



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 501.

$$\begin{cases} ab = k \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \\ bc = q \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \\ ac = t \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{перешо к куб} \\ \rightarrow (abc)^3 = kqt \cdot 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53} \end{array}$$

квадрат произведения натур.
чисел - натур. число. произведение - натур.
для того чтобы abc было
натур. степень вхождения простых
в \downarrow - четные
 $\rightarrow kqt \geq 3 \cdot 5$

1. если $k=3$ $q=5$ $t=1$.

$$ab = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{14}$$

$$ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$\rightarrow ac \cdot b^2$ имеет меньшую степень
5-ти чем ac . - !?

оценка: $ac \cdot b^2$ имеет степень 5-ти 7, 30.

из (1) система: $kq \geq 5^7$

из пред. двух оценок:
 $kqt \geq 5^7 \cdot 3$.

пусть $b = 2^2 \cdot 3^3$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{13}$$

$$a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{17}$$

← угл. пог. условия.

$$(abc)^3 \geq 5^7 \cdot 3 \cdot 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53} = 2^{42} \cdot 3^{42} \cdot 5^{60}$$

$abc \geq 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{20}$ - равенство достигается при $b=1$.

Ответ: $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

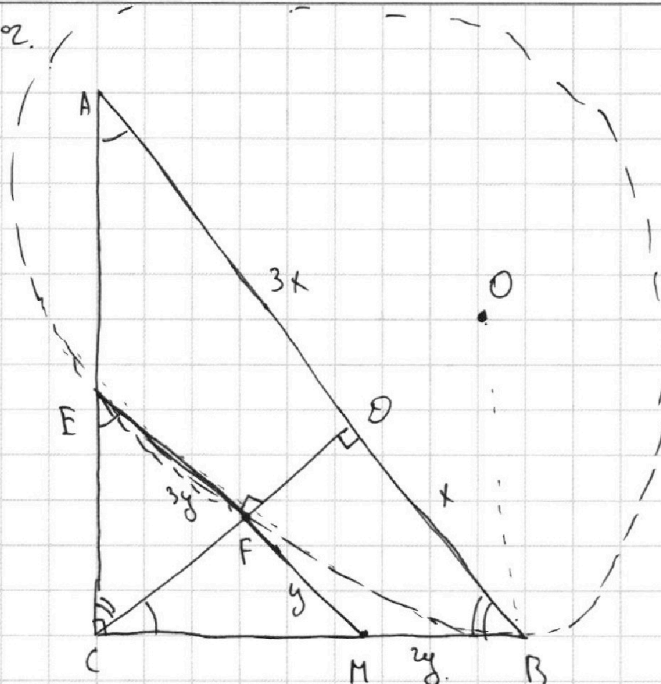


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 2.

S_{ABC} ?
 S_{CEF} ?



1. Пусть $AD = 3x$

$\rightarrow AB = x$

$$CD = \sqrt{3x \cdot y} = \sqrt{3}x$$

как высота
в прямоугол. Δ

$\Delta ABC \sim \Delta CBD \sim \Delta ACD \sim \Delta EFC$

\rightarrow
2. Прямые EF и CB
пересекаются в т. M .

из подобия: $\frac{EF}{3x} = \frac{FM}{x}$

$$\frac{EF}{FM} = \frac{3}{1}$$

пусть $FM = y \rightarrow EF = 3y$

$\rightarrow CF = \sqrt{3}y$ как высота

3. Заметим равенство точек M :

$$MF \cdot ME = y \cdot 4y = MB^2 \rightarrow MB = 2y$$

из подобия $\Delta CEM \sim \Delta CMB \rightarrow \frac{CM}{CB} = \frac{4y}{x} = \frac{y}{x}$

$$\frac{CM}{CM + 2y} = \frac{y}{x}$$

по т. Фалеса: $\frac{CF}{FD} = \frac{CM}{BM}$

$$\frac{\sqrt{3}y}{\sqrt{3}(x-y)} = \frac{CM}{2y} \rightarrow CM = \frac{2y^2}{x-y}$$

