Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

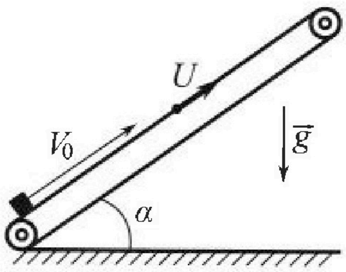
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

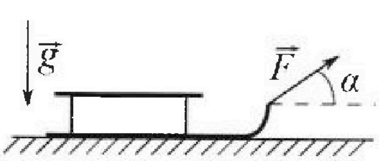
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Чер ез какое время T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g.

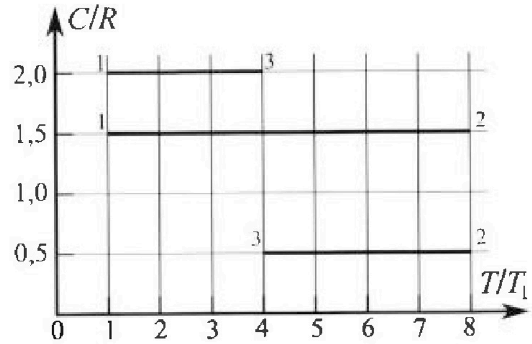
Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

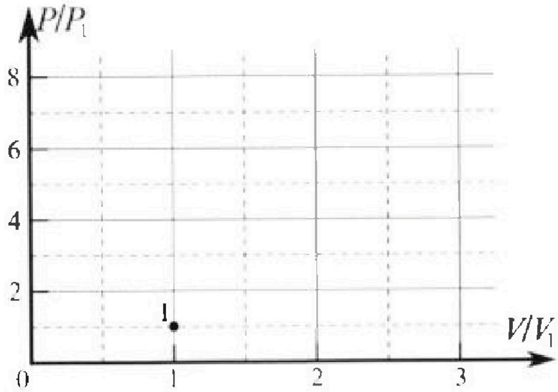
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



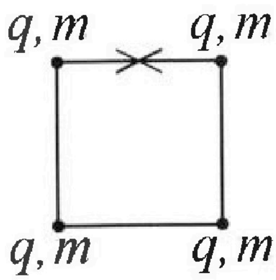
1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.



1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На к аком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

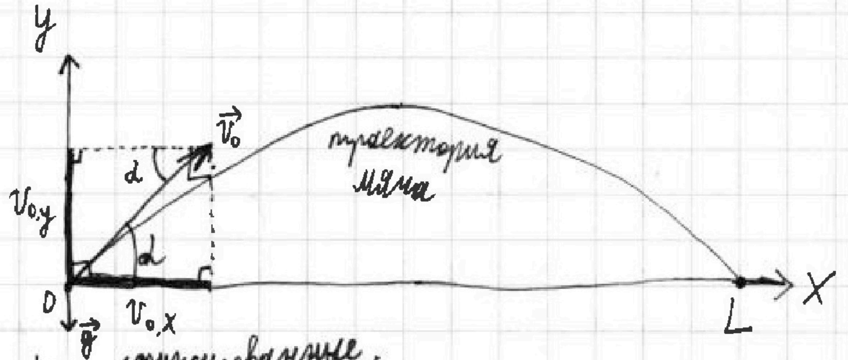
Электрическая постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



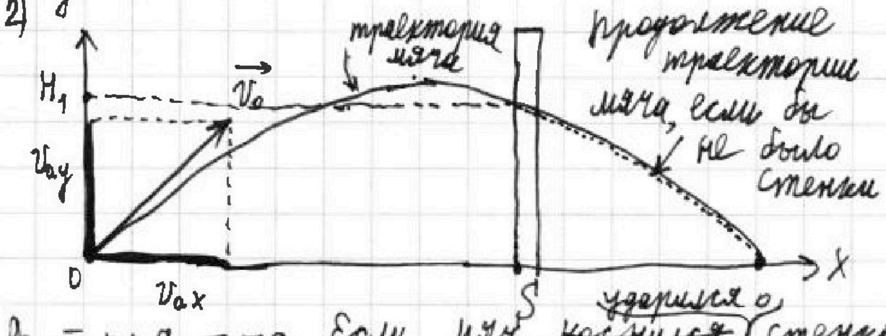
1) Введём фиксированные оси X (горизонтальная, направленная вдоль поверхности площадки) и y (вертикальная, направленная перпендикулярно площадке от неё). Тогда $v_{0,x} = v_0 \cos\alpha$; $v_{0,y} = v_0 \sin\alpha$ (см. выше); $g_x = 0$ (так как $\vec{g}$ (ускорение свободного падения) направлено вниз, перпендикулярно площадке)); $g_y = -g$. Если мяч упал через время $\tau_{пад.}$, то $y_{пад} = 0$ и $x_{пад} = L$. Запишем кинематические уравнения:

$$\begin{cases} x_{пад} = v_{0x}\tau_{пад} + \dfrac{g_x \tau_{пад}^2}{2} \overset{(\text{так как } x_0=0)}{\Leftrightarrow} L = v_0 \cos\alpha \cdot \tau_{пад} \quad (1) \\ y_{пад} = v_{0,y}\tau_{пад} + \dfrac{g_y \tau_{пад}^2}{2} \overset{(\text{так как } y_0=0)}{\Leftrightarrow} 0 = \tau_{пад}\left(v_0 \sin\alpha - \dfrac{g\tau_{пад}}{2}\right) \quad (2) \end{cases}$$

