



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1
 $ba: 2^7 3^{11} 5^{14}$
 $cb: 2^{13} 3^{15} 5^{18}$
 $ca: 2^{14} 3^{17} 5^{43}$

≥ 7

известно, что $abc: 2^x 3^y 5^z$
 число (числа) произведений было $m(a)$
 $a = 2^{x_1} 3^{y_1} 5^{z_1}$
 $b = 2^{x_2} 3^{y_2} 5^{z_2}$
 $c = 2^{x_3} 3^{y_3} 5^{z_3}$
 $x_i, y_i, z_i \in \mathbb{Z}$ и ≥ 0

①

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 7 \\ x_2 + x_3 \geq 13 \\ x_3 + x_1 \geq 14 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 \geq 17 \Rightarrow abc: 2^{17}$$

②

$$\begin{cases} y_1 + y_2 \geq 11 \\ y_2 + y_3 \geq 15 \\ y_3 + y_1 \geq 17 \end{cases} \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq 21,5 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq 22 \Rightarrow abc: 3^{22} \Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

③

$$\begin{cases} z_1 + z_2 \geq 14 \\ z_2 + z_3 \geq 18 \\ z_3 + z_1 \geq 43 \end{cases} \begin{matrix} z_i \geq 0 \\ \Rightarrow z_1 + z_2 + z_3 \geq 43 \end{matrix} \Rightarrow abc: 5^{43}$$

возьмем $x_1 = 10, x_2 = 3, x_3 = 10; y_1 = 6, y_2 = 5, y_3 = 11; z_1 = 20, z_2 = 23, z_3 = 0$
 все условия выполняются и $abc \geq 2^{17} 3^{22} 5^{43}$
 (①, ② и ③)

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

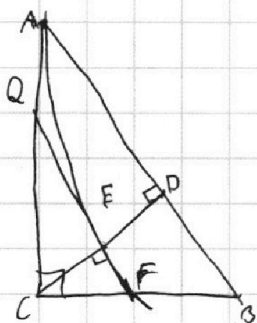
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N2

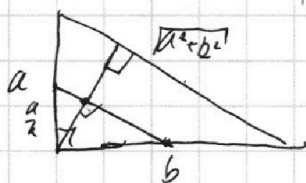


Прямая 1) $EF \parallel AC = Q$
 2) $QA^2 = QE \cdot QF$

3) $EF \parallel AB \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle QFC$ и
 $\triangle CDB \sim \triangle CEF$
 $\triangle ADC \sim \triangle CRE$

с одним и тем же коэф.

Пусть $AC = a$, $QC = \frac{a}{k}$, $CB = b$



$QA^2 = (a - \frac{a}{k})^2$

$QF = \frac{a^2 + b^2}{k}$

Гипотенуза делится в соотношении, равном квадрату соотношения катетов $\Rightarrow AD = \frac{a^2}{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow QE = \frac{AD}{k} = \frac{a^2}{k \sqrt{a^2 + b^2}}$

$QE \cdot QF = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{k} \cdot \frac{a^2}{k \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{a^2}{k^2} = a^2 \left(\frac{k-1}{k} \right)^2$

к=2

$\frac{1}{k^2} = \left(\frac{k-1}{k} \right)^2$

$(k-1)^2 = 1$
 $k-1 = 1$
 $k = 2$

$\frac{AB}{BD} = 1,3 \Rightarrow AB = 13x \Rightarrow AD = 3x$

Пусть $BD = 10x$

$S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC} \cdot \frac{AD}{AB} = \frac{3}{13} S_{\triangle ABC}$

$S_{\triangle CDB} = S_{\triangle ABC} \cdot \frac{10}{13}$ и $S_{\triangle CEF} = \frac{S_{\triangle CDB}}{k^2} = \frac{5}{2 \cdot 13} S_{\triangle ABC}$

Ответ: $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{3}{13}}{\frac{5}{26}} = \frac{3 \cdot 26}{5 \cdot 13} = 1,2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$5 \operatorname{arccos}(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

↑↑ приравняем t $\sin x = \sin t$

$$\begin{cases} 5(\frac{\pi}{2} - t) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + t \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ x = 2\pi k + t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(\frac{\pi}{2} - t) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + \pi - t \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ x = 2\pi k + \pi - t \end{cases}$$

(*) $k \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6t = -2\pi k + \pi \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4t = -2\pi k \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{\pi k}{3} + \frac{\pi}{6} \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

