



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 1

~~abc = 2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 3^{y_1+y_2}~~

$$a = 2^{x_1} \cdot 3^{y_1} \cdot 5^{z_1}$$

$$abc = 2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 3^{y_1+y_2}$$

$$b = 2^{x_2} \cdot 3^{y_2} \cdot 5^{z_2}$$

$$c = 2^{x_3} \cdot 3^{y_3} \cdot 5^{z_3}$$

Тогда из условия попарно:

$$\begin{cases}
 x_1 + x_2 \geq 7 & (1) \\
 x_2 + x_3 \geq 13 & (2) \\
 x_1 + x_3 \geq 14 & (3) \\
 y_1 + y_2 = 14 & (4) \\
 y_2 + y_3 \geq 15 & (5) \\
 y_1 + y_3 \geq 17 & (6) \\
 z_1 + z_2 \geq 14 & (7) \\
 z_2 + z_3 \geq 18 & (8) \\
 z_1 + z_3 \geq 13 & (9)
 \end{cases}$$

П.к. содержимое в обе стороны 2, 3 и 5

не зависит друг от друга наименьшее значение

$$x_1 + x_2 + x_3 = \min_x \quad (2) \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 \geq 14 + x_3$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = \min_y$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = \min_z$$

$$(2) \Rightarrow x_3 \geq 13 - x_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (3) \Rightarrow x_1 + 13 - x_2 \geq 14 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 \geq x_2 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1) \Rightarrow x_2 + 1 + x_2 \geq 7$$

$$x_2 \geq 3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1. Тогда $x_1 + x_2 + x_3 \geq 13$ - достижимо
(проверяем) при $x_1 = 4, x_2 = 3, x_3 = 0$

$$y_1 + y_2 + y_3 \geq 17 + y_2$$

$$\begin{aligned} z_1 \text{ (4)} \Rightarrow y_1 &\geq 11 - y_2 \Rightarrow \text{(6)} \quad 11 - y_2 + y_3 \geq 17 \\ &\Rightarrow y_3 \geq y_2 + 6 \Rightarrow \text{(5)} \Rightarrow 2y_2 + 6 \geq 15 \Rightarrow \\ &\Rightarrow y_2 \geq 5 \end{aligned}$$

Тогда $y_1 + y_2 + y_3 \geq 17 + 5 = 22$ - достижимо

$$\text{при } y_1 = 6, y_2 = 5 \text{ и } y_3 = 11$$

$$z_1 + z_2 + z_3 \geq 43 + z_2$$

$$\text{(7)} \Rightarrow z_1 \geq 14 - z_2$$

$$\text{(8)} \Rightarrow 14 - z_2 + z_3 \geq 43 \Rightarrow z_3 \geq 29 + z_2$$

$$\text{(6)} \Rightarrow z_2 + 29 + z_3 \geq 18 \Rightarrow z_3 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z_1 + z_2 + z_3 \geq 43 - \text{достижимо при}$$

$$z_1 = 14$$

$$z_3 = 29, z_2 = 0$$

Тогда $a \cdot b \cdot c \geq 2^{13} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$ - ~~при достижимости~~

$$\text{при } a = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^{14}, b = 2^3 \cdot 3^5 \text{ и } c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{29}$$

$$\text{Ответ: } 2^{13} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

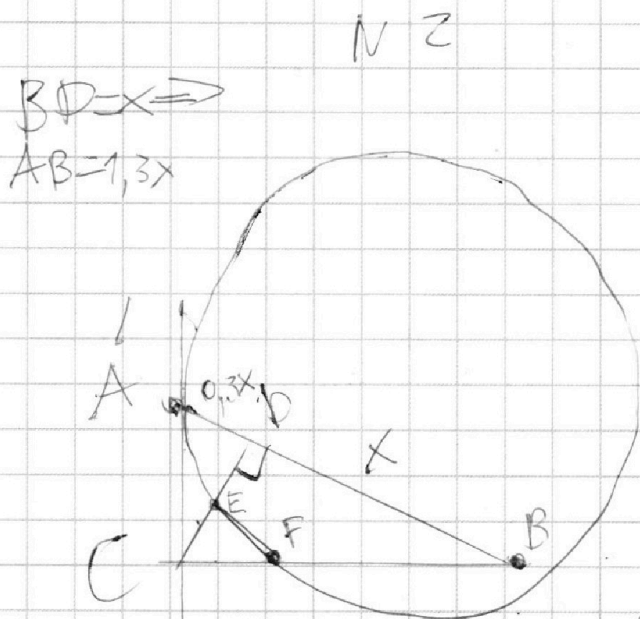
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CD = \sqrt{0,3x \cdot x} = \sqrt{0,3x}$$

— как высота

$$AC = \sqrt{0,89x^2 + 0,3x} = \sqrt{0,39x}$$

$$BC = \sqrt{0,3x^2 + x^2} = \sqrt{1,3x}$$

Пусть $\angle EAE = \alpha$, $\angle EAB = \beta - \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle AED = 90 + \alpha - \beta \Rightarrow \angle DEO =$

$$= \angle OEA - \angle AED =$$

$$\angle OAE - \angle AED =$$

$$= 90 - \alpha - 90 - \alpha + \beta = \beta - 2\alpha$$

$$\angle DEF = 90 = \angle EPB, \text{ м.к}$$

$$EF \parallel BD \Rightarrow$$

$$\angle OEF = 90 - \beta + 2\alpha \Rightarrow$$

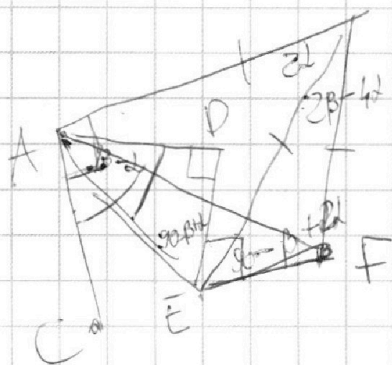
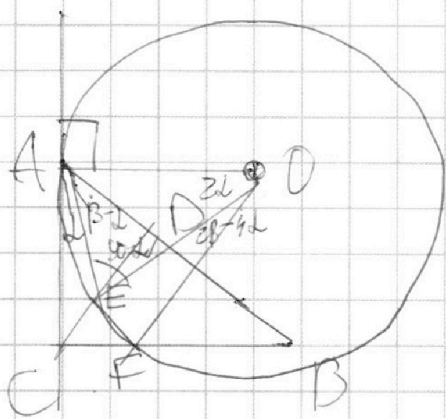
$$\Rightarrow \angle AOF = 180 - 2\angle OEF =$$

$$= 2\beta - 4\alpha \Rightarrow \angle AOF =$$

$$= 2\beta - 4\alpha + \angle OAE =$$

$$= 2\beta - 4\alpha + 180 - 2\angle AED =$$

$$= 2\beta - 4\alpha + 180 - 2(90 - \alpha)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