Из (2): $\tau_{пад} \neq 0 \Rightarrow 0 = v_0 \sin\alpha - \dfrac{g\tau_{пад}}{2}$, откуда $\tau_{пад} = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$.
Подставим $\tau_{пад}$ в (1): $L = v_0 \cos\alpha \cdot \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g} =$ (так как $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$) $\dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$, откуда $v_0 = \sqrt{\dfrac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\dfrac{10\,\frac{м}{с^2}\cdot 20\,м}{\sin(2\cdot 45^\circ)}} =$

$$= \sqrt{\dfrac{200\,\frac{м^2}{с^2}}{\sin 90^\circ}} = \sqrt{\dfrac{200\,\frac{м^2}{с^2}}{1}} = \boxed{10\sqrt{2}\ \frac{м}{с}}$$

2)



Введём фиксированные оси x и y, как и в пункте 1. Тогда $v_{0x} = v_0 \cos\beta$ (пусть начальная скорость $\vec{v}_0$ направлена под углом $\beta \in (0^\circ; 90^\circ)$); $v_{0,y} = v_0 \sin\beta$;
$g_x = 0$; $g_y = -g$. Если мяч ~~коснулся~~ ударился о стенку через время $\tau_{уд.}$, то $y_{уд.} = H_1$ и $x_{уд.} = S$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Запишем кинематические уравнения:

$$\begin{cases} x_{уд.} = v_{0x}\tau_{уд.} + \dfrac{g_x \tau_{уд.}^2}{2} \Leftrightarrow S' = v_0 \tau_{уд.} \cos\beta \ (1) \\ y_{уд.} = v_{0y}\tau_{уд.} + \dfrac{g_y \tau_{уд.}^2}{2} \Leftrightarrow H_1 = v_0 \tau_{уд.} \sin\beta - \dfrac{g\tau_{уд.}^2}{2} \ (2) \end{cases}$$

Нужно отметить, что $H_1 > 0$, иначе или $H < 0$ (то есть мяч „провалится под площадку"), или $H_1 = 0$ (данный случай нас не интересует).

Из (1): $\tau_{уд.} = \dfrac{S'}{v_0 \cos\beta}$. Тогда в (2): $H_1 = v_0 \cdot \dfrac{S'}{v_0 \cos\beta} \cdot \sin\beta -$

$- \dfrac{g}{2} \cdot \dfrac{S'^2}{v_0^2 \cos^2\beta} = S'\left(\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta} - \dfrac{gS'}{2v_0^2} \cdot \dfrac{1}{\cos^2\beta}\right) =$

$= S'\left(tg\beta \text{ (по определению) } - \dfrac{gS'}{2v_0^2} \cdot \text{(по следствию из основного тригонометрического тождества) } (tg^2\beta + 1)\right) =$ ~~$S'\left(\dfrac{gS'}{2v_0^2} tg^2\beta + tg\beta + \dfrac{gS'}{2v_0^2}\right) = S'\left(\dfrac{gS'}{2v_0^2}\left(tg\beta + \dfrac{v_0^2}{gS'}\right)^2 + \left(\dfrac{gS'}{2v_0^2} - \dfrac{v_0^2}{2gS'}\right)\right) = \dfrac{gS'^2}{2v_0^2}\left(tg\beta + \dfrac{v_0^2}{gS'}\right)^2$~~ $= S'\left(-\dfrac{gS'}{2v_0^2} tg^2\beta + tg\beta - \dfrac{gS'}{2v_0^2}\right) =$

$= \left(-\dfrac{gS'^2}{2v_0^2}\left(tg\beta - \dfrac{v_0^2}{gS'}\right)^2 + \dfrac{v_0^2}{2g}\right) - \dfrac{gS'^2}{2v_0^2} =$

$= -\dfrac{gS'^2}{2v_0^2}\left(tg\beta - \dfrac{v_0^2}{gS'}\right)^2 + \left(\dfrac{v_0^2}{2g} - \dfrac{gS'^2}{2v_0^2}\right) \leq \dfrac{v_0^2}{2g} - \dfrac{gS'^2}{2v_0^2}$

$\left(= \text{ при } tg\beta = \dfrac{v_0^2}{gS'}\right) \Rightarrow H = \dfrac{v_0^2}{2g} - \dfrac{gS'^2}{2v_0^2}$, откуда ~~$S' = \sqrt{\dfrac{2v_0^2}{g}\left(H - \dfrac{v_0^2}{2g}\right)} =$~~

~~$=$ (по пункту: $v_0 = 10\sqrt{2}\,\frac{м}{с}$) $\sqrt{\dfrac{400\,\frac{м^2}{с^2}}{10\,\frac{м}{с^2}}\left(3{,}6\,м - \dfrac{200\,\frac{м^2}{с^2}}{20\,\frac{м}{с^2}}\right)} =$~~

