



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-17; 68)$ ,  $Q(2; 68)$  и  $R(19; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1  
 $ba: 2^7 3^{11} 5^{14}$   
 $cb: 2^{13} 3^{15} 5^{18}$   
 $ca: 2^{14} 3^{17} 5^{43}$

$\geq 7$

известно, что  $abc: 2^x 3^y 5^z$   
 пусть (условно) произведение было  $m(a)$   
 $a = 2^{x_1} 3^{y_1} 5^{z_1}$   
 $b = 2^{x_2} 3^{y_2} 5^{z_2}$   
 $c = 2^{x_3} 3^{y_3} 5^{z_3}$   
 $x_i, y_i, z_i \in \mathbb{Z}$  и  $\geq 0$

①

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 7 \\ x_2 + x_3 \geq 13 \\ x_3 + x_1 \geq 14 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 \geq 17 \Rightarrow abc: 2^{17}$$

②

$$\begin{cases} y_1 + y_2 \geq 11 \\ y_2 + y_3 \geq 15 \\ y_3 + y_1 \geq 17 \end{cases} \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq 21,5 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq 22 \Rightarrow abc: 3^{22} \Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

③

$$\begin{cases} z_1 + z_2 \geq 14 \\ z_2 + z_3 \geq 18 \\ z_3 + z_1 \geq 43 \end{cases} \begin{matrix} z_i \geq 0 \\ \Rightarrow z_1 + z_2 + z_3 \geq 43 \end{matrix} \Rightarrow abc: 5^{43}$$

возьмем  $x_1 = 10, x_2 = 3, x_3 = 10; y_1 = 6, y_2 = 5, y_3 = 11; z_1 = 20, z_2 = 23, z_3 = 0$   
 все условия выполняются, и  $abc \geq 2^{17} 3^{22} 5^{43}$   
 (①, ② и ③)

Ответ:  $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

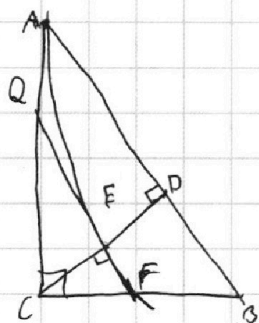
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2

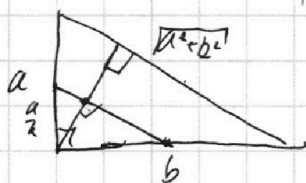


Прямоугольный  $\triangle ABC$  с  $\angle C = 90^\circ$   
 1)  $EF \parallel AB \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle QFC$   
 2)  $QA^2 = QF \cdot QF$

3)  $EF \parallel AB \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle QFC$   
 $\triangle CDB \sim \triangle CFF$   
 $\triangle ADC \sim \triangle CRE$

с одним и тем же коэффициентом.

Пусть  $AC = a$ ,  $QC = \frac{a}{k}$ ,  $CB = b$



$$AQ^2 = (a - \frac{a}{k})^2$$

$$QF = \frac{a^2 + b^2}{k}$$

Гипотенуза делится в отношении, равном квадрату отношения катетов  $\Rightarrow AD = \frac{a^2}{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow QF = \frac{AD}{k} = \frac{a^2}{k \sqrt{a^2 + b^2}}$

$$QE \cdot QF = \frac{a^2 + b^2}{k} \cdot \frac{a^2}{k \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{a^2}{k^2} = a^2 \left( \frac{k-1}{k^2} \right)^2$$

к=2

$$\frac{1}{k^2} = \left( \frac{k-1}{k^2} \right)^2$$

$$(k-1)^2 = 1$$

к=1  
 k-1=1  
 k=2

$$\frac{AB}{BD} = 1,3 \Rightarrow AB = 13x \Rightarrow AD = 3x$$

Пусть  $BD = 10x$

$$S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC} \cdot \frac{AD}{AB} = \frac{3}{13} S_{\triangle ABC}$$

$$S_{\triangle CDB} = S_{\triangle ABC} \cdot \frac{10}{13} \quad S_{\triangle CEF} = \frac{S_{\triangle CDB}}{k^2} = \frac{5}{2 \cdot 13} S_{\triangle ABC}$$

Ответ:  $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{13} = \frac{3 \cdot 26}{5 \cdot 13} = 1,2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$5 \operatorname{arccos}(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