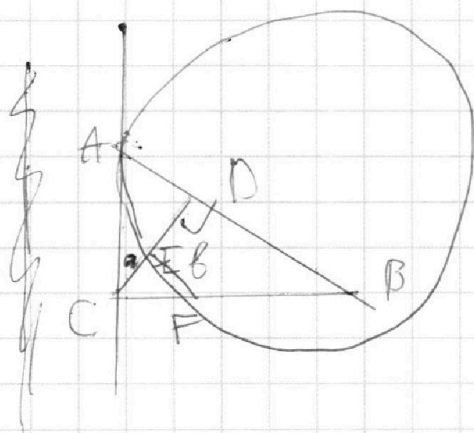


$N 2$ (продолжение)

$$= 2\beta - 2\alpha \Rightarrow \angle ADF = 2\beta - 2\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle EAF = \frac{1}{2} \angle ADF = \beta - \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{исходные } \triangle ACF. \angle CAF = \angle EAD = \beta - \alpha$$



$$\triangle EAD \sim \triangle CAF \Rightarrow$$

$$\frac{CF}{AC} = \frac{ED}{AD} \quad (1)$$

$$CE = a, FE = b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CF = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CDB: \frac{CE}{CD} = \frac{EF}{BD} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{0,3}x} = \frac{b}{0,3x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{0,3}b$$

$$(1) \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{0,39}x} = \frac{\sqrt{0,3}x - a}{0,3x}$$

$$\sqrt{1,3}b = \sqrt{0,3}(x - b) \sqrt{0,39}$$

$$(\sqrt{1,3} + \sqrt{0,3} \cdot \sqrt{0,39})b = \sqrt{0,3} \sqrt{0,39}x$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{0,3}x \cdot 0,3x}{\frac{1}{2} ab} = \frac{\sqrt{0,3}x \cdot 0,3x}{\sqrt{0,3}b^2}$$

$$= \frac{0,3 \cdot (\sqrt{1,3} + \sqrt{0,3} \cdot \sqrt{0,39})^2}{0,3 \cdot 0,39} = \frac{1,3^2}{0,3} = \frac{1,69}{3}$$

Ответ: $\frac{16,9}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$N3: 5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

$$\arccos y \in [0, \pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq \pi$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2} \Rightarrow x - \frac{\pi}{2} \in [-2\pi, 3\pi]$$

$$I \text{ сл: } x - \frac{\pi}{2} \in [0, \pi] \Rightarrow \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = x - \frac{\pi}{2}$$

$$x - \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow x = \pi - 4\varphi$$

$$II \text{ сл: } x - \frac{\pi}{2} \in [\pi, 2\pi] \Rightarrow \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = x - \frac{3\pi}{2}$$

$$x - \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{9}{4}\pi - 4\varphi$$

$$III \text{ сл: } x - \frac{\pi}{2} \in [2\pi, 3\pi] \Rightarrow \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = x - \frac{5\pi}{2}$$

$$x - \frac{5\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{4}{5}x = \frac{28}{10}\pi \Rightarrow x = \frac{7}{2}\pi - 4\varphi$$

$$IV \text{ сл: } x - \frac{\pi}{2} \in [-2\pi, -\pi] \Rightarrow \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = x + \frac{3\pi}{2}$$

$$x + \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{4}{5}x = -1,2\pi \Rightarrow x = -\frac{3}{2}\pi - 4\varphi$$

$$V \text{ сл: } x - \frac{\pi}{2} \in [-\pi, 0] \Rightarrow \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = x + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}, \pi, \frac{9}{4}\pi, \frac{7}{2}\pi \right\} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

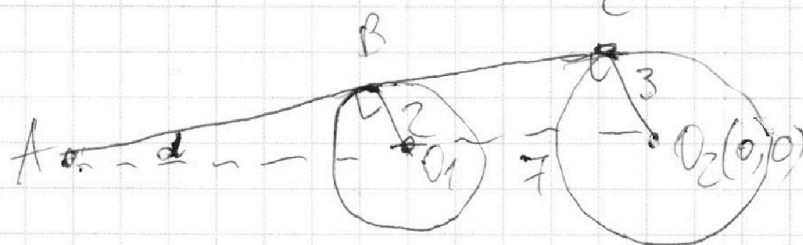


N 4 (продолжение)

Пусть i -е — какое-то значение условной
коэффициента $k_i \Rightarrow$ При $k > 0$: $k \in (k_3, k_1) \cup (k_1, +\infty)$

при $k < 0$: $k \in (k_2, k_4) \cup (-\infty, k_2)$

Из симметрии $\Rightarrow k_1 = k_2$; $k_3 = -k_4$ Из геометрии



$$\frac{AO_1}{AO_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

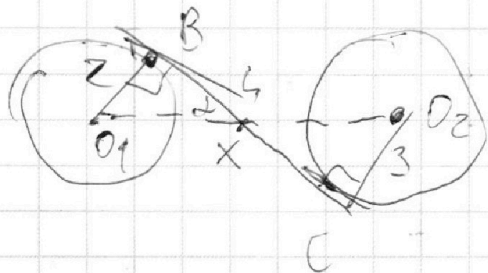
$$AO_1 = \frac{2}{3} AO_2 + \frac{2}{3} \cdot 7 \Rightarrow$$

$$AO_1 = 14$$

$$k_1 = \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{\sqrt{14^2 - 4}} = k_2$$

$$= \frac{1}{\sqrt{48}}$$

Из геометрии: $\frac{O_1 X}{X O_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow$



$$O_1 X = \frac{2}{3} (7 - O_1 X)$$

$$O_1 X = \frac{14}{5} = 2,8$$

$$k_4 = -\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2}{\sqrt{2,8^2 - 4}} =$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{0,96}} = -k_3$$