т.т. Пифагора для ΔCFM :

$$\frac{4y^4}{(x-y)^2} = y^2 + 3y^2 = 4y^2 ; y \neq 0 : y^2$$

$$y^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$x^2 = 2xy$$

$$\boxed{x = 2y}$$

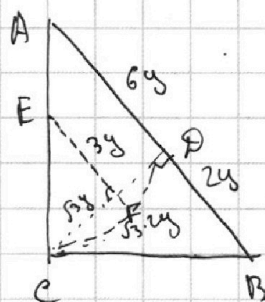
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8y \cdot \sqrt{3} \cdot 2y$$

$$S_{CDE} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}y \cdot 3y$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CDE}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 8y \cdot \sqrt{3}y \cdot 2}{\frac{1}{2} \cdot 3y \cdot \sqrt{3}y} = \frac{16}{3}$$

Ответ: $\frac{16}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 503.

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}, \quad -\frac{5\pi}{2} \leq 5 \arcsin t \leq \frac{5\pi}{2}$$
$$\arcsin t + \arccos t = \frac{\pi}{2}, \quad -\frac{5\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{2}$$
$$\arcsin t = \frac{\pi}{2} - \arccos t, \quad -3\pi \leq x \leq 2\pi.$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x) \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = x + \frac{\pi}{2}, \quad x \in [0; \pi]$$

$$\frac{4\pi}{2} - 5x = x.$$

$$\frac{4\pi}{2} = 6x$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$x \in [\pi; 2\pi]$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - (2\pi - x) \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{4\pi}{2} - 10\pi + 5x = x$$

$$-8\pi = -4x$$

$$x = 2\pi.$$

$$x \in [-\pi; 0]$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{4\pi}{2} + 5x = x$$

$$2\pi = -4x$$

$$x = -\frac{\pi}{2}.$$

$$x \in [-2\pi; -\pi]$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - (2\pi + x) \right)$$

$$= x + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi - 10\pi - 5x = x$$

$$-8\pi = 6x$$

$$x = -\frac{8}{6}\pi.$$

$$x \in [-3\pi; -2\pi]$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - (-x - 2\pi) \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi + 5x + 10\pi = 0 \rightarrow x = -\frac{12\pi}{5}$$

$$\text{Order: } -\frac{8}{6}\pi, -\frac{\pi}{2}, 2\pi, \frac{\pi}{3}, \frac{12\pi}{5}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 504

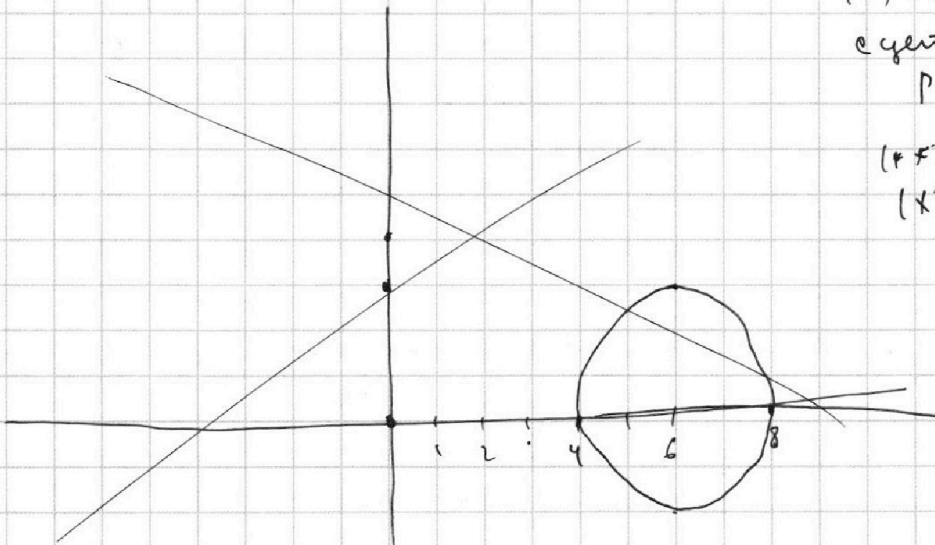
$$(1) \begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} (x^2 + y^2 - 9) & (*) \\ (x^2 + y^2 - 2x + 3z) & (**) \end{cases} = 0$$