↑↑ приравняем  $t$   $\sin x = \sin t$

$$\begin{cases} 5(\frac{\pi}{2} - t) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + t \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ k \in 2\pi k + t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(\frac{\pi}{2} - t) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + \pi - t \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ x = 2\pi k + \pi - t \end{cases}$$

(\*)  $k \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6t = -2\pi k + \pi \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4t = -2\pi k \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{\pi k}{3} + \frac{\pi}{6} \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

(2)

$$\begin{cases} t = -\frac{\pi k}{2} \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

①

$$\begin{cases} k=2 & t = -\frac{\pi}{2} \\ k=1 & t = -\frac{\pi}{6} \\ k=0 & t = \frac{\pi}{6} \\ k=-1 & t = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = -\frac{\pi}{2} & k=1 \\ t = 0 & k=0 \\ k = \frac{1}{2} & t = -1 \end{cases}$$

$x_2$

$$\textcircled{1} x = \frac{7\pi}{2} = 4\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{11\pi}{6} = 2\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{6} = 0 + \frac{\pi}{6}$$

$$x = -2\pi k + \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$$

$$\textcircled{2} x = 2\pi k + \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

$$x = -2\pi + \pi - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$$

$$x = 0 + \pi - 0 = \pi$$

Ответ:  $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N4

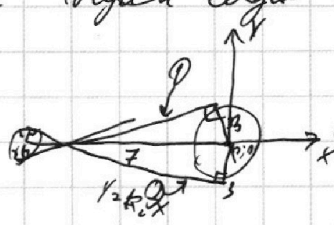
$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ |x^2 + 4x + y^2 + 48| / |x^2 + y^2 - 9| = 0 \end{cases}$$

(1) - прямая, а задает угол ее наклона, b - вычисляет по оси x

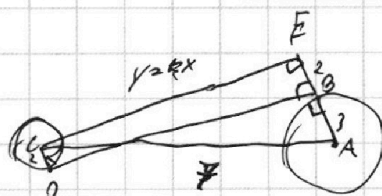
$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 & (1) \\ (x+2)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a} \end{cases}$$

пересек. окружности с центрами (-2;0) и (0;0) и радиусами 2 и 3 соответственно и решения тогда и тогда же прямая пересекает обе окружности



это возможно только если прямая (1) имеет меньший радиус, чем (1) и больший, чем (2)



C и O - центры окр.  
 Пусть OCB - т. рас.  
 Прямые AB и AE ⊥ CO  
 Δ CEA - прямоугольный  
 Δ CEA - прямоугольный

$$CE^2 = CA^2 - EA^2 = 2\sqrt{8}$$

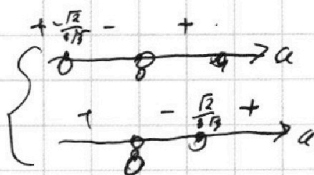
$$k = \frac{CE}{CB} = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{6}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(2) аналогично  $k_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$(1) y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{3a} < \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{3a} > -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{3}a + \sqrt{3}}{3a\sqrt{2}} > 0 \\ \frac{\sqrt{3}a - \sqrt{3}}{3a\sqrt{2}} > 0 \end{cases}$$



Ответ:

$$\Leftrightarrow a \in (-\infty; -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}) \cup (\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}; +\infty)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 5

$$\log_7^4(5x) - 2\log_7 x = 2\log_7^3(5x) - 4$$

Пусть  $t = \log_7^2(5x)$

$$t^2 - \frac{2}{t} = t^3 - 4$$

$$t^4 + 4 = \frac{2}{t} \quad (1)$$

$t > 0$

неотрицательна  $(t^4 + 4) = \frac{2}{t} \Rightarrow t \in (0, +\infty) \Rightarrow$  не более 1 решения

$\frac{2}{t} \rightarrow$   $t \in (0, +\infty)$   
 $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{2}{t} = +\infty$

$f(\frac{1}{2}) = 4^{\frac{1}{16}} < g(\frac{1}{2}) \Rightarrow$   $\Rightarrow$  возможно 1 решение

минимум функции



$$\log_7 5x_0 = \log_7 y_0 = 0$$

$$\log_7 5x_0 y_0 = 0$$

$$\log_7 5x_0 = -\log_7 5$$

$$x_0 y_0 = \frac{1}{5}$$

Ответ:  $\frac{1}{5}$

$$\log_7^4 y + 5\log_7 y = 2\log_7 y \cdot (7^5) - 4$$

Пусть  $q = \log_7 y$

$$q^4 + 5q = \frac{5}{7^q} - 4$$

$$q^4 + 4 = \frac{5}{7^q} \quad (2)$$

аналогично

ровно одно решение

при  $q < 0$

$t_0 = q_0$  (решение)

