$\Rightarrow AI = \frac{2,5 \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} = \frac{5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} =$$

$$= 5\sqrt{2}$$

Ответ:  $5\sqrt{2}$ .

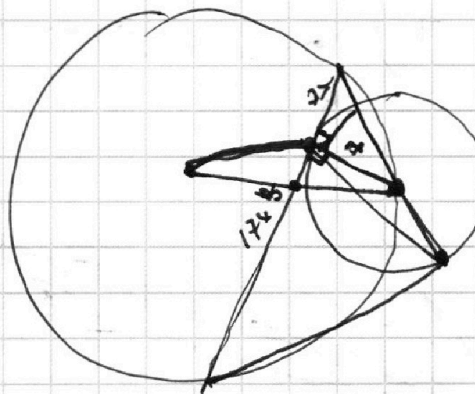
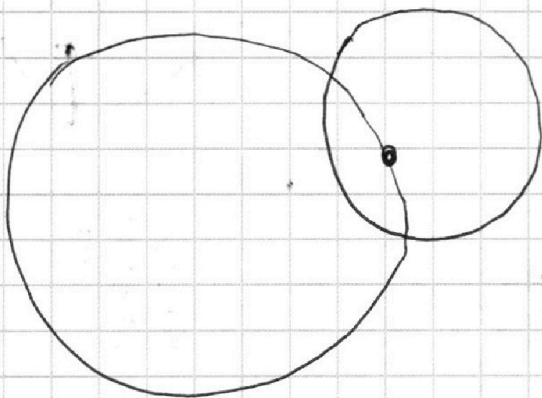
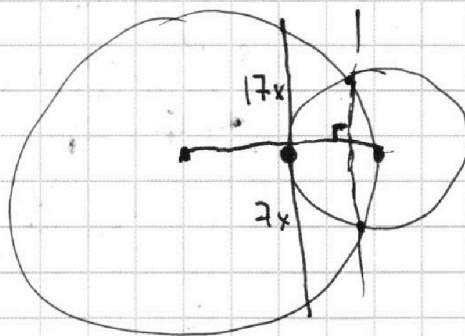
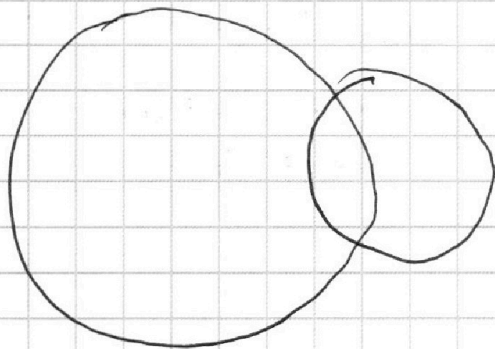
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x^2 - 6x + 2 = 3$$

$$3x \quad 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 - 3x - 1 =$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 = 2\sqrt{\dots} = 1 + 81x^2 - 18x$$

$$6x^2 - 3x + 3 = 2\sqrt{\dots} = 1 + 81x^2 - 18x$$

$$-75x^2 + 2 - 21x = 2\sqrt{\dots}$$

$$-75x^2 - 21x + 2$$

$$D = 441 + 600 = 1041.$$

$$\approx 5 \cdot 150.4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\omega$  — центр  $\omega$ .  
 $AC = 17x$   
 $CB = 7x$

$62x^2 + 11$   
 $49x^2 + 29$   
 $7x$

$ax + b = y$   
 $x^2 + y^2 = 1$   
 $x = \pm \sqrt{y} \pm \sqrt{1-y}$

??.?