①

$$\begin{cases} k=2 & t = -\frac{\pi}{2} \\ k=1 & t = -\frac{\pi}{6} \\ k=0 & t = \frac{\pi}{6} \\ k=-1 & t = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

②

$$\begin{cases} t = -\frac{\pi}{2} & k=1 \\ t = 0 & k=0 \\ t = \frac{\pi}{2} & k=-1 \end{cases}$$

x_2

① $x = \frac{7\pi}{2} = 4\pi - \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{11\pi}{6} = 2\pi - \frac{\pi}{6}$

$x = \frac{\pi}{6} = 0 + \frac{\pi}{6}$

$x = -2\pi k + \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$

② $x = 2\pi k + \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$

$x = -2\pi + \pi - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$

$x = 0 + \pi - 0 = \pi$

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N4

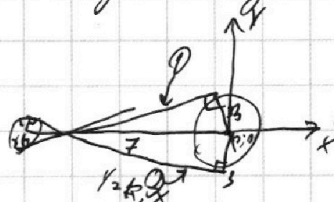
$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ |x^2 + 4x + y^2 + 48| |x^2 + y^2 - 9| = 0 \end{cases}$$

(1) - прямая, а задает угол ее наклона, b - вычисляет по оси x

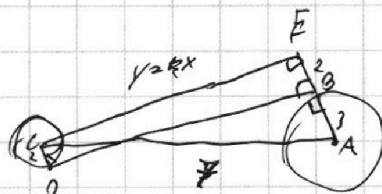
$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 & (1) \\ (x+2)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a} \end{cases}$$

пересек. окружности с центрами (-2;0) и (0;0) и радиусами 2 и 3 соответственно и решениями тогда и тогда (2) прямая пересекает обе окружности



это возможно только если прямая (1) имеет меньший радиус, чем (1) и больший, чем (2)



C и O - центры окр.
 Пусть OAB - т. рас.
 Прямая AB на EA: CO
 Δ OEA - прямоугольный
 Δ CEA - прямоугольный

$$CE^2 = CA^2 - EA^2 = 2\sqrt{8}$$

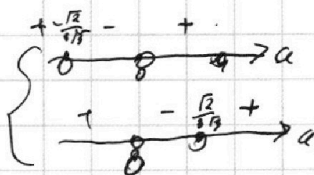
$$k = \frac{CE}{CA} = \frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(2) аналогично $k_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$(1) y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{3a} < \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{1}{3a} > -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{2}a + \sqrt{2}}{3a\sqrt{2}} > 0 \\ \frac{\sqrt{2}a - \sqrt{2}}{3a\sqrt{2}} > 0 \end{cases}$$



Ответ:

$$\Leftrightarrow a \in (-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{3}) \cup (\frac{\sqrt{2}}{3}; +\infty)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 5

$$\log_7^4(5x) - 2\log_7 x = 2\log_7(5x) - 4$$

Пусть $t = \log_7(5x)$

$$t^4 - \frac{2}{t} = t^3 - 4$$

$$t^4 + 4 = \frac{2}{t} \quad (1)$$

$$t > 0$$

неотрицательная функция $f(t) = t^4 + 4$ и $g(t) = \frac{2}{t}$ не имеют пересечения на $(0, +\infty)$ \Rightarrow нет решений

или $t < 0$ \Rightarrow $\lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{2}{t} = -\infty$

$f(\frac{1}{2}) = 4\frac{1}{16} < g(\frac{1}{2}) = 4 \Rightarrow$ нет решений

График функции $f(t) = t^4 + 4$



$$\log_7 5x_0 = \log_7 y_0 = 0$$

$$\log_7 5x_0 y_0 = 0$$

$$\log_7 5x_0 = -\log_7 5$$

$$x_0 y_0 = \frac{1}{5}$$

Ответ: $\frac{1}{5}$

$$\log_7^4 y + 5\log_7 y = 2\log_7 y + (7^5) - 4$$

Пусть $q = \log_7 y$

$$q^4 + 5q = \frac{5}{q} - 4$$

$$q^4 + 4 = \frac{5}{q} \quad (2)$$

аналогично

решено одно уравнение

и при $t < 0$

$$t_0 = -q_0 \text{ (решение)}$$

вспомогательная симметричная

отр. от

(если t_0 решение уравнения (1), то

$t_0 = 20$)

$$(-t_0)^4 + 4 = \frac{-7}{2t_0}$$

$$t_0^4 + 4 = \frac{7}{2t_0}$$

то есть решение (2)