вдвигая симметрично

отр. ОУ

(если  $t_0$  решение (1), то

$t_0 = 0$ )

$t_0 = 0$  является

решением (2)

$$(-t_0)^4 + 4 = \frac{-7}{2t_0}$$

$$t_0^4 + 4 = \frac{7}{2t_0}$$

или есть ровно одно  $t_0$ , то

выбирает только 1  $x_0$

( $\log_7(5x) = 0$ )

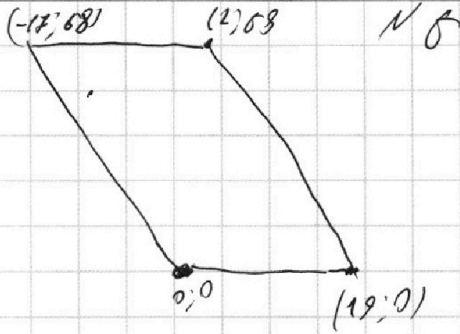
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

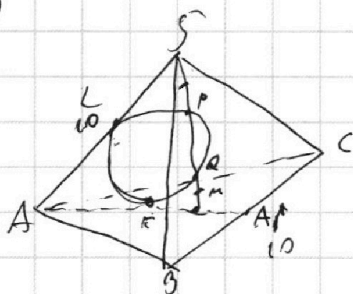
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

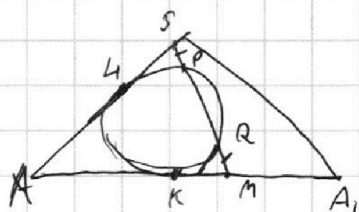


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 7  
a)



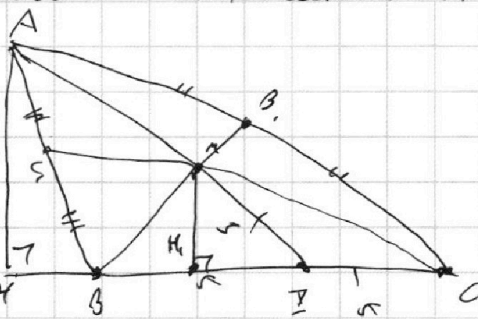
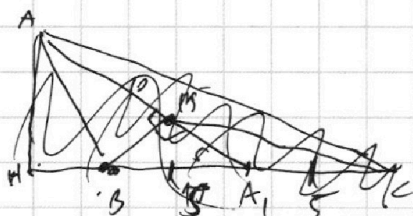
в пи-ти АСА,



$$\begin{aligned}
 &1) AL = LR \\
 &2) SL^2 = (SP + PQ) \cdot SP \quad | \Rightarrow \\
 &MR^2 = (QM + PQ) \cdot QM \\
 &\Rightarrow SL = KM \Rightarrow \\
 &AS = AM \Rightarrow \\
 &AM = 10
 \end{aligned}$$

Медианы T. пересечением делятся в отношении 2:1  $\Rightarrow A, M \in S; A, M \in K$

в пи-ти ABC



в  $\triangle BMC$  медиана равна половине стороны  $\Rightarrow BM \perp MC \Rightarrow$   
 $\Rightarrow MH \cdot BC = BM \cdot MC = 2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot BB_1 \cdot CC_1$

$$\frac{1}{2} AM \cdot BC = 60$$

$$AM = 12$$

$$\begin{aligned}
 &AM \perp BC \\
 &MH \perp BC \quad \left( \Rightarrow MH \parallel AM \right) \quad \Rightarrow \quad MH = \frac{1}{3} AM = 4 \\
 &\frac{AA_1}{A_1M} = \frac{3}{1}
 \end{aligned}$$

$$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{9}{4} MH \cdot BC$$

$$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{9}{4} \cdot 4 \cdot 10 = 90$$

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 2 \cdot 90 \cdot 15 = 1350$$

ответ



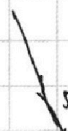
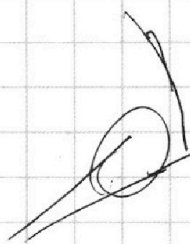
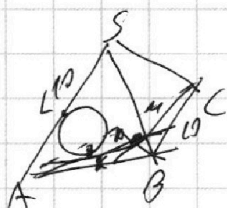
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