$S' = \sqrt{\dfrac{2v_0^2}{g}\left(\dfrac{v_0^2}{2g} - H\right)} =$ (по пункту 1: $v_0 = 10\sqrt{2}\,\frac{м}{с}$) ~~$\sqrt{\dfrac{400\,\frac{м^2}{с^2}}{10\,\frac{м}{с^2}}\left(\dfrac{200\,\frac{м^2}{с^2}}{20\,\frac{м}{с^2}} - 3{,}6\,м\right)}$~~ $=$

$= \sqrt{40\,м \cdot 6{,}4\,м} = \sqrt{256\,м^2} = \boxed{16\,м}$

Ответ: 1) $v_0 = 10\sqrt{2}\,\frac{м}{с}$; 2) $S' = 16\,м$

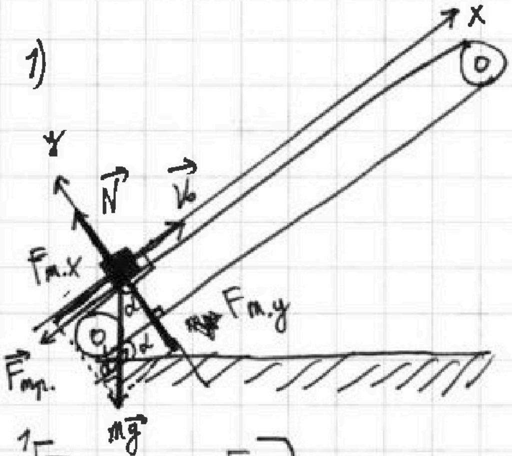
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1)



фиксированные

Введём оси x и y: см. слева. Тогда $F_{m.x} = -mg\sin\alpha$; $F_{m.y} = -mg\cos\alpha$; $N_x = 0$; $N_y = N$; $F_{mp.x} = \pm F_{mp.}$ (в зависимости от направления движения коробки); $F_{mp.y} = 0$. Здесь m — масса коробки; $\vec F_m$ — сила тяжести коробки; $\vec N$ — сила реакции опоры; $\vec F_{mp}$ — сила трения. Все эти 3 силы действуют на коробку. В начале движения

$^1[F_{mp.x} = -F_{mp.}]$, так как $\vec F_{mp.0} \downarrow\uparrow \vec v_0 \uparrow\uparrow x$. Так как $\vec v_0 > 0$, то по закону Кулона — Амонтона: $^2[F_{mp.} = \mu N]$. Отметим, что $^1[\,]$ коробка ~~не~~ перестанет двигаться вверх, а $^2[\,]$ — до того, $[\,]$ верно до того, как как коробка не остановится.

По II закону Ньютона для коробки в ИСО: $m\vec a_k = m\vec g + \vec N + \vec F_{mp.}$.

~~$ma_x = -mg\sin\alpha + F_{mp.x}$~~ ($F_{mx}$)

$$\begin{cases} ma_{kx} = F_{mx} + N_x + F_{mp.x} & \text{(в проекциях на ось x)} \\ ma_{ky} = F_{m.y} + N_y + F_{mp.y} & \text{(в проекциях на ось y)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ma_{kx} = -mg\sin\alpha - F_{mp.} \ (1) \\ 0 \ \text{(так как плоскость не вдавливается)} = -mg\cos\alpha + N \ (2) \end{cases}$$

Из (2): $N = mg\cos\alpha \Rightarrow F_{mp.} = \mu mg\cos\alpha$. Тогда в (1): $ma_{kx} = -mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$, откуда $a_{kx} = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.

~~Найдём путь $S_{1.max}$, пройденный коробкой до прекращения движения вверх: $S_{1.max} = \frac{V_{k.x}^2 - V_{0x}^2}{2a_x}$ = (так как $V_{k.x} = 0$) $= \frac{V_0^2}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{36\frac{м^2}{с^2}\ 3,6\,м}{10\frac{м}{с^2}(0,6 + 0,5\cdot}$ (из основного тригонометрического тождества) $\sqrt{1-\sin^2\alpha}) = \frac{3,6\,м}{0,6 + 0,5\cdot\sqrt{1-0,36}} = \frac{36\,м}{6 + 5\cdot 0,8} = 3,6\,м$~~

~~За~~ через время T_1 (в предп., что коробка не двигалась вниз): $V_{k.x} = V_{0x} + a_{kx}T = V_0 - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\cdot 1с = 6\frac{м}{с} - 10\frac{м}{с^2}\cdot(0,6 + 0,5\cdot$ (из основного тригонометрического тождества) $\sqrt{1-\sin^2\alpha}) = -10\frac{м}{с}\cdot 0,5\cdot\sqrt{1-0,36} = -5\frac{м}{с}\cdot 0,8 = -4\frac{м}{с} < 0$. (2)

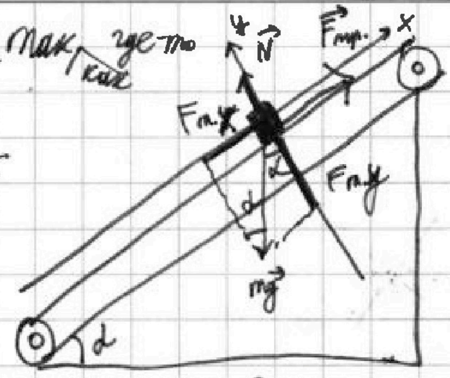
Получаем, что коробка двигалась вверх, остановилась и либо начала двигаться вниз, либо осталась покоится. Значит $S_{1.общ} = S_{1\,вверх} + S_{1\,вниз}$, где $S_{1\,вниз} \geq 0$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найдём $S_{1.вверх}$: $S_{1.вверх} = \frac{-V_{0x}^2}{2a_x}$ (так, где $\underset{как}{\text{то}}$ коробка остановилась) $= \frac{V_0^2}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{36\frac{м^2}{с^2}}{10\frac{м}{с^2}(0{,}6+0{,}5\cdot 0{,}8)} =$

$= 3{,}6$ м.