или есть ровно одно t_0 , то

уравнение имеет только 1 x_0 и y_0

$$(\log_7 5x_0 = 1)$$

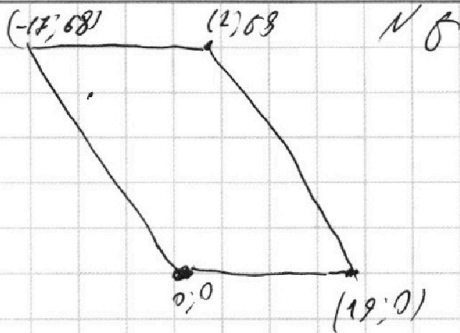
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

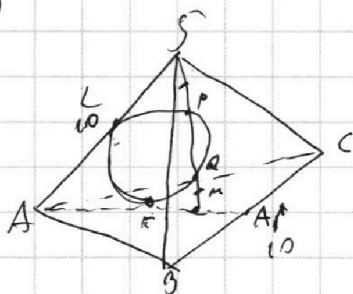
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

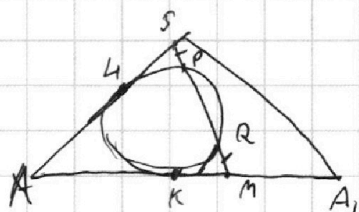


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 7
a)



в пи-ти АСА,

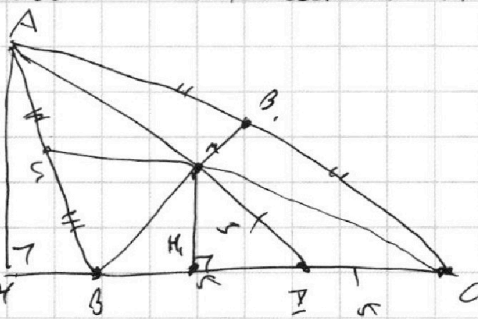
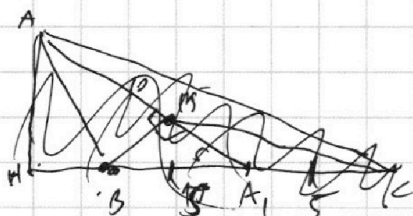


$$\begin{aligned} 1) AL &= LR \\ 2) SL^2 &= (SP+PQ) \cdot SP \\ MR^2 &= (QM+PQ) \cdot QM \end{aligned} \quad | \Rightarrow$$

$$\Rightarrow SL = KM \Rightarrow AS = AM \Rightarrow AM = 10$$

Медианы Т. пересечением делятся в отношении 2:1 $\Rightarrow A, M \in S; A_1, H$

в пи-ти АВС



в $\triangle BMC$ медиана равна половине стороны $\Rightarrow BM \perp MC \Rightarrow$
 $\Rightarrow MH \cdot BC = BM \cdot MC = 2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot BB_1 \cdot CC_1$

$$\frac{1}{2} AM \cdot BC = 60$$

$$AM = 12$$

$$\left. \begin{aligned} AM \perp BC \\ MH \perp BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow MM_1 \parallel AA_1 \Rightarrow \frac{AM_1}{A_1M} = \frac{3}{1} \Rightarrow MM_1 = \frac{1}{3} AM = 4$$

$$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{9}{4} MM_1 \cdot BC$$

$$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{9}{4} \cdot 4 \cdot 10 = 90$$

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 2 \cdot 90 \cdot 15 = 1350$$

ответ

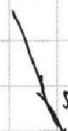
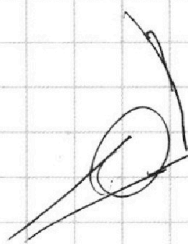
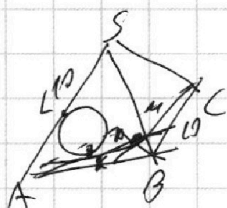
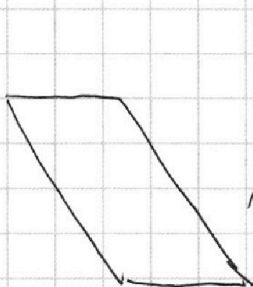
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