См. ответ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4: ПП.к. $k = -\frac{1}{3a} \Rightarrow a \in (-\infty, -\frac{1}{3k}) \Rightarrow$
(проверка)

$$\Rightarrow a \in (-\infty, -\frac{1}{3k}) \cup$$

$$\cup (-\frac{1}{3}k_1, -\frac{1}{3}k_3) \cup (-\frac{1}{3}k_4, -\frac{1}{3}k_2) \cup (-\frac{1}{3}k_2, +\infty)$$

Ответ:

$$a \in (-\infty, -\frac{\sqrt{18}}{3}) \cup (-\frac{\sqrt{18}}{3}, -\frac{\sqrt{0,96}}{3}) \cup$$

$$\cup (\frac{\sqrt{0,96}}{3}, \frac{\sqrt{18}}{3}) \cup (\frac{\sqrt{18}}{3}, +\infty)$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4: $\begin{cases} x+3ay-zb=0 & (1) \end{cases}$

$\begin{cases} ((x+7)^2+y^2-4)(x^2+y^2-9)=0 & (2) \end{cases}$

(1) - ~~прямая~~ с ~~углом~~ и ~~коэф-ом~~ $= -\frac{1}{3a}$

(1) $\Rightarrow -\frac{1}{3a}x - \frac{zb}{3a} = y$ - прямая с $k = -\frac{1}{3a}$

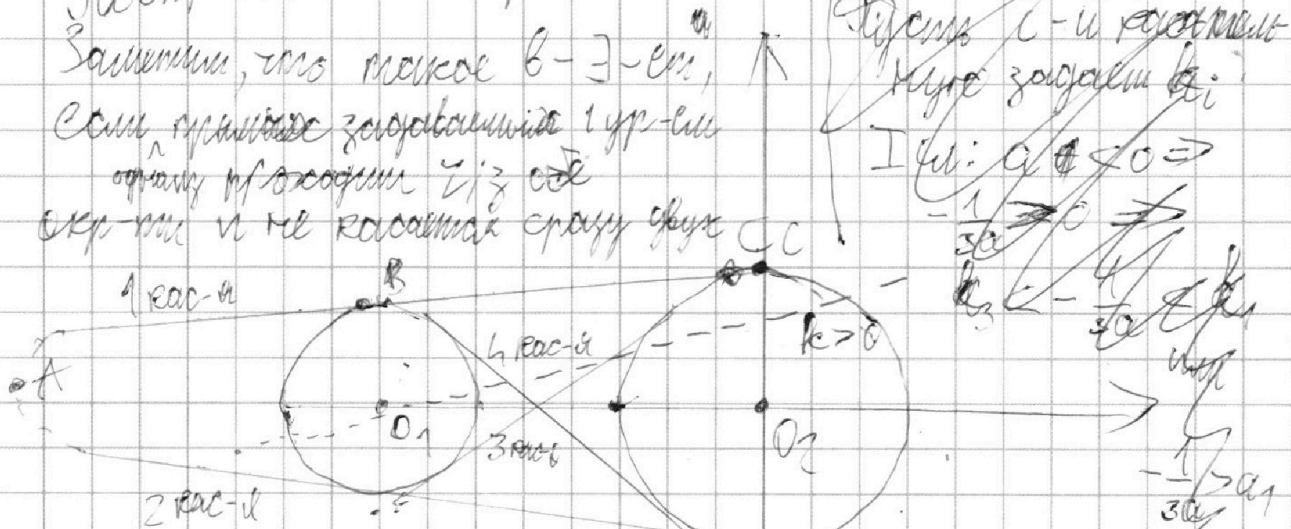
а т.к. $b \neq 0$, то это ~~прямая~~ ~~про~~ ~~фронтальная~~ ~~прямая~~

(2) - $(x+7)^2+y^2=4$ - окр-ть с центром в $(-7, 0)$ и $R=2$

$x^2+y^2=9$ - окр-ть с центром в $(0, 0)$ и $R=3$

Построим эти окр-ти.

Заметим, что так как $b \neq 0$, если прямая заданная урав-ием проходит ~~из~~ ~~одн~~ окр-ти и не касается сразу двух



Тогда k - и $k > 0$

Получим k - и $k > 0$ или $k < 0$

Мне задан k

I $k = 0 \Rightarrow$

$-\frac{1}{3a} \neq 0 \neq$

$k < -\frac{1}{3a} \neq k$

$k > -\frac{1}{3a}$

Тогда прямая может быть $k > 0$ или $k < 0$ касательной (по k), либо $k > 0$ и $k < 0$ аналогично сим-но $k < 0$

$\frac{1}{3a} > 0 \Rightarrow$
 $-\frac{1}{3a} < 0 \Rightarrow$
 $k > -\frac{1}{3a}$
или $k < -\frac{1}{3a}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5 (продолжение)

Заметим, что $g(-a) = f(a) \Rightarrow$

~~$b_1 \Rightarrow b_1 \neq a_2 = 0 \Rightarrow \log_7 6x + \log_7 y = 0$~~
 ~~$b_1 + b_2 = 0$~~
 ~~$6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$~~

~~$\log_7 6x + \log_7 y = 0$~~

~~$6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$~~

Заметим, что $f'(a) = 4a^3 + \frac{3.5}{a^2} = 0$ при

$$a_0 = -\sqrt[5]{\frac{3.5}{4}} < 0$$

Заметим, что при $a > 0$ $f(a)$ монотонно
и возрастает от $-\infty$ до $+\infty \Rightarrow$ имеет 1

корень. При $a = 0$ $f(a)$ ~~не~~ ~~используем~~

~~при a от $(-\infty, a_0)$ и возрастает~~

при $a \in (a_0, 0) \Rightarrow$ если $f(a_0)$, то

при $a < 0$ $f(a) > 4 > 0 \Rightarrow$ корней
не имеет.

Сл-но $f(a)$ имеет один корень, а м.к.