а для которого
найдется b
по S_{11} системы
имеет решения.

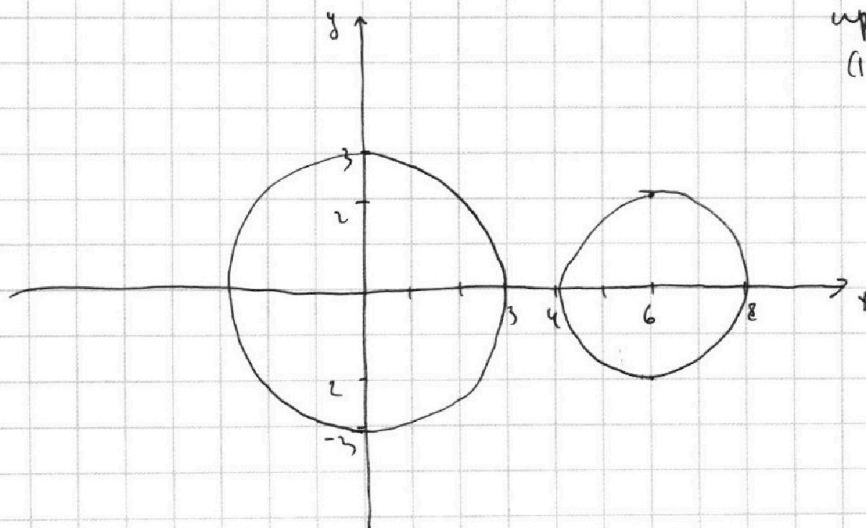
(*) - окружность
с центром $(0; 0)$
радиуса 3.

(**):
 $(x^2 - 2x + 1) + y^2 = 4$
↑
окружность
с центром $(1; 0)$
радиуса 2.



4 решения.
нулю по S_{11}
прямая заданная
(1) пересекла
обе окружности.

1. Если $a = 0$
 $y = \frac{3}{2}b$
найдется,
попробуем $b = 0$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2. $a \neq 0$.

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b$$

$$-\frac{a}{2} = t.$$

$$y = tx + \frac{3}{2}b$$

t - отвечает за наклон
прямой.

$\frac{3}{2}b$ отвечает за сдвиг по Oy .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

задача 504.

$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_3 243 - 8$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x = \frac{5}{2} \cdot \log_3 3 - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 x + 12 \log_3 x = 5 \log_3 3 - 16$$

$$2 \log_3^4 x + 7 \log_3 x = -16$$

$$2 \log_3^4 x + \frac{7}{\log_3 x} = -16$$

$$2 \log_3^4 x + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 x} = -16$$

Если $\log_3 x > 0$:

$$2 \log_3^4 x + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 x} \stackrel{> 5 \sqrt[4]{2^4}}{=} = 20$$

$$\downarrow$$
$$\log_3 x < 0$$

$$2 \log_3^4 x = -\frac{7}{\log_3 x} - 16 \quad \leftarrow \text{max равно}$$

решение т.к. левая \uparrow
правая \downarrow

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_3 3 = \frac{11}{2} \log_3 3 - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 (5y) = 7 \log_3 3 - 16$$

$$2 \log_3^4 5y - \frac{2}{\log_3 5y} - \frac{2}{\log_3 5y} - \frac{2}{\log_3 5y} - \frac{1}{\log_3 5y} = -16$$