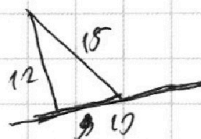
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}$$



$$\begin{array}{c|c} \Delta V & \\ \hline \Delta X & -\Delta V \end{array}$$

$$t^4 + 4 = \frac{-7}{2t}$$

$$12^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 2 + 10^2 \cdot 2 - 12^2 \cdot 7 - 4^2 \cdot 2^2$$

$$144 + 32 + 200 - 195$$

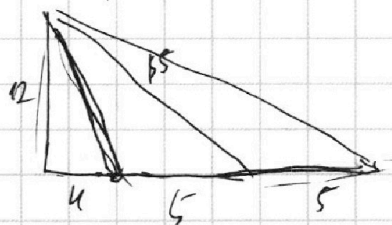
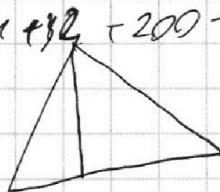
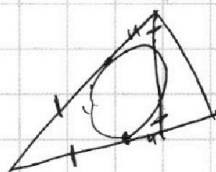
$$\log_7 6x^2 - \log_7 y$$

$$\log_7 6x + \log_7 y = 0$$

$$\log_7 6xy = 0$$

$$6^x + 4 = \frac{2}{2t} + \frac{2}{t}$$

$$6^x + 4 = \frac{7}{2t}$$



$$6^x - \frac{2}{6} = \frac{2}{2t} - 4$$

$$5 \cdot 26^5 - 7 + 86$$

$\frac{7}{2t}$

6^x

$6^x < 8$
 $6^y < 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

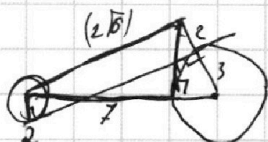
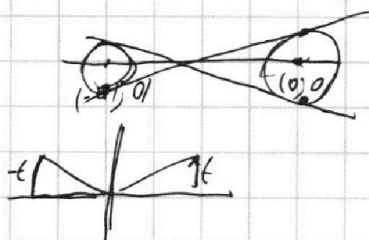
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 90 \\ \times 15 \\ \hline 1350 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 290 \overline{) 7} \\ -21 \overline{) 54} \\ \hline 80 \\ -78 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (t^3 - t^2 + t + 7) \\ -8 + 4 - 2 + 7 \end{array}$$

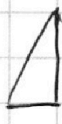
$$49 - 25 = 24 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{27}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$\log_7^4 4 + 6 \log_7 7 = \frac{5}{2} \log_7 7 - 4$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < \frac{1}{3a} < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{array}{l} t^4 + \frac{6}{t} - \frac{5}{2t} + 4 = 0 \\ 2t^5 + 12t - 5t + 4t = 0 \end{array}$$


$$\frac{\sqrt{2}}{12} > \frac{1}{3a}$$

$$a < \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

$$3a\sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$$

$$\frac{1}{3a} > \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

$$\log_7^4 (8x) = 2 \log_7 7 = 6 \log_7 30x^2 - 4$$

$$a > \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{12} < \frac{1}{3a}$$

$$\log_7^4 (8x) + 4x^2 = \frac{3}{2} \log_7 7^2 + 2 \log_7 7$$

$$0 < \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3\sqrt{3}a}$$

$$\frac{1}{t^4} + 4 = \frac{3}{2}t$$

$$\frac{5}{2} \log_7 7$$

$$2t^5 + 8t + 7$$

$$\frac{2 - \frac{3}{2}t^5 + 4t^4}{t^4} = 0$$

$$t^4 + 4 = \frac{3}{2t}$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2}t - 4$$

$$\frac{2t^5 + 8t - 7}{t} = 0$$

$$\frac{2t^5 + 7t + 8t}{2t} = 0$$

$$\frac{2 - 5t^5 + 8t^4}{t^4} = 0$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