Рассмотрим момент остановки коробки (см. справа): $m\vec{g}$ и $\vec{N}$ не изменились ~~своего~~ a. $F_{тр.}$ пытается не дать ускользнуть коробке вниз. Действительно, без $F_{тр.}$: $F_{равн.x} = N_x + F_{т.x} = -mg\sin\alpha =$
$= -m\cdot 6\frac{м}{с^2}$. Из закона Кулона-Амонтона: $F_{тр.x} \le$
$\le \mu N = 0{,}5\cdot mg\cos\alpha = m\cdot 0{,}5\cdot 8\frac{м}{с^2} = m\cdot 4\frac{м}{с^2}$. Таким образом, ($F_{равн.x} + F_{тр.x.max} < 0$) коробка станет скатываться вниз. Аналогично применяем II з. Н. для коробки в ИСО:

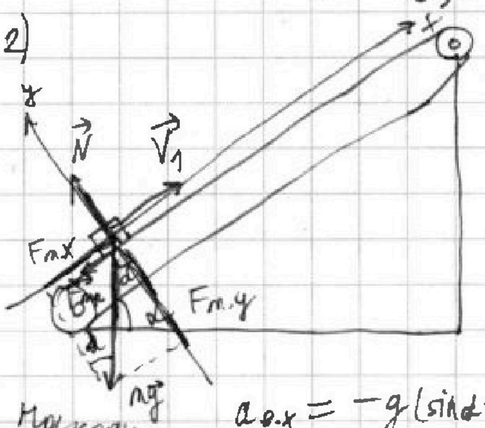
$m a_{н.x} = -mg\sin\alpha + F_{тр.x} \overset{max}{=} -mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$,
откуда $a_{нx} = (\mu\cos\alpha - \sin\alpha)g = (0{,}5\cdot 0{,}8 - 0{,}6)\cdot 10\frac{м}{с^2} = -2\frac{м}{с^2}$

$$S_{1.вниз} = \frac{|a_{нx}|\cdot\left(T - \frac{V_0}{|a_{вx}|}\right)^2}{2} = \frac{2\frac{м}{с^2}\cdot\left(1с - \frac{6\frac{м}{с}}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}\right)^2}{2} =$$

$$= 1\frac{м}{с^2}\cdot\left(1с - \frac{6\frac{м}{с}}{10\frac{м}{с^2}\cdot(0{,}6+0{,}5\cdot 0{,}8)}\right)^2 = 1\frac{м}{с^2}\cdot(1с - 0{,}6с)^2 = 0{,}16 м$$

Значит $S_{1.общ} = (3{,}6 + 0{,}16)$ м $= \boxed{3{,}76 м}$

2)



Рассмотрим СО1, в которой x и y определены, как в пункте 1, но ~~точка~~ начало координат движется вдоль транспортера по направлению ~~коробки~~ его скорости. В этой системе отсчёта начальная скорость коробки равна по модулю $|\vec{V_1}| = V_0 - u = 5\frac{м}{с}$ ($V_0 > u \Rightarrow$
$\Rightarrow V_{1.x} = |\vec{V_1}| = 5\frac{м}{с}$. Аналогично находим $a_{0.x} = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = -10\frac{м}{с^2}(0{,}6+0{,}5\cdot 0{,}8) = -10\frac{м}{с^2}$.
Ведь [силы те же; ОС1 — это ИСО], и только $\vec{V_1} \ne \vec{V_0}$, но $V_{1.x} > 0$, как и V_{0x}.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

В ~~этой системе~~ СО$_1$ коробка остановится через $\tau_{ост.} =$

$= \frac{0 - V_{1x}}{a_x} = \frac{-5\frac{м}{с}}{-10\frac{м}{с^2}} = 0,5с$. Но тогда в ЛСО коробка будет двигаться со скоростью транспортера, то есть со скоростью $u = 1\frac{м}{с}$ $\Rightarrow T_1 = \tau_{ост} = \boxed{0,5с}$

3) Далее аналогично пункту 1 рассматриваем скатывание коробки. Так как [ ], то $a_{н.x} = (\mu\cos\alpha - \sin\alpha)g = -2\frac{м}{с^2}$. Если в ЛСО коробка примет нулевую скорость, то в СО$_1$ коробка будет двигаться вниз (по наклонной) со скоростью $u = 1\frac{м}{с} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ это произойдёт через $T_2 = \frac{-u}{a_{н.x}} = 0,5с \Rightarrow$

$$\Rightarrow L = |S_{СО_1 x} + S_{тр.x}| = |(S_{вверх.x} + S_{вниз.x}) + u(T_1 + T_2)| =$$

$$\cancel{= \left|\left(\frac{a_{в.x}T_1^2}{2} + \frac{a_{н.x}T_2^2}{2}\right) + 1\frac{м}{с}\cdot 1с\right| = |}$$