$f(a) = g(-a)$, но $g(b)$ тоже, причем $xy = 0$

Тогда $\log_7 6x + \log_7 y = \log_7 6xy = 0 \Rightarrow 6xy = 1$
 $xy = \frac{1}{6}$

Ответ: $xy = \frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5:

$$\log_7^4 6x - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x} 2^{343} - 4$$

$$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_y 2(7)^4 - 4$$

$xy = ?$

$$\log_7 6x = a \Rightarrow a^4 - \frac{2}{a} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{a} - 4$$

$$\log_7 y = b \Rightarrow b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2b} - 4$$

$$\log_{6x} 7 = \frac{1}{a}$$

$$\log_y 7 = \frac{1}{b}$$

$$a^4 - \frac{3,5}{a} + 4 = 0 = f(a) = 0$$

$$b^4 + \frac{3,5}{b} + 4 = 0 = g(b) = 0$$

$$f(a) - g(b) = a^4 - \frac{3,5}{a} + 4 - b^4 - \frac{3,5}{b} - 4 =$$

$$= (a-b)(a+b)(a^2+b^2) - \frac{3,5(a+b)}{ab} = 0$$

$$f(a) = 4a^3 + \frac{3,5}{a^2} = 0 \Rightarrow$$

всего экстремумов $a = \sqrt[5]{\frac{3,5}{4}} \Rightarrow$ П.к.

$f(\frac{1}{2}) < 0$, а $a^4 > \frac{3,5}{a}$ при больших a ,
то $f(a)$ ровно 2 корня a_1, a_2
Аналогично у $g(b)$ - 2 корня b_1, b_2

ОДЗ:

~~...~~

$y \neq 1$

$x > 0$

$x \neq 1$

$y > 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6: Заметим, что ГМТ точек $B(x_2, y_2)$ относительно $A(x_1, y_1)$, что $4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 40$ — роды

с ординатами 10 и 40. На его границе, перпендикулярном оси Ox , содержится $\frac{40}{\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}} = 40$

$= 40$ различных точек B с целочисленными координатами

Заметим, что 2 стороны роды \parallel 2 сторонам \parallel -ого

т.к. $\frac{4}{1} = \frac{68}{17}$ — обозначим их за I и II

Заметим, что длина стороны I — $10x = 19$

II $x: 10 < 19 < 20$. Тогда ~~сразу~~ видно, что

III сторона полностью выйдет за пределы параллелограмма, а кол-во ~~внутри~~ ~~внутри~~

будет ~~рассчитывать~~ как одна ~~линия~~ ~~линия~~ ~~линия~~

будет ~~внутри~~ Тогда $A(x_1, y_1) \in \begin{cases} 0 \leq x_1 \leq 68 \\ \dots \end{cases}$ т.к. внутри ~~линия~~

$B(x_2, y_2): \begin{cases} 0 \leq x_2 \leq 68 \\ \dots \end{cases}$

$0 \leq x_2 \leq 68$

$-\frac{4}{4}x_2 \leq y_2 \leq -\frac{1}{4}(x_2 + 40)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 6



~~$$y_2 = \frac{1}{4}(x_2 - x_1 - 10)$$~~

~~$$y_2 = -\frac{1}{4}(x_2 - x_1 - 10)$$~~

~~$$y_2 = \frac{1}{4}(x_2 - x_1 + 10)$$~~

~~$$y_2 = \frac{1}{4}(x_2 - x_1 - 10)$$~~

Углы → я
смонти
решить



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

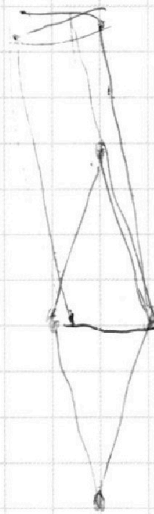
$$y_1 > -\frac{1}{4}x_1$$

$$y_1 < -\frac{1}{4}x_1 + 19$$

$$0 < x_1 < 68$$

$$y_2 = -\frac{1}{4}x_2 - 4.0$$

$$y_2 = -\frac{1}{4}x_2 + 4.0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

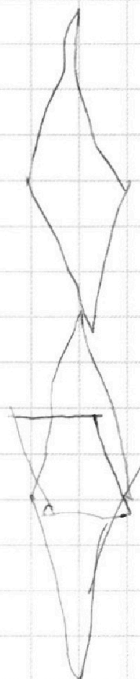
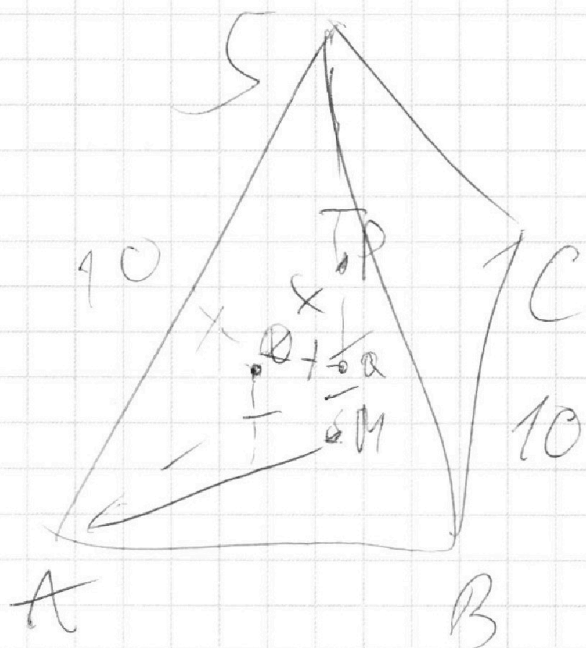
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