1

$$\frac{t^4 - \frac{4}{2t} - \frac{3}{2t} + 4}{2t^5 - 7 + 8t^4} = 0$$

$$\begin{array}{l} t^4 + t^3 - (t^3 + t^2 + t + 7t + 7) \\ (t+1)(t^3 - t^2 + t + 7) = 0 \\ 2t^4 - 9t^3 + 4t^2 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^7 3^{11} 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} 3^{15} 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} 3^{17} 5^{23}$$

$$a = 2^x 3^y 5^z$$

$$b = 2^x 3^y 5^z$$

$$c = 2^x 3^y 5^z$$

$$8; 7; 7$$

$$3\sqrt{2}$$

$$8; 9; 5$$

$$5+5 \geq 11$$

$$9+5 \geq 4$$

11

$$x_1 + x_2 \geq 7$$

$$x_2 + x_3 \geq 13$$

$$x_3 + x_1 \geq 14$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 17$$

$$y_1 + y_2 \geq 11$$

$$y_2 + y_3 \geq 13$$

$$y_3 + y_1 \geq 17$$

$$y_1 + y_2 + y_3 \geq 29.5$$

$$\geq 21$$

$$5+11 \geq$$

$$z_1 + z_2 \geq 14$$

$$z_2 + z_3 \geq 18$$

$$z_3 + z_1 \geq 23$$

$$z_1 + z_2 + z_3 \geq 35$$

$$z_1 \geq 12$$

$$z_3 \geq 9$$

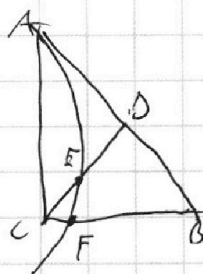
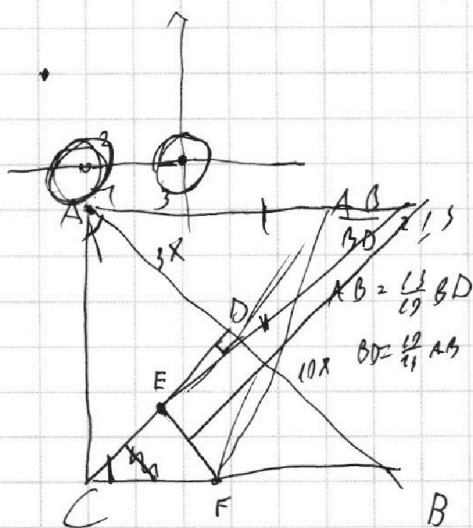
$$\frac{43}{75}$$

$$z_2 = 0$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = 38$$

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + 49 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{7b}{3a} - \frac{x}{3a}$$



$$169x^2 = 34^2 + 104^2$$

$$y^2 = 13^2 x^2$$

$$y = 13x$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AD}{AB}$$

$$BD \cdot AD = CD^2$$

$$49 = 30x^2$$

$$CD = 2\sqrt{30}$$

$$\frac{3}{\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



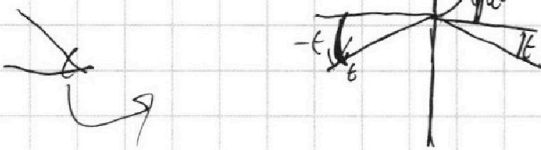
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \sin \cos \sin x = \frac{3\pi}{2} - x$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$x = 2\pi k + \theta$$



$$0 \leq u \leq \cos \theta \leq \pi$$

$$5\pi \neq \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{5\pi}{2} \neq \frac{3\pi}{2} + x$$

$$x \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$\begin{cases} 5 \left(\frac{\pi}{2} - t \right) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + t \\ t \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5t - \frac{3\pi}{2} = 2\pi k + t$$

$$5t = -2\pi k + \pi$$

$$t = -\frac{2\pi k}{5} + \frac{\pi}{5}$$

$$k = 2$$

$$t = \frac{\pi}{5}$$

$$k = 1$$

$$t = -\frac{\pi}{5}$$

$$k = 0$$

$$t = \frac{\pi}{5}$$

$$k = -1$$

$$t = \frac{\pi}{5}$$

$$x = 4\pi k - \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$$

$$x = 2\pi k - \frac{\pi}{2} = \frac{11\pi}{5}$$

$$x = \frac{\pi}{5}$$

$$x = -2\pi k + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{cases} 5 \left(\frac{\pi}{2} - t \right) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + \pi - t \\ t \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$$