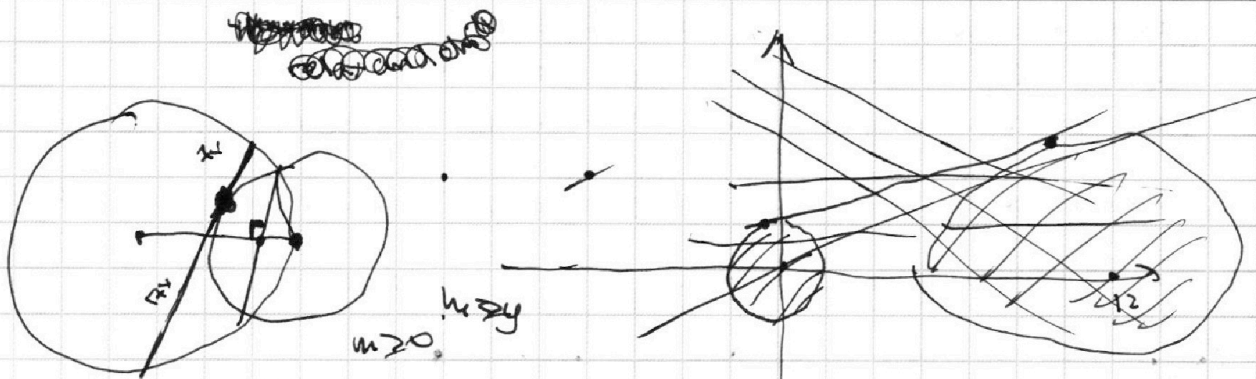
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

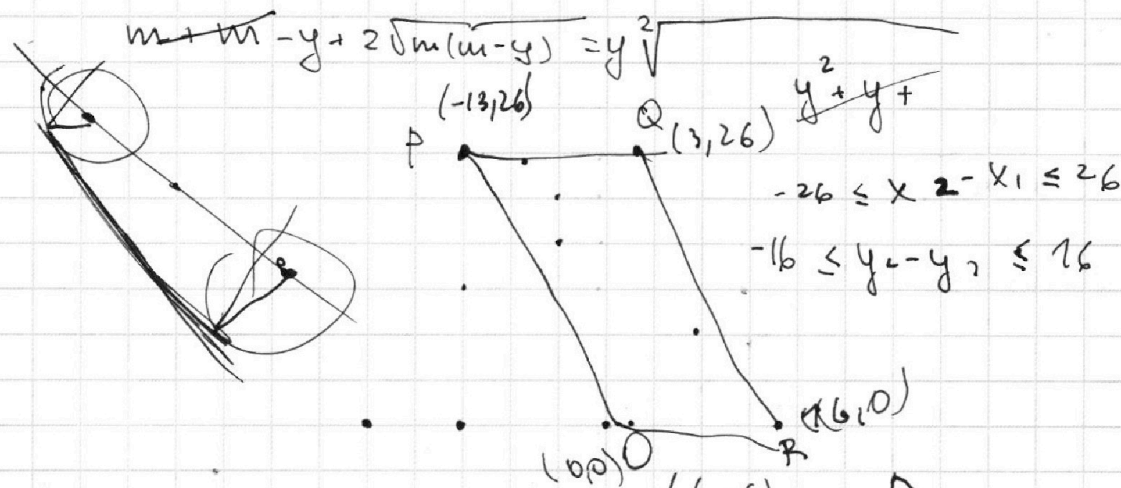
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{m} + \sqrt{m-y} = y \quad \times \quad m = 3x^2 - 6x + 2$$



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ ax + b = y \end{cases}$$



$$(a^2 + 1)x^2 + (2ab)x + b^2 - 1 = 0$$

$$y^2 + y - 2m = 2\sqrt{m(m-y)}$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (2ab)x + b^2 - 1 = 0$$

$$y^4 + y^2 + 4m^2 + 2y^3 - 4my^2 - 4ym^2 = 4m^2 - 4my$$

$$D_1 = \frac{4a^2b^2 - 4(a^2 + 1)(b^2 - 1)}{4(a^2 + 1)^2}$$

$$y^3 + 2y^2 + (1 - 4m)$$

$$a^2 + 1 - b^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0 \quad D_2 =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1 - 4m)y^2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