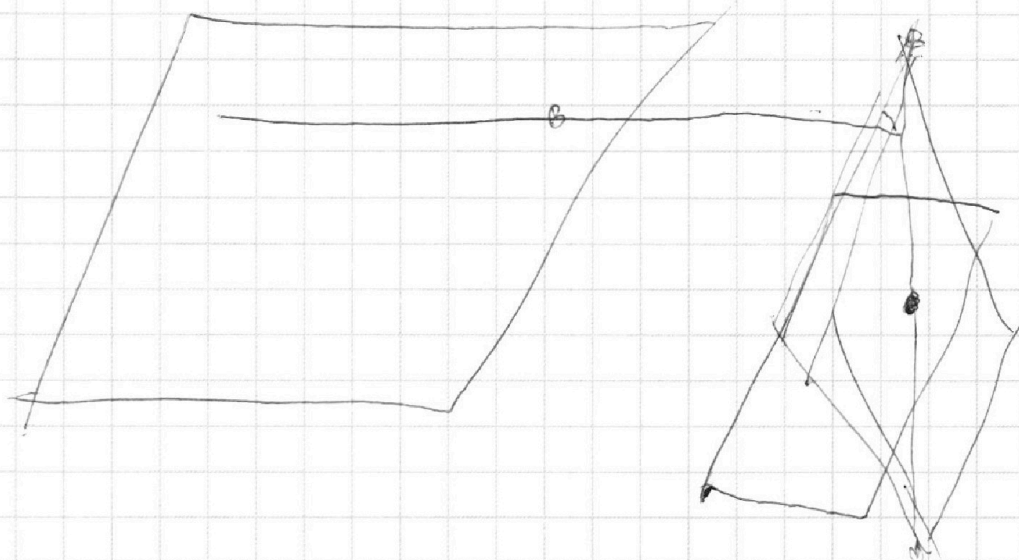
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик



№ 0



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$90 - \alpha - (90 - \beta + \gamma) = \beta - \alpha$$

~~$$a^2 + 2b^2 = c^2$$~~

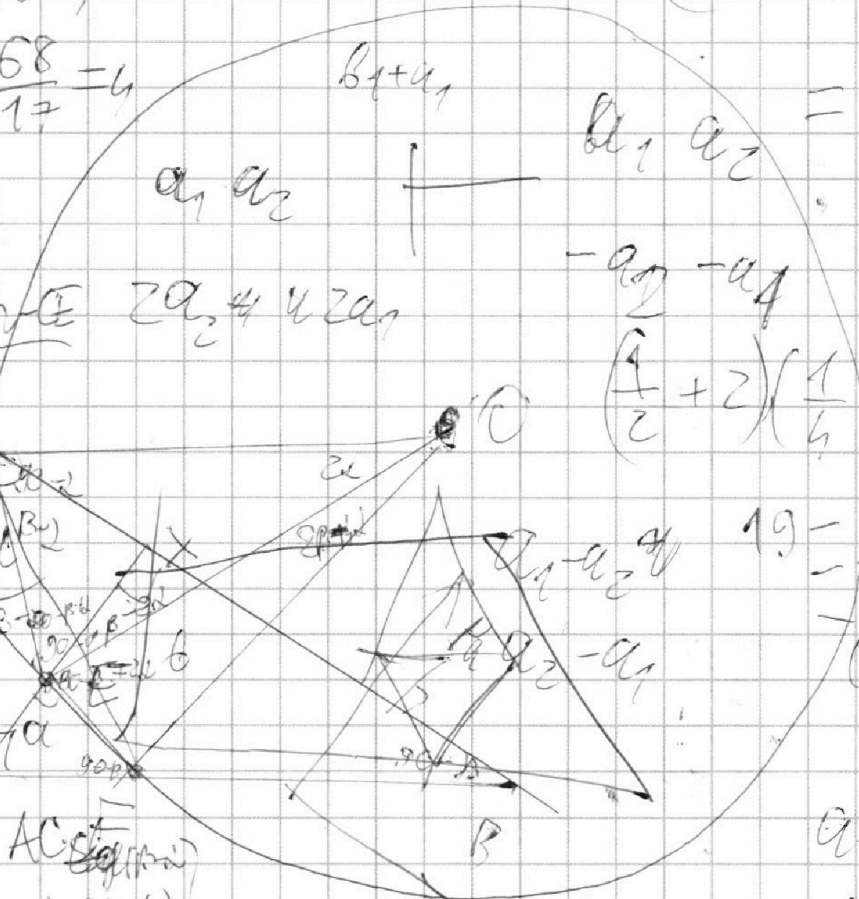
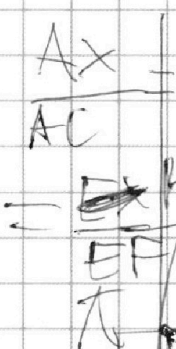
$$a^5 + 4a - 3,5 = 0$$

$$(a_1 + a_2)(a_1^2 + a_2^2) = \frac{+3,5}{a_1 a_2}$$

$$\frac{68}{17} = 4$$

$$\beta + \alpha_1$$

$$a_1 a_2 = 0$$



$$-a_1 - a_2$$

$$\left(\frac{1}{2} + 2\right)\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) + 3,5$$

$$19 = 10$$

$$= 11$$

$$(a_1 - a_2)$$

$$C \quad AC \cdot \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta}$$

$$F(a) = a^5 - \frac{3,5}{a} + 4 = 0$$

$$a_1^4 - a_2^4 + 3,5(a_1 a_2) = 0$$

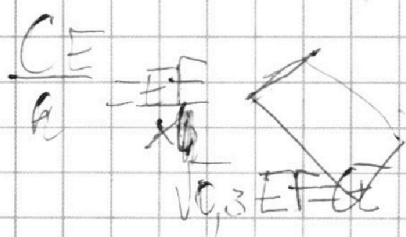
$$a_1 a_2$$

$$90 - \alpha + x = 180 - \beta + \gamma$$

$$x = 90 - \beta + \gamma$$

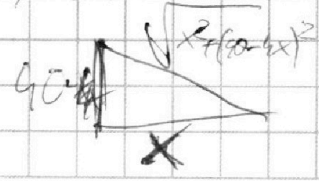
$$-a_1^4 - \frac{3,5}{a_1} + 4 = 0$$

~~$$a^2 + 2b^2 = c^2$$~~



$$a_2^4 - \frac{3,5}{a_2} + 4 = 0$$

$$x_2 - x_1 + 4 \frac{a_2}{2} - 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