$$\frac{2\pi}{5} k - 2\pi k = 4t$$

$$t = \frac{\pi k}{5}$$

$$k = 1$$

$$t = \frac{\pi}{5}$$

$$k = 0$$

$$x = \frac{\pi}{5}$$

$$x = 2\pi k + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{3\pi}{2}$$

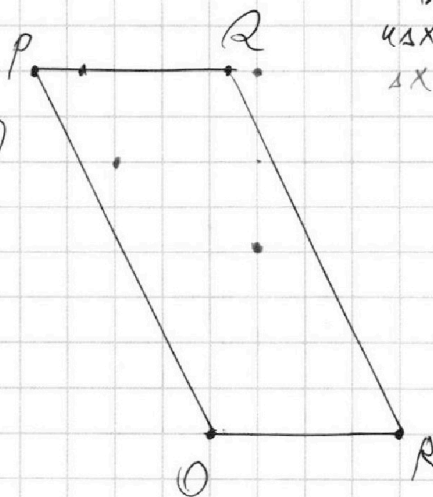
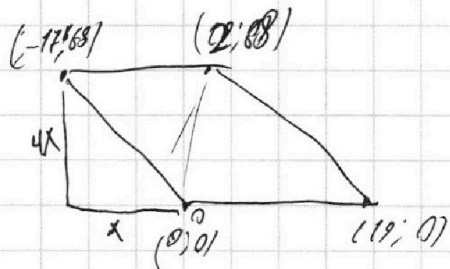
$$-2\pi k + \frac{\pi}{2}$$

$$-\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{2}$$

$$5 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + \pi$$

$$\begin{matrix} 19 & 68 \\ 4 & 16 \\ 4x + 4y = 40 \\ \Delta x = 19 \end{matrix}$$



$$4x_2 + 4y_2 = 4x_1 + 4y_1 + 40$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

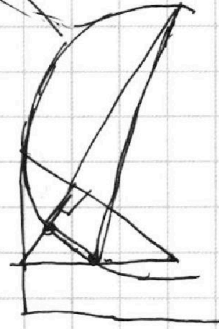
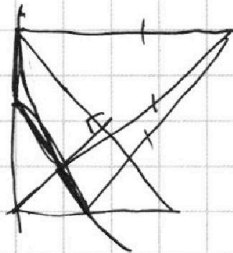
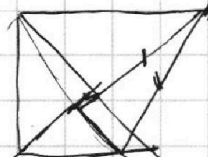
- 1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{12}{35}$$



$$\sqrt{4 - \frac{2}{t}} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$\sqrt{4 + \frac{4}{t}} = \frac{5}{2t} - 4$$

$$\frac{2t^5 + 8t - 7}{2t} = 0$$

$$\frac{2t^5 + 8t + 7}{2t} = 0$$

$$\left(k - \frac{a}{k}\right)^2 =$$

$$0 \rightarrow 7$$

$$1 \rightarrow 3$$

$$0 \rightarrow 7$$

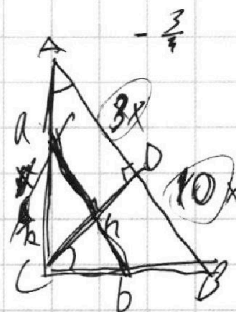
$$1 \rightarrow -3$$

$$2 \frac{\sqrt{a+b^2}}{k} \cdot \frac{\sqrt{a+b^2}}{k} = \frac{b^2}{a^2+b^2}$$

$$\frac{1}{t^4} - 2t - \frac{2}{26t} + 4 = 0$$

$$+ \frac{7}{2}t + 4$$

$$\frac{3}{23} \cdot \frac{10}{13} \cdot \left(\frac{1}{23}\right)$$



$$(ka - a)^2 = b^2$$

$$a^2(k-1)^2 = b^2$$

$$(k-1)^2 = \frac{b^2}{a^2}$$

$$(k-1)^2 = \frac{10}{3}$$

$$\frac{2 - 7t^5 + 8t^4}{2} = 0$$

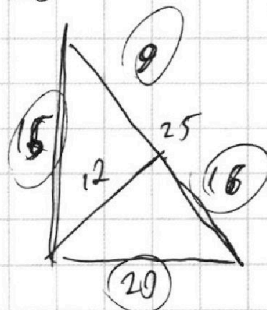
$$1 - 2 = \frac{3}{2} - 4$$

$$-1 = -\frac{5}{2}$$

$$\frac{x}{k} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{y}{k} = \frac{b}{a}$$

$$k = \sqrt{\frac{10}{3}} + 1$$



$$x = a \cdot \frac{a}{a^2 + b^2}$$

$$y = b \cdot \frac{b}{a^2 + b^2}$$

$$\frac{3}{10} \left(\frac{10}{3} + 2 + 2\sqrt{\frac{10}{3}} \right)$$

$$1 = \frac{10}{10}$$