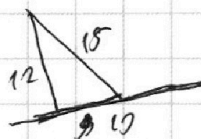
- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}$$



$$\begin{array}{c|c} \Delta V & \\ \hline \Delta X & -\Delta V \end{array}$$

$$t^4 + 4 = \frac{-7}{2t}$$

$$12^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 2 + 10^2 \cdot 2 - 12^2 \cdot 7 - 4^2 \cdot 2^2$$

$$144 + 32 = 200 - 190$$

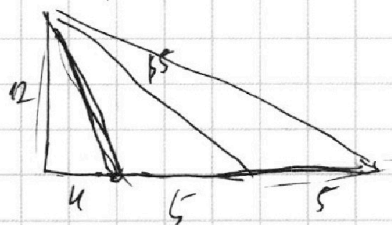
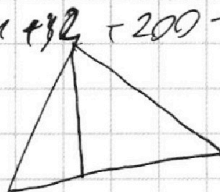
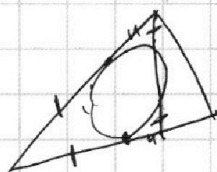
$$\log_7 6x^2 - \log_7 y$$

$$\log_7 6x + \log_7 y = 0$$

$$\log_7 6xy = 0$$

$$6^x + 4 = \frac{2}{2t} + \frac{2}{t}$$

$$6^x + 4 = \frac{7}{2t}$$



$$6^x - \frac{2}{6} = \frac{2}{2t} - 4$$

$$5 \cdot 26^5 - 7 + 86$$

$\frac{7}{2t}$

$6^x$

$6^x < 68$   
 $6^y < 68$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

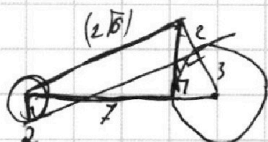
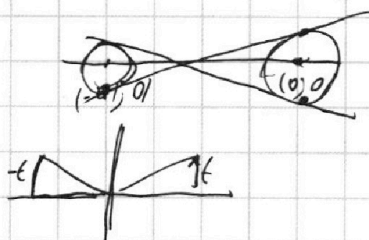
- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 90 \\ \times 15 \\ \hline 1350 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 290 \overline{) 7} \\ -21 \phantom{0} \overline{) 54} \\ \hline 80 \phantom{0} \\ -78 \phantom{0} \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} t^3 - t^2 + t + 7 \\ -8 + 4 - 2 + 7 \end{pmatrix}$$

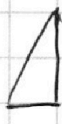
$$49 - 25 = 24 \pm 2\sqrt{5}$$

$$\frac{\sqrt{24}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$\log_7^4 4 + 6 \log_7 7 = \frac{5}{2} \log_7 7 - 4$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < \frac{1}{3a} < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned} t^4 + \frac{6}{t} - \frac{5}{2t} + 4 &= 0 \\ 2t^5 + 12t - 5t + 4t &= 0 \end{aligned}$$


$$\frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{3a}$$

$$a < \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$

$$3a\sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$$

$$\frac{1}{3a} > \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$

$$\log_7^4 (8x) = 2 \log_7 7 = 6 \log_7 343 - 4$$

$$a > \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{1}{3a}$$

$$\log_7^4 (8x) + 4x = \frac{3}{2} \log_7 7^3 + 2 \log_7 7$$

$$0 < \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3\sqrt{2}a}$$

$$\frac{1}{t^4} + 4 = \frac{3}{2}t$$

$$\frac{5}{2} \log_7 7$$

$$2t^5 + 8t + 7$$

$$\frac{2 - \frac{3}{2}t^5 + 4t^4}{t^4} = 0$$

$$t^4 + 4 = \frac{3}{2t}$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2}t - 4$$

$$\frac{2 - 5t^5 + 8t^4}{t^4} = 0$$

$$\frac{2t^5 + 8t - 5}{t} = 0$$

$$\frac{2t^5 + 7t + 8t}{2t} = 0$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