$$= \left|\left(\left(V_{1x}T_1 + \frac{a_{в.x}T_1^2}{2}\right) + \frac{a_{н.x}T_2^2}{2}\right) + 1\frac{м}{с}\cdot 1с\right| =$$

$$= \left|\left(\left(5\frac{м}{с}\cdot 0,5с - \frac{10\frac{м}{с^2}\cdot 0,25с^2}{2}\right) - \frac{2\frac{м}{с^2}\cdot 0,25с^2}{2}\right) + 1м\right| =$$

$$= |((2,5м - 1,25м) - 0,25м) + 1м| = \boxed{2м}$$

Ответ: 1) $S = 3,75м$; 2) $T_1 = 0,5с$; 3) $L = 2м$

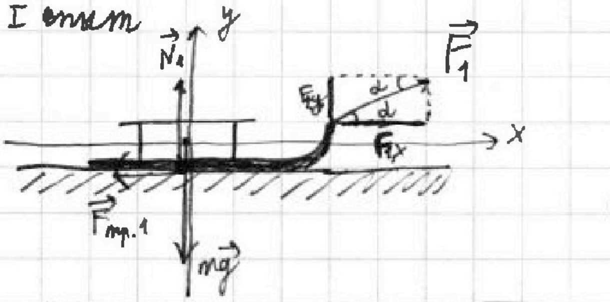
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

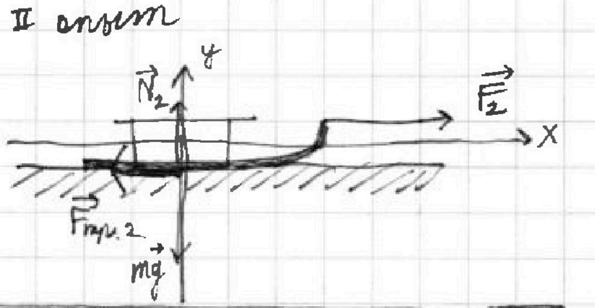
МФТИ

I опыт



1

II опыт



Так как мы разгоняем в ~~обоих~~ I и II случаях санки до положительной скорости, то по закону Кулона–Амонтона: $|F_{тр}| = \mu|N|$ (в ~~обо~~ I и II случаях), то есть $F_{тр.1.x} = \mu N_{1.y}$; $F_{тр.2.x} = \mu N_{2.y}$; $F_{тр.1.y} = F_{тр.2.y} = 0$. В I и II случаях: $F_{т.x} = 0$ ($F_{т.}$ – ~~сила модуль~~ сила тяжести санок) $= N_{1x} = N_{2x}$; $F_{т.y} = -mg$. ~~В I оп~~ Далее, $N_{1.y} = N_1$; $N_{2.y} = N_2$; $F_{1x} = F\cos\alpha$; $F_{1.y} = F\sin\alpha$; $F_{2.x} = F$; $F_{2.y} = 0$. Ввели фиксированные оси x и y: см. выше.

По II закону Ньютона для санок в ЛСО:

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N_1} + \vec{F}_{тр.1} + \vec{F_1}$$

В проекциях на оси x и y:

$$\begin{cases} ma_{1.x} = F_{т.x} + N_{1.x} + F_{тр.1.x} + F_{1.x} \\ ma_{1.y} = F_{т.y} + N_{1.y} + F_{тр.1.y} + F_{1.y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ma_{1.x} = -F_{тр.1} + F\cos\alpha \quad (1) \\ 0 = -mg + N_1 + F\sin\alpha \quad (2) \end{cases}$$

Из (2): $N_1 = mg - F\sin\alpha \Rightarrow$ в (1):

$ma_{1.x} = -\mu(mg - F\sin\alpha) + F\cos\alpha$, откуда $a_{1.x} = -\mu g + \frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{m}$

По II закону Ньютона для санок в ЛСО:

$$m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{N_2} + \vec{F}_{тр.2} + \vec{F_2}$$

В проекциях на оси x и y:

$$\begin{cases} ma_{2.x} = F_{т.x} + N_{2.x} + F_{тр.2.x} + F_{2x} \\ ma_{2.y} = F_{т.y} + N_{2.y} + F_{тр.2.y} + F_{2.y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ma_{2.x} = -F_{тр.2} + F \quad (3) \\ 0 = -mg + N_2 \quad (4) \end{cases}$$

Из (4): $N_2 = mg \Rightarrow$ в (3):

$ma_{2.x} = -\mu mg + F$, откуда

$a_{2.x} = -\mu g + \frac{F}{m}$

$K = \frac{mv_{к.x}^2}{2} \Leftrightarrow v_{к.x} = \sqrt{\frac{2K}{m}} \Rightarrow S_{пройд. до прекр.} = \frac{v_{к.x}^2 - v_{0.x}^2}{2a_x} = \frac{v_{к.x}^2}{2a_x}$ (т.к. $v_{0x} = 0$) $= \frac{K}{ma_x}$. По условию участки пути одинаковые $\Rightarrow$ мы справедливо брали один и тот же μ, а так же $S_{тр. до пр. 1} = S_{тр. до пр. 2} \Leftrightarrow a_{x.1} = a_{x.2} \Leftrightarrow -\cancel{\mu g} + \frac{\cancel{F}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{\cancel{m}} = -\cancel{\mu g} + \frac{\cancel{F}}{\cancel{m}} \Leftrightarrow \cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1 \Leftrightarrow \mu = \boxed{\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}}$.