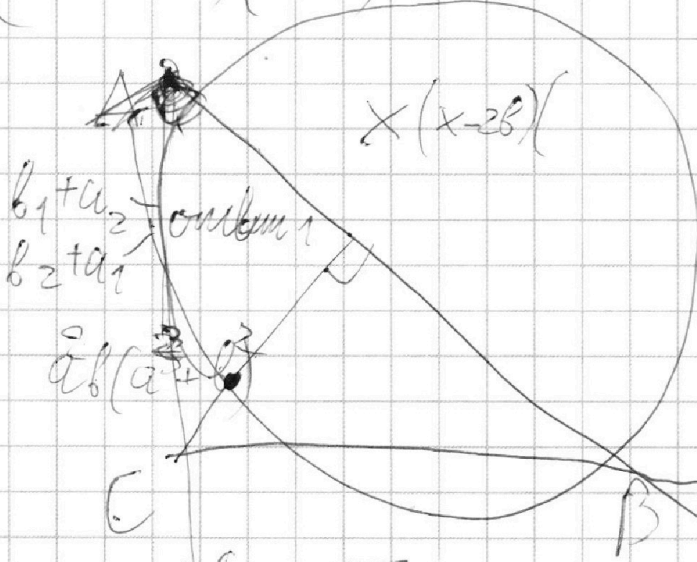
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(a^2b - ab^2)(a^2 + b^2) = a^4b - a^3b^2 + a^2b^3 - ab^4 - 3,5$$

$$a+b = \log_{7/6} xy =$$



$$a^4b^4 - \frac{3,5}{a} - \frac{3,5}{b} = 0$$

$$(a-b)(a+b)(a^2+b^2) = \frac{1}{2} 0,3x \cdot 0,3 \cdot \frac{2}{3,5(a+b)} = 0$$

$$(a+b) \left\{ \begin{array}{l} a_1 \\ a_2 \end{array} \right.$$

$$b - \frac{5}{2} = 3,5$$

$$\log_{7/6} 26x = a$$

$$a^4 - \frac{2}{a} = \frac{3,5}{20a_1} - 4$$

$$4a^3 + \frac{3,5}{a^2} = 0$$

$$a^4 - \frac{3,5}{a} + 4 = 0$$

$$a^5 - 3,5 = 0 \quad a^5 + 4a - 3,5 = 0$$

$$\frac{5}{2} 0,3x = 2 \quad b^4 + \frac{5}{2b} = \frac{5}{2b} - 4$$

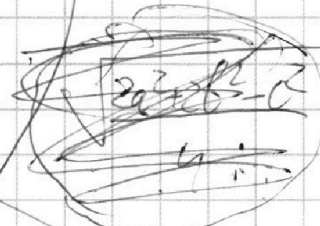
1,96 -

$$\begin{cases} b^4 - \frac{3,5}{a} + 4 = 0 \\ b^4 + \frac{3,5}{b} + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\log_{7/6} 6x$$

$$(a+b)(a-b)$$

$$ab(a-b)(a^2+b^2) = a^3 - a^2$$



B черновик

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

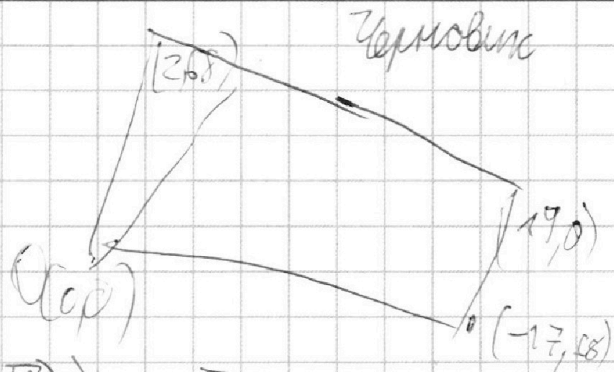
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

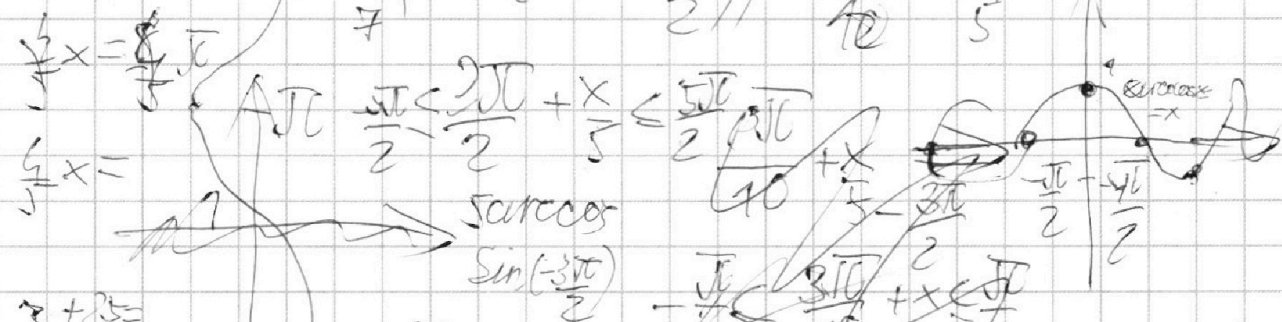
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N1: \begin{matrix} ab: & 2 & 7 & 3^{11} & 5^{14} \\ bc: & 2 & 13 & 3^{15} & 5^{18} \\ ac: & 2 & 14 & 3^{17} & 5^{43} \end{matrix}$$



$$N3: \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2})) = \frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{x}{5}$$



$3 + 23 =$

$\frac{5}{5}x =$

$$I_{ab}: x - \frac{\pi}{2} \leq 0$$

$$x = \frac{14}{5} = \frac{7}{2}$$

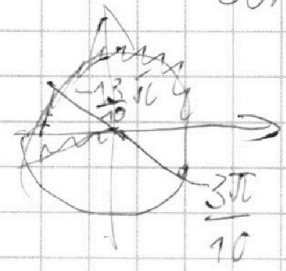
$$3 - 15 =$$

$$-\frac{18\sqrt{10}}{10} \leq x - \frac{\pi}{2} \leq \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\arccos(\cos 2\pi) = 0$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$0 \leq \frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{x}{5} \leq \sqrt{10}$$



$$x \geq -\frac{3\sqrt{10}}{2} \quad \frac{6}{5}$$

$$6\sqrt{10} \geq x \geq -6\sqrt{10}$$

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{\pi - \pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{x}{5} - \frac{3\pi}{10} \arccos \cos x = x + \frac{3\sqrt{10}}{10} = \frac{x}{5} = \arccos(0) = \frac{\pi}{2}$$

$$x \leq \frac{7\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{4x}{5} + \frac{3\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$x = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \arccos(\cos 2\pi) = \pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_1 + x_2 + x_3 = 14 + x_2$$