1

$$\frac{t^4 - \frac{4}{2t} - \frac{3}{2t} + 4}{2t^5 - 7 + 8t} = 0$$

$$\begin{aligned} t^4 + t^3 - (t^3 + t^2 + t + 7t + 7) \\ (t+1)(t^3 - t^2 + t + 7) = 0 \\ 2t^4 - 9t^3 + 4t \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^7 3^{11} 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} 3^{15} 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} 3^{17} 5^{23}$$

$$a = 2^x 3^y 5^z$$

$$b = 2^x 3^y 5^z$$

$$c = 2^x 3^y 5^z$$

$$8; 7; 7$$

$$3\sqrt{2}$$

$$8; 9; 5$$

$$5+5 \geq 11$$

$$9+5 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 \geq 7$$

$$x_2 + x_3 \geq 13$$

$$x_3 + x_1 \geq 14$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 17$$

$$y_1 + y_2 \geq 11$$

$$y_2 + y_3 \geq 13$$

$$y_3 + y_1 \geq 17$$

$$y_1 + y_2 + y_3 \geq 29.5$$

$$\geq 21$$

11

115

$$5 + 11 \geq$$

$$z_1 + z_2 \geq 14$$

$$z_2 + z_3 \geq 18$$

$$z_3 + z_1 \geq 43$$

$$z_1 + z_2 + z_3 \geq 75$$

$$z_1 \geq 12$$

$$z_3 \geq 9$$

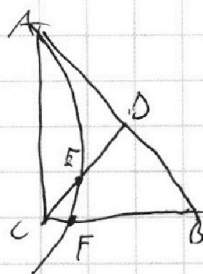
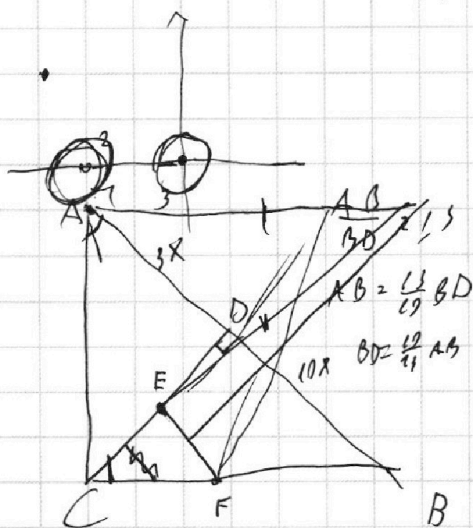
$$\frac{43}{75}$$

$$z_2 = 0$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = 38$$

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + 49 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{7b}{3a} - \frac{x}{3a}$$



$$169x^2 = 34^2 + 10^2$$

$$y^2 = 13^2 x^2$$

$$y = 13x$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AD}{AB}$$

$$BD \cdot AD = CD^2$$

$$CD^2 = 30x^2$$

$$CD = 2\sqrt{50}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{11} = \frac{13}{10}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



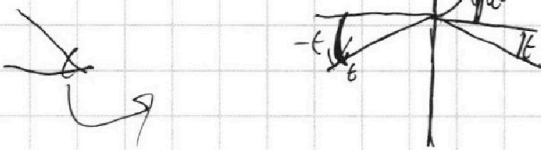
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \sin \cos \sin x = \frac{3\pi}{2} - x$$

$$5 \left( \frac{\pi}{2} - x \right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$x = 2\pi k + \theta$$



$$0 \leq u \leq \cos \theta \leq \pi$$

$$5\pi \neq \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{5\pi}{2} \neq \frac{3\pi}{2} + x$$

$$x \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$\begin{cases} 5 \left( \frac{\pi}{2} - t \right) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + t \\ t \in \left( -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5t - \frac{3\pi}{2} = 2\pi k + t$$

$$6t = -2\pi k + \pi$$

$$t = -\frac{\pi k}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$k = 2$$

$$t = \frac{\pi}{2}$$

$$k = 1$$

$$t = -\frac{\pi}{6}$$

$$k = 0$$

$$t = \frac{\pi}{6}$$

$$k = -1$$

$$t = \frac{\pi}{2}$$

$$x = 4\pi k - \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$$

$$x = 2\pi k - \frac{\pi}{2} = \frac{11\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$x = -2\pi k + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

$$\begin{cases} 5 \left( \frac{\pi}{2} - t \right) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + \pi - t \\ t \in \left( -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$$