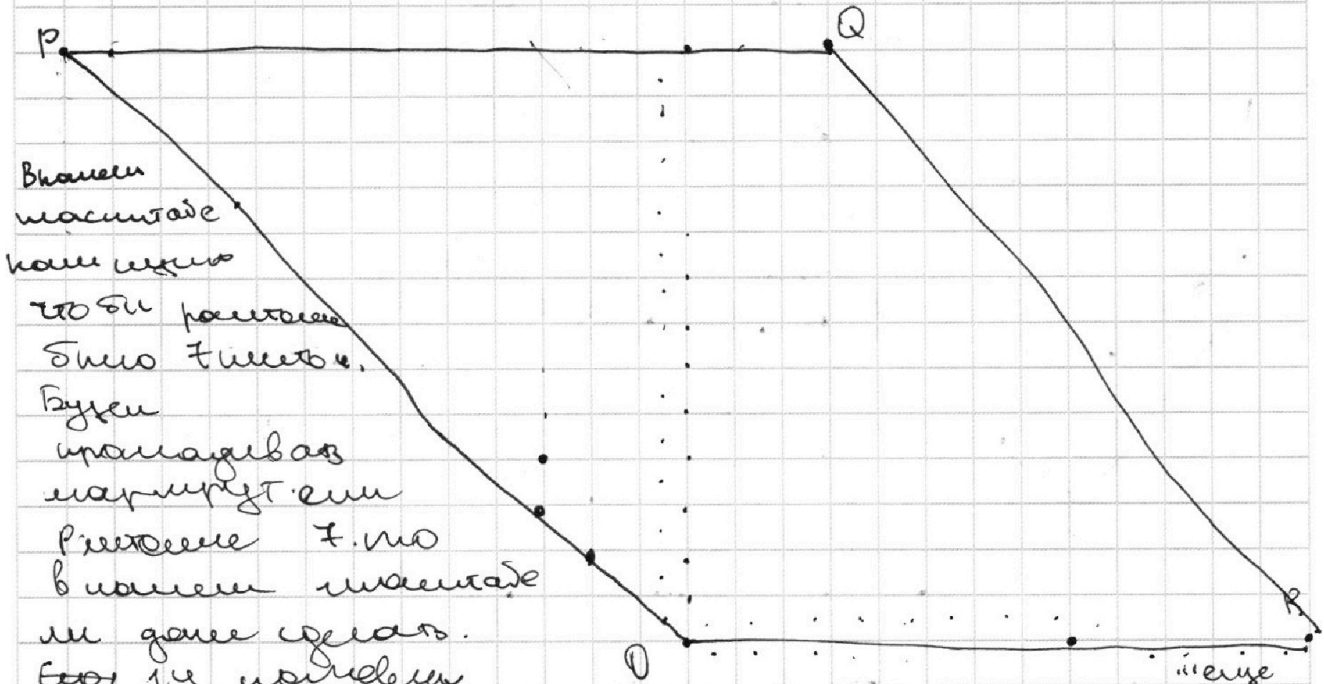


1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим наши точки на  $O(0,0)$   $P(-26,26)$   
 $Q(6,26)$   $R(32,0)$  тем самым  $x_2 - x_1$   
увеличите вдвое, то есть теперь наши кругляш  
где наших 2 точки остаются  $x_2 - x_1 + y_2 - y_1 = 14$   
 $P$  и  $R$  с масштабом  $z = 1$  шестой.



В нашем масштабе наши кругляш  
то би разделили  
шестой шестой.  
будем  
промакивать  
маршрут с  
Решение 7. по  
в нашем масштабе  
и даже сюда.  
Есть и по другим  
сторонам.  
Крайней, где тоже Р. 7 шестой вправо.  
чтобы все метки были и в 6,5 вправо и в 8.  
но заметим что скручив на и метки все и  
уже не можем вернуть в крайнюю  
→ где Р наших наших шестой - 7.  
как и для любой крайней метки по стороне  
PO кроме ~~3~~<sup>3</sup> последней. (Они все в у нас  
если мы  $P(-26,26) \Rightarrow P(0)$  - будем вводить.