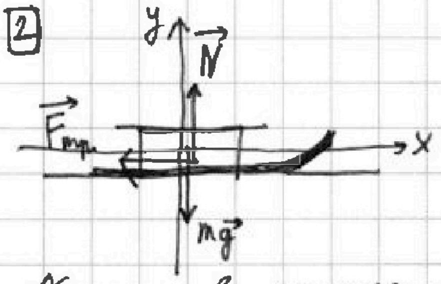
Преобразуем μ: $\mu = \boxed{\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$ (по триг.ф.)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2



Аналогично вводим оси x и y.
~~Так как $\vec F$ больше не действует, то (смотрим)~~

Аналогично $F_{m.x} = N_x = F_{тр.y} = 0$;
$F_{m.y} = -mg$; $N_y = N$; $F_{тр.x} = -F_{тр.}$
(так как $V_{k.x} > 0$, а $\vec F_{тр} \uparrow\downarrow \vec V_k$).

Как и в пункте 1, применяем II закон Ньютона для санок в ЛСОВ проекциях на:

$$\begin{cases} \text{ось } x: \; m a_x = -F_{тр.} = (\text{закон Кулона-Амонтона, так как } |\vec V_k| > 0) -\mu N = (\text{из } 5) -\mu mg \\ \text{ось } y: \; 0 = -mg + N \Leftrightarrow N = mg \; (5) \end{cases}$$

Значит $a_x = -\mu g < 0 \Rightarrow S =$ (так как в конце санки остановятся) $\frac{-V_k^2}{2a_x} = -\frac{\frac{2K}{m}}{2(-\mu g)} = \boxed{\frac{K}{\mu mg}}$

$$\boxed{\text{Ответ: } 1)\ \mu = \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\ \cancel{\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}};\ 2)\ S = \frac{K}{\mu mg}}$$

На участке 1→2:

$\Delta U_{12} = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1)$ (ν = 1 моль, ν – количество одноатомного идеального газа $\Rightarrow i = 3$, i – степень свободы газа; T_2 – температура в состоянии 2, по графику из условия: $T_2 = 8T_1$) $= \frac{3}{2}\nu R(8T_1 - T_1) = \frac{21}{2}\nu RT_1$

$Q_{12} = C_{12}\nu(T_2 - T_1)$ (C_{12} – молярная теплоёмкость газа на участке 1→2, по графику: $C_{12} = \frac{3}{2}R$) $= \frac{3}{2}R\cdot\nu\cdot(8T_1 - T_1) = \frac{21}{2}\nu RT_1$ (по графику, теплота всё время процесса 1→2 подводилась)

На участке 2→3:

$\Delta U_{23} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_2)$ (T_3 – температура газа в состоянии 3, по графику: $T_3 = 4T_1$) $= \frac{3}{2}\nu R(4T_1 - 8T_1) = -6\nu RT_1$

$Q_{23} = C_{23}\nu(T_3 - T_2)$ (C_{23} – молярная теплоёмкость газа на участке 2→3, по графику: $C_{23} = \frac{R}{2}$) $= \frac{R}{2}\cdot\nu\cdot(4T_1 - 8T_1) = -2\nu RT_1$ (по графику, теплота всё время процесса 2→3 отводилась)

На участке 3→1:

$\Delta U_{31} = \frac{i}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - 4T_1) = -\frac{9}{2}\nu RT_1$

$\Delta Q_{31} = C_{31}\nu(T_1 - T_3)$ (C_{31} – молярная теплоёмкость газа на участке 3→1, по графику: $C_{31} = 2R$) $= 2R\cdot\nu\cdot(T_1 - 4T_1) = -6\nu RT_1$ (по графику, теплота всё время процесса 3→1 отводилась).

Применим I закон термодинамики:

$$\begin{cases} Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \Leftrightarrow A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 0 \\ Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} \Leftrightarrow A_{23} = Q_{23} - \Delta U_{23} = 4\nu RT_1 \\ Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} \Leftrightarrow A_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31} = \boxed{-1{,}5\nu RT_1} \end{cases}$$

$\Rightarrow A_{общ} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = 2{,}5\nu RT_1$

1) $A_{31} = -A_{г.31} = \boxed{1{,}5\nu RT_1} = \frac{3}{2}\cdot 1\cdot 8{,}31\,\frac{Дж}{К}\cdot 200\,К = \boxed{2493\,Дж}$
ответ к 1

2) $\eta = \frac{A_{общ}}{Q_+}$ (Q_+ – сумма количеств теплоты на участках, где теплота только подводилась $\Rightarrow Q_+ = Q_{12} = \frac{21}{2}\nu RT_1$) $= \frac{\frac{5}{2}\nu RT_1}{\frac{21}{2}\nu RT_1} = \boxed{\frac{5}{21}}$