$$\frac{2\pi}{2} k - 2\pi k = 4t$$

$$t = \frac{\pi k}{2}$$

$$k = 1$$

$$x = 2\pi k + \frac{\pi}{2}$$

$$k = -1$$

$$\frac{3\pi}{2}$$

$$k = 0$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

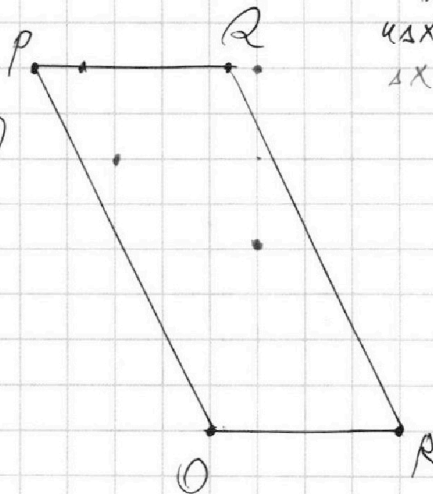
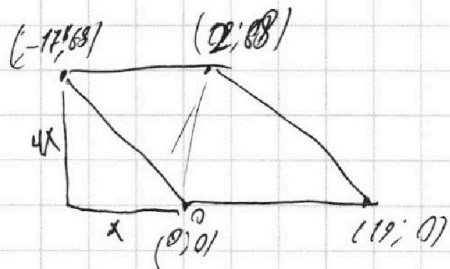
$$-2\pi k + \frac{\pi}{2}$$

$$-\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{2}$$

$$5 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2} + \pi$$

$$\begin{matrix} 19 & 68 \\ \downarrow & \downarrow \\ 4x & + 4y = 40 \\ \Delta x = 19 \end{matrix}$$



$$4x_2 + 4y_2 = 4x_1 + 4y_1 + 40$$

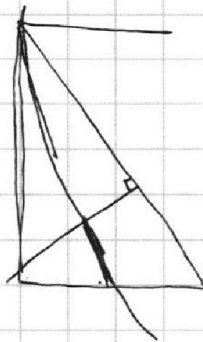
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

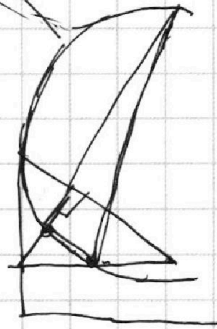
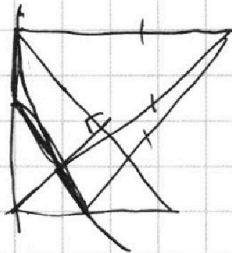
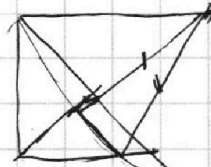
- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{12}{35}$$



$$\sqrt{4} - \frac{2}{6} = \frac{3}{26} - 4$$

$$\sqrt{4} + \frac{6}{9} = \frac{5}{21} - 4$$

$$\frac{26^5 + 86 - 7}{26} = 0$$

$$\frac{26^5 + 86 + 7}{26} = 0$$

$$\left(k - \frac{a}{k}\right)^2 =$$

$$0 \rightarrow 7$$

$$1 \rightarrow 3$$

$$0 \rightarrow 7$$

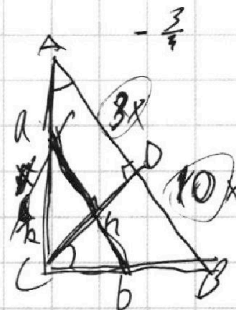
$$1 \rightarrow -3$$

$$2 \frac{\sqrt{a+b}}{k} \cdot \frac{\sqrt{a+b}}{k} = \frac{b^2}{a^2+b^2}$$

$$\frac{1}{6} - 26 - \frac{2}{26} + 4 = 0$$

$$+ \frac{7}{2} + 4$$

$$\frac{3}{23} \cdot \frac{10}{13} \cdot \frac{1}{13}$$



$$(ka - a)^2 = b^2$$

$$a^2(k-1)^2 = b^2$$

$$(k-1)^2 = \frac{b^2}{a^2}$$

$$(k-1) = \frac{b}{a}$$

$$\frac{2 - 76^5 + 86^4}{2} = 0$$

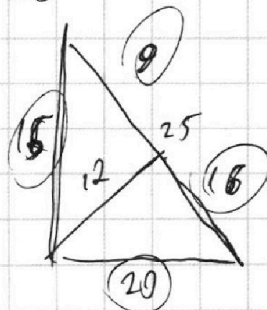
$$1 - 2 = \frac{3}{2} - 4$$

$$-1 = -\frac{5}{2}$$

$$x = a \cdot \frac{b}{a^2+b^2}$$

$$y = b \cdot \frac{b}{a^2+b^2}$$

$$k = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} + 1$$



$$\frac{3}{10} \left( \frac{10}{3} + 2 + 2 \frac{10}{3} \right)$$

$$1 = \frac{10}{10}$$

$$y = b \cdot \frac{b}{a^2+b^2}$$