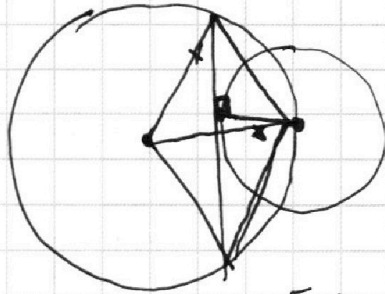
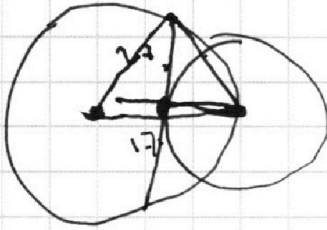
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

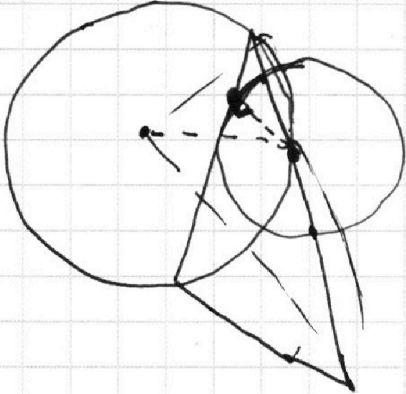
1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 49x^2 + 49 &= ? \\
 17^2 x^2 + 48 &= ? \\
 ? &= 5 \cdot 2,5 \sin \beta \cos \beta \\
 ? &= 2,5 \cdot \sqrt{2} \sin \alpha \cos \beta \\
 &= 2,5 \sqrt{2} \cos \beta \cdot \sin \alpha
 \end{aligned}$$



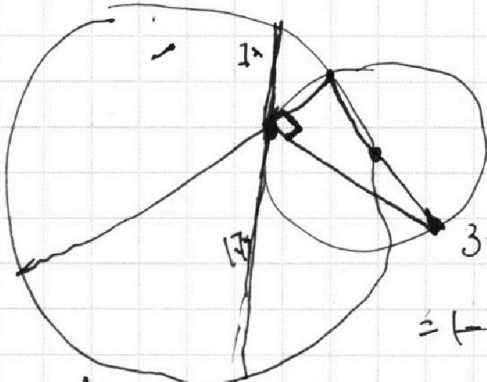
$$? = \frac{5 \sin 2\alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} = \frac{2,5 \sin 2\beta}{\cos \beta \cdot \sin \alpha}$$

$$y = 8b - ax$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

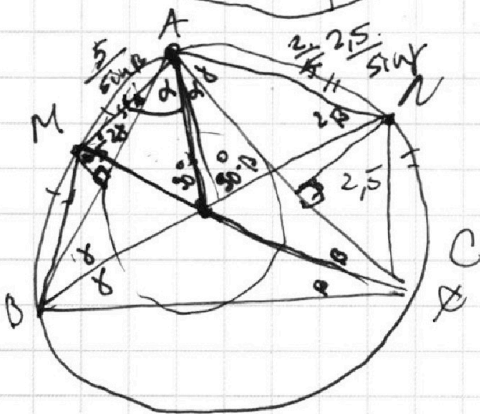
$$\frac{2 \sin 2\alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} = \frac{2 \sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \beta \cdot \sin \alpha}$$

$$\frac{2 \sin \alpha}{4 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2 \sin \beta \cos \beta}{\cos \beta \cdot \sin \alpha}$$



$$\begin{aligned}
 3x^2 - 6x + 2 &\geq 0 & \frac{2 \sin \alpha}{\sin \beta} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\
 3x^2 + 3x + 1 &\geq 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 &= 2\sqrt{2} = \\
 &= | -9x | + 8(x^2 - 18x)
 \end{aligned}$$



$$\sin \beta = \frac{5}{?} \Rightarrow ? = \frac{5}{\sin \beta}$$

$$180^\circ - \beta - \alpha - (180^\circ - 2\alpha - 2\beta)$$

$$180^\circ - \beta - \alpha - 2\gamma$$

$$90^\circ - \delta$$

$$\begin{aligned}
 2 \sin^2 \delta &= \sin^2 \beta \\
 \sin \beta &= \sqrt{2} \cdot \sin \delta
 \end{aligned}$$

$$\text{or } \frac{\cos \delta}{\sin \beta} = \frac{\cos \delta \cdot \sin \beta}{5} = \frac{\sin 2\delta}{?}$$

$$\frac{\cos \beta \cdot \sin \delta}{2,5} = \frac{\sin 2\beta}{?}$$