~~11/2~~

$$x_3 \geq 13 - x_2$$

$$x_1 + 13 - x_2 \geq 14$$

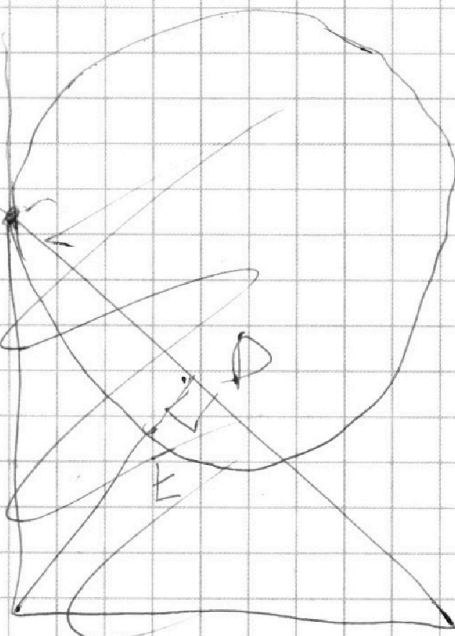
$$x_1 \geq 1 + x_2$$

$$x_2 \geq 3$$

$$x_2 = 3 \Rightarrow$$

$$x_1 = 4$$

$$x_3 = 10.$$



№1:

Черновик

$$a = 5x$$

$$b = 5y$$

$$c = 5z$$

$$x + y \geq 14$$

$$x + z \geq 18$$

$$x + z \geq 43$$

$$x + y + z = \min$$

$$43 - z + y \geq 14$$

$$y \geq 14 - 43 + z$$

$$z + 14 - 43 \geq 18$$

$$g \quad ((x^2 + y^2) + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0$$

~~11/2~~

$$z \geq \frac{47}{2} =$$

$$y_2 = 5$$

$$y_1 = 6$$

$$y_3 = 11$$

~~$$z + 14 = 38$$~~

$$x \geq 14 - y$$

$$14 - y + z \geq 43$$

$$= 24$$

$$z = 24 \Rightarrow$$

$$x = 43 - 24 =$$

$$\frac{1}{5}x = -\frac{1}{5}\sqrt{5} \quad 43-$$

$$x = -\sqrt{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

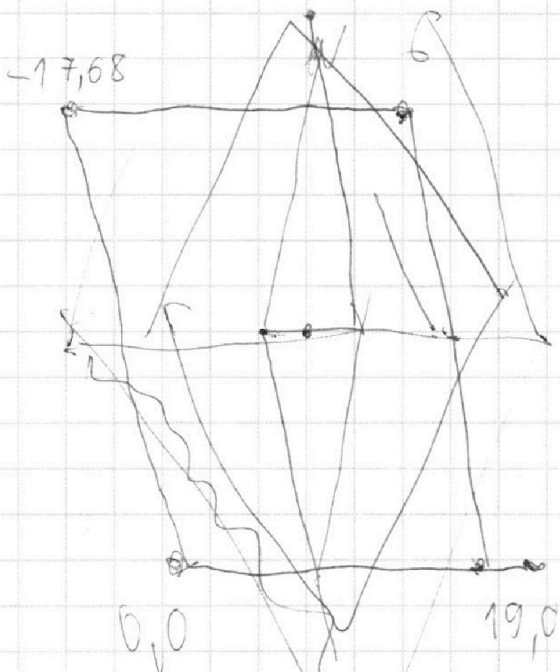
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик.



$$a^4 - \frac{3,5}{a} + 4 = 0$$

$$(a+b)^4 - \frac{3,5}{a+b} + 4 = 0$$

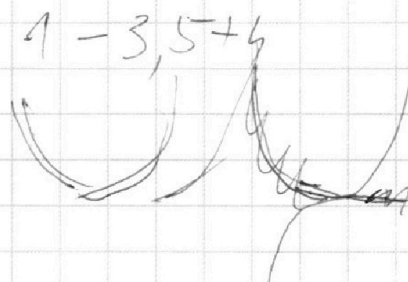
$$4a^3 + \frac{3,5}{a^2} = 0$$

$$a = \sqrt[5]{\frac{3,5}{4}}$$

$$\sqrt{1,3} = 0,3$$

$$\frac{(\sqrt{1,3} - 1,3)^2}{0,39} = \frac{1,3^2}{0,3}$$

$$\in \left(\frac{1}{2}, \frac{4}{3} \right)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

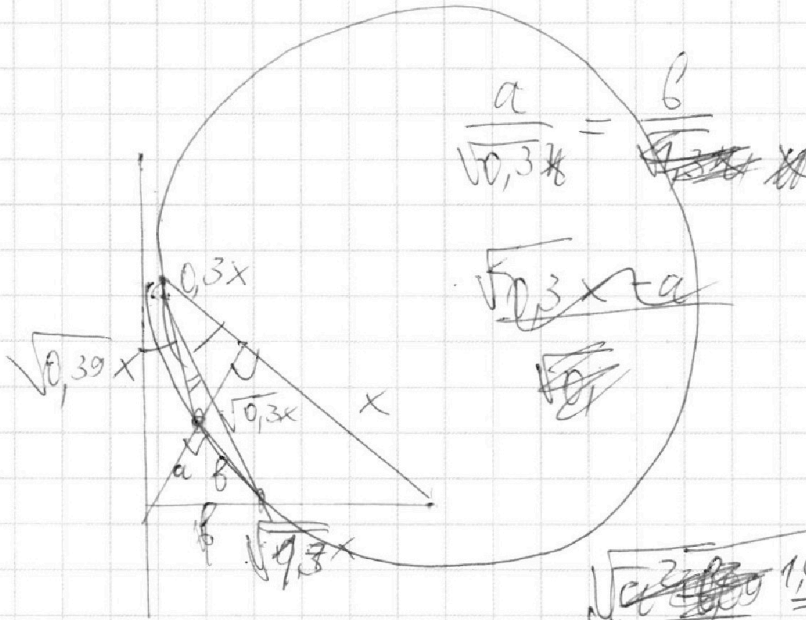
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\frac{a}{\sqrt{0,3x}} = \frac{b}{\sqrt{0,3x}}$$

$$\sqrt{0,3x} = a$$

$$\frac{\sqrt{1,09a^2}}{\sqrt{0,39x^2}} = \frac{\sqrt{0,3x-a}}{0,3x}$$

$$\frac{1,09a^2 \cdot 0,09}{0,39} =$$

$$\frac{0,3x \cdot \sqrt{0,3x}}{\sqrt{0,39x^2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