ответ к 2

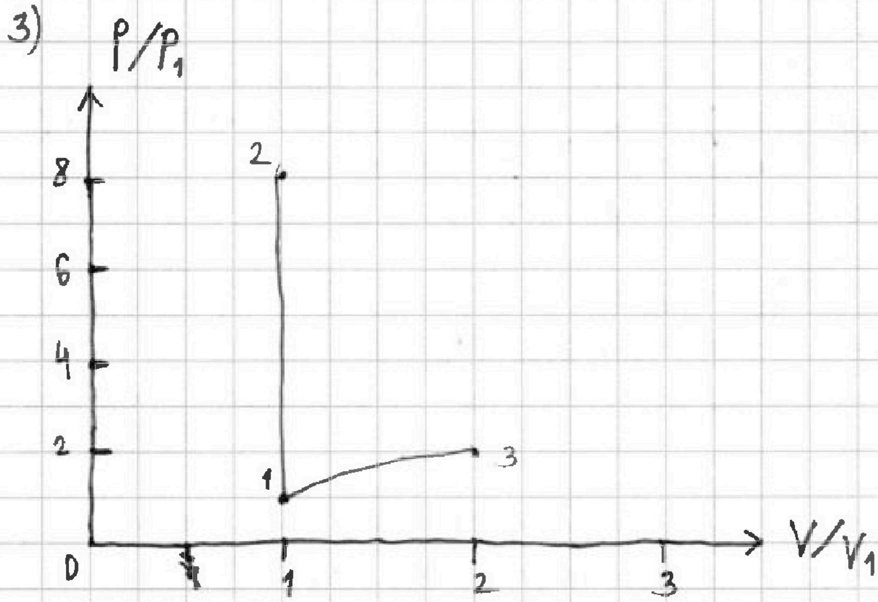
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3)



~~По гр.~~: $C_{12} = \frac{3}{2}R = \frac{i}{2}R \Rightarrow V_{1\to2} = const \Rightarrow \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$ (з. Ш.) $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p_2 = 8p_1$

Из з-на $(p+\Delta p)(V+\Delta V) = \nu R(T+\Delta T)$

Получим: $p\Delta V + V\Delta p \approx \nu R\Delta T \Leftrightarrow \cancel{\frac{R}{\Delta p}} + \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$. Но

$p\Delta V = \frac{\nu R\Delta T}{2}$ (ведь $\cancel{2R\nu\Delta T} = A_г + \cancel{\frac{3}{2}R\nu\Delta T}$) $\frac{1}{2}R\nu\Delta T$ [з.т.]

$2\cdot\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T} \Rightarrow \frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta V}{V} \Rightarrow \cancel{p_3 = 4p_1 = p_1\cdot\frac{T_3}{T_1}}$

$\Rightarrow p \sim V \Rightarrow p_3 = 2p_1$ и $V_3 = 2V_1$ $(2=\sqrt{4})$

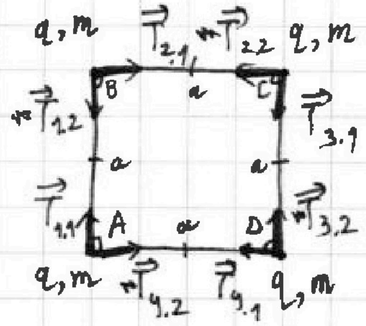
$2 \to 3$ не успел

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

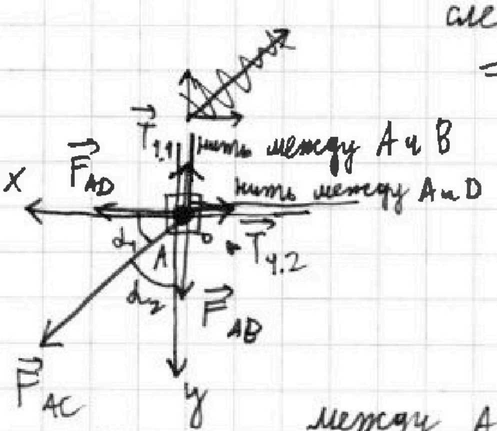
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



1) Введём обозначения шариков: см. слева. На рис.: $|\vec T_{1.1}| = |\vec T_{1.2}| = |\vec T_{2.1}| = |\vec T_{2.2}| = |\vec T_{3.1}| = |\vec T_{3.2}| = |\vec T_{4.1}| = |\vec T_{4.2}| = T$. Пользовались тем, что сила натяжения каждой нити одинаково во всех точках. Рассмотрим силы электромагнитной природы, действующие на шарик A (С остальными рассуждаем аналогично).

Введём фиксированные оси x и y: см. слева. Тогда $T_{1.1x} = T_{4.2y} = 0$; $T_{1.1y} = -T_{1.1} = -T$; $T_{4.2x} = -T_{4.2} = -T$.