если $\log_3 5y > 0 \rightarrow$ все слагаемые $> 0 \rightarrow$ данное уравнение ≥ 10 .

$$\rightarrow \log_3 5y < 0$$

$$(*) \downarrow 2 \log_3^4 (5y) = \frac{7}{\log_3 5y} - 16 \quad \leftarrow \text{max равно}$$

решение
т.к. правая \downarrow
левая \uparrow

$$(*) \downarrow 2 \log_3^4 x = \frac{7}{\log_3 x} - 16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



значит

$$\text{если } t = \frac{1}{5y}$$

подставим в (*):

$$2 \log_3^4 \frac{1}{5y} = \frac{-7}{\log_3 \frac{1}{5y}} - 16$$

$$2 \log_3^4 5y = \frac{7}{\log_3 5y} - 16 \quad \text{но это верное тождество по (**)}$$

проверим вводимая
в (***) $5y = \frac{1}{5}$

да.

↓

$$t = \frac{1}{5y} \quad \text{ег. рещ.}$$

$$ty = \frac{1}{5}$$

Ответ: $\frac{1}{5}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

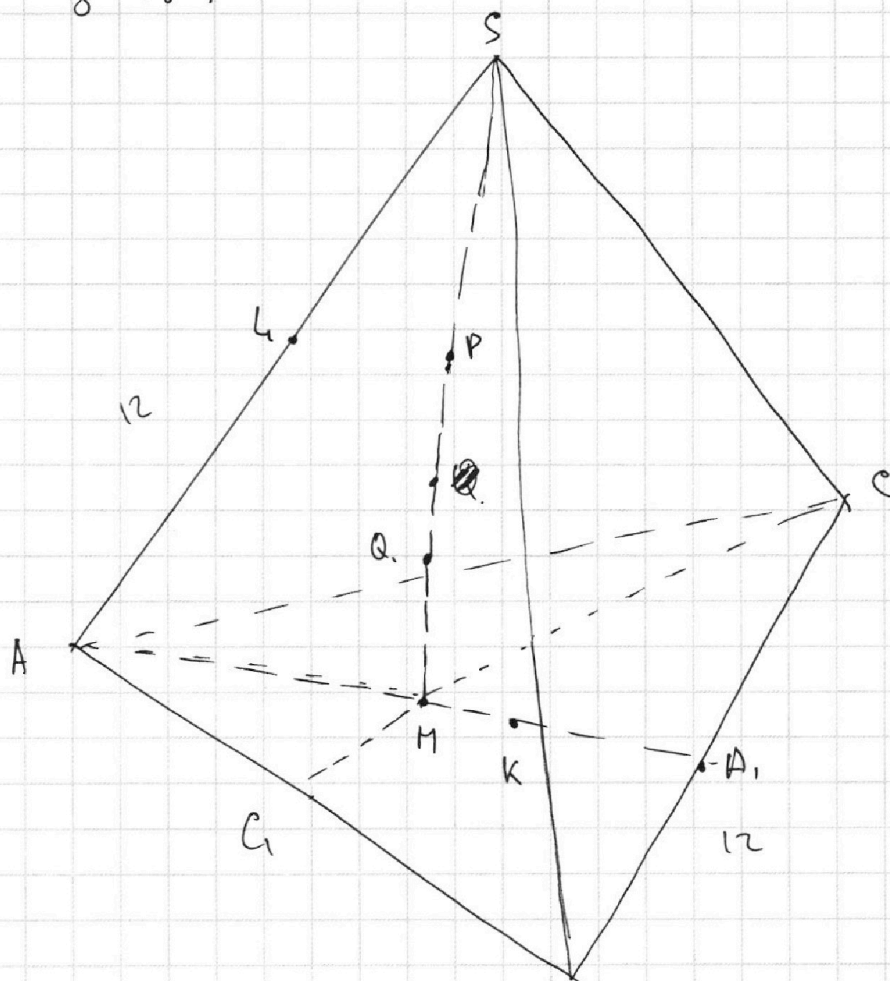
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