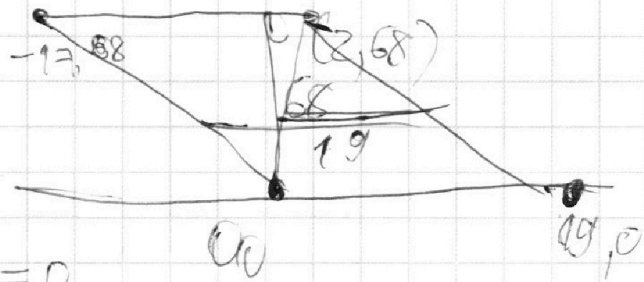
МФТИ

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



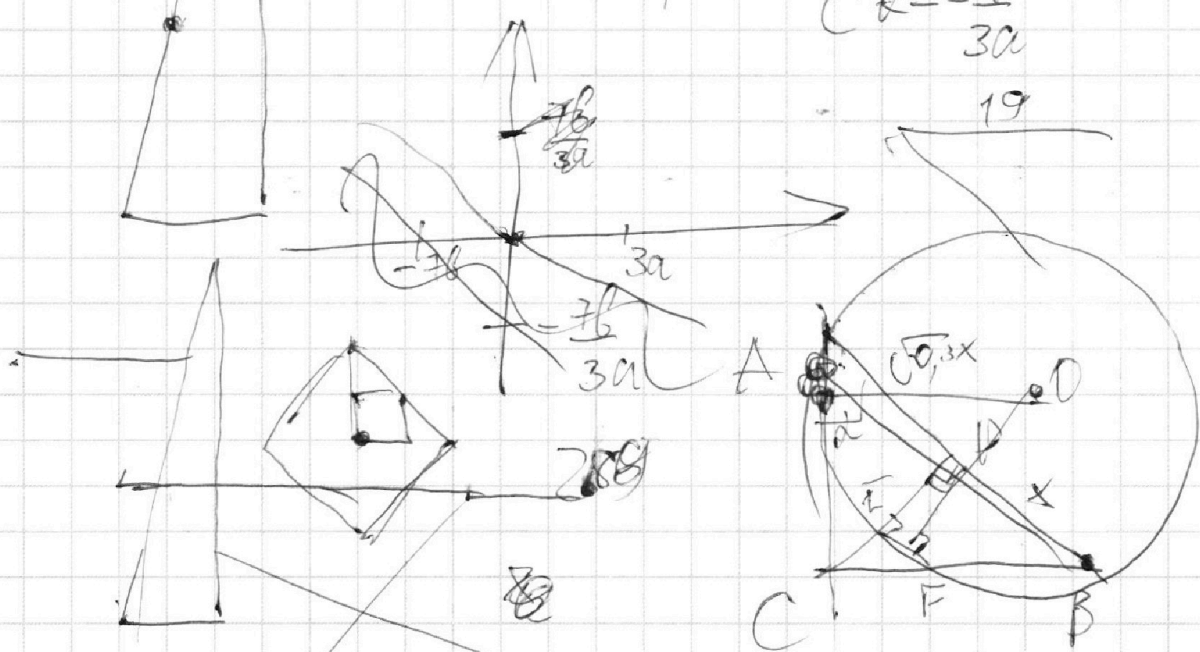
Черновики



$$\frac{x}{19} + \frac{y}{68} + 1 = 0$$

$-1x + 76 = y$ - прямая

$ck = -\frac{1}{3a}$



$$a_1 = x$$

68
68
594
608
4624

$$\sqrt{4624} =$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 72 \\ \hline 144 \\ + 144 \\ \hline 5784 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~N6: Заметим, что MM - высота, опущенная
из $A(x_1, y_1)$ на прямую, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ -~~

~~- выглядит как ромб с одной из диагоналей~~

~~40 и 10. Заметим, что высота MM -~~

~~расстояние между двумя точками M и M' на оси Ox~~

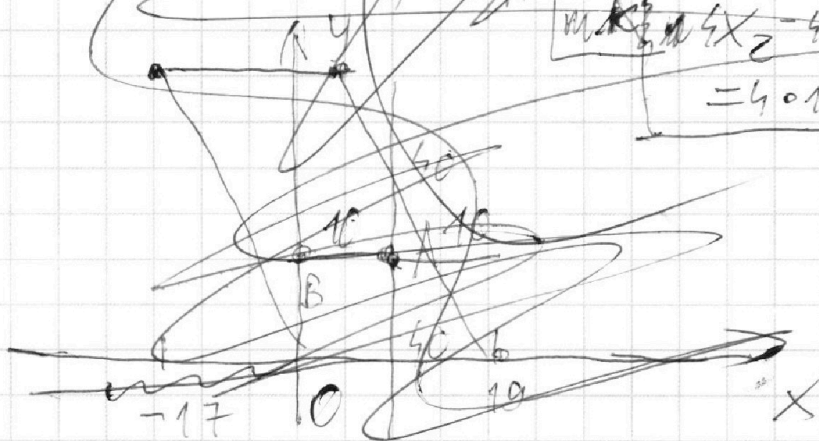
~~Заметим, что расстояние между двумя~~

~~точками M и M' на оси $Ox = 19$ ~~или~~~~

~~высота h точки A будет существовать B~~

~~так, что $AB = 10$, $AB \parallel Ox \Rightarrow$ точки A и B находятся~~

$$\begin{aligned} 4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 &= \\ &= 4 \cdot 10 + 0 = 40 \end{aligned}$$



Черновик