~~Между Шарик~~ Заряды шариков A и B равны $\Rightarrow$ одного знака $\Rightarrow$ между ними действует отталкивающая сила, равная по модулю $F_{AB} =$ (по закону Кулона) $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$. Аналогично между A и D действует отталкивающая сила, равная по модулю $F_{AD} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$. А между A и C действует отталкивающая сила, равная по модулю $F_{AC} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$, где b — длина диагонали квадрата $a \times a$. По теореме Пифагора: $b = \sqrt{a^2+a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow F_{AC} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 (a\sqrt{2})^2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}$. Из квадрата и вертикальных углов находим $\alpha_1 = \mathrm{arctg}\frac{a}{a} = 45° = \alpha_2$. ~~Так~~ По II закону Ньютона для шарика A в ИСО:

$\vec 0 = \vec T_{1.1} + \vec T_{4.2} + \vec F_{AD} + \vec F_{AB} + \vec F_{AC}$. Запишем II з.Н. в проекциях на:

$$\begin{cases} \text{ось } x: \ 0 = 0 - T + F_{AD} + 0 + F_{AC}\cos\alpha_1 \Leftrightarrow T = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2} + \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \ (1) \\ \text{ось } y: \ 0 = -T + 0 + 0 + F_{AB} + F_{AC}\cos\alpha_2 \Leftrightarrow T = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2} + \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \ (2) \end{cases}$$

Как видим, (1) и (2) идентичны. Из (1): $|q| =$

$$= \sqrt{\frac{T}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a^2} + \frac{\sqrt{2}}{16\pi\varepsilon_0 a^2}}} = \sqrt{\frac{16\pi\varepsilon_0 a^2 T}{4+\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{16\pi\varepsilon_0 a^2 T(4-\sqrt{2})}{16-2}} = \boxed{4a\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 T(4-\sqrt{2})}{14}}}$$

ответ к 1

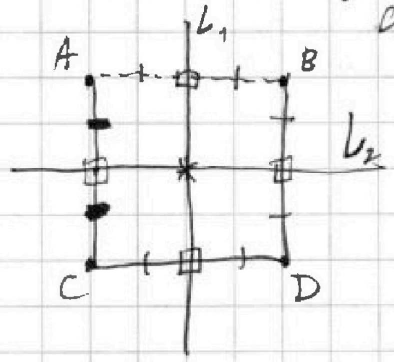
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3) Заметим, что на систему шариков с нитями не действуют другие внешние силы, ~~кроме~~ кроме как силы реакций опор и тяжести, которые компенсируют друг друга. Значит ~~прямо~~ центр тяжести системы ~~останется~~ останется на том же месте, где и был, то есть посередине квадрата (ведь ~~система~~ шарики одной массы симметричны относительно центра квадрата. В силу симметрии системы относительно L_1 (см. слева), шарики A и B, а также C и D, будут симметричны друг относительно друга. Заметим, что если шарики оказываются на одной прямой, то и новый центр тяжести оказывается на этой же прямой... и совпадает с прежним $\Rightarrow$ все шарики будут лежать на прямой L_2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$1\to 2: C = \frac{3R}{2} \Rightarrow V = const \Rightarrow p_2 = 8p_1$

$2\to 3: \cancel{\frac{R}{2}\nu\Delta T} = A_{\Delta T} + \cancel{\frac{3R}{2}\nu\Delta T}\ R\nu\Delta T$

$A_{\Delta T} = -R\nu\Delta T$

$\cancel{(p+\Delta p)(V}\ p_{\Delta T}\Delta V = -R\nu\Delta T \qquad \Delta T = -\frac{p_{\Delta T}\Delta V_{\Delta T}}{R}$

$(p+\Delta p)(V+\Delta V) = p V \nu R(T+\Delta T)$

$\frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$

$\frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$

$p\Delta V = -R\nu\Delta T$

$\frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V} = -\frac{p\Delta V_{\Delta T}}{RT}$

$\Delta p V$

$V = \frac{\Delta V}{-\left(\frac{\Delta p}{p} + \frac{p\Delta V_{\Delta T}}{RT}\right)}$

$k_p + k_V = k_T$

$pV = \nu RT$

$k_V pV = -\nu R k_T T$

$-k_V = k_T$

$A_{\Delta T} = \frac{R\nu\Delta T}{2}$

$p \qquad V$

$k_p + k_V = k_T$

$p - 2\Delta\frac{p}{V} V + \Delta V$

$k_p = -2k_V$

$k_V \cancel{pV} = \frac{R\nu k_T \Delta T}{2}$

$p - 2\Delta\frac{p}{V} \qquad V + \Delta V + \Delta V$

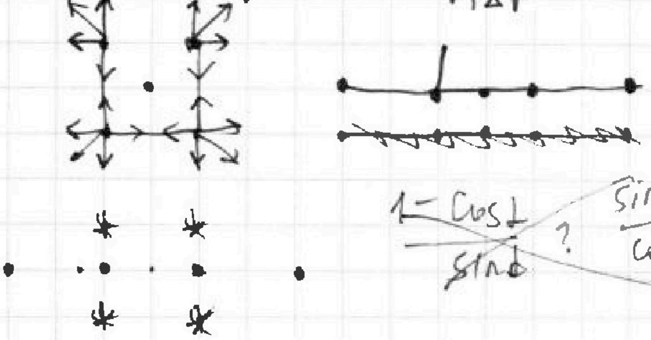
$-2\Delta V \cdot \frac{p - 2\Delta V\frac{p}{V}}{V+\Delta V}$

$\frac{\Delta p}{p} = -\frac{2\Delta V}{V}$

$2k_V = k_T$

$k_p = k_V$

$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta V}{V}$



$\cancel{\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}}$?

$\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$? $\cancel{\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}}$

$\cancel{\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}}$? $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\cos\frac{\alpha}{2} - 2\cos^3\frac{\alpha}{2} + \cos\frac{\alpha}{2}$?

? $2\cos$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!