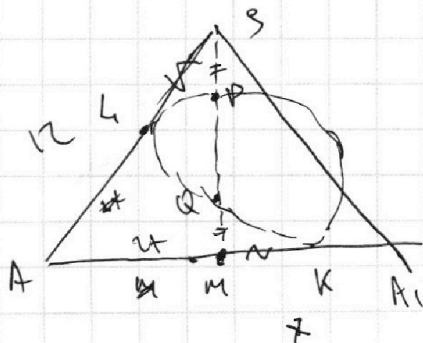
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 507



1. Все точки L, K, P, Q лежат в одной м. п. т. P, Q, K, L — точки одной сферы $\rightarrow L, Q, P, K$ — вписанный. Рассмотрим сечение ASA_1 .



$Al = LK$. как хорда вписанной.

$$SP \cdot SL_1 = QM$$

$$SP \cdot PQ = SP \cdot SQ = SL^2$$

$$MQ \cdot MP = MK^2 \rightarrow MK = SL_1$$

(если точки P, Q наоборот — аналогично)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$q = 5^7 \quad k = 5^7$$

$$t = 3 \quad q = 3$$

$$t = 1$$

$$ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{17}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{13}$$

$$ac = 2^{19} \cdot 3^{12} \cdot 5^{30}$$

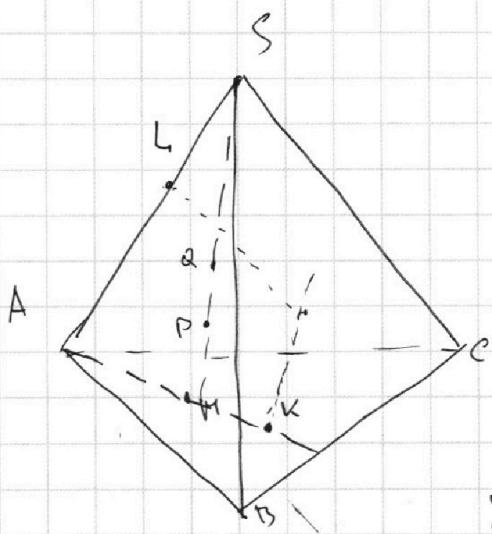
$$\frac{c}{b} = 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13}$$

$$c = b \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13}$$

$$b^2 \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13} = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{13}$$

$$b^2 = 2^4 \cdot 3^6$$

$$b = 2^2 \cdot 3^3$$



$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

$$3(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 33$$

$$y_2 - y_1 = 3$$

$$3(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 33$$

$$3(x_2 - x_1) = 30$$

$$3(x_2 - x_1)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 6 \log_+ 3 = \frac{5}{2} \log_+ 3 - 8. \quad 1 \cdot 2$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 12 \log_+ 3 = 5 \log_+ 3 - 16.$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 7 \log_+ 3 = -16 \quad \frac{7}{4} \quad \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{9} \quad \frac{7}{2}$$

$$2 + 7 \cdot \log_+^5 3 = -16 \log_+ 3$$

$$7 \log_+^5 3 + 16 \log_+ 3 - 2 = 0.$$

$$\left(\frac{1}{\log_{35} 5}\right)^4 + 2 \log_{35} 3 = \frac{11}{2} \log_{35} 3 - 8.$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_{35} 5}\right)^4 + 4 \log_{35} 3 \quad 5 \sqrt[5]{2 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^4}$$

$$\frac{1}{\log_{35}^4 5} + \frac{1}{\log_{35}^4 3} + \frac{7}{8} \log_{35} 3$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_{35} 5}\right)^4 + 4 \log_{35} 3 = 11 \log_{35} 3 - 8.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 505.

$$(1) \log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$(2) \log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} 3^{11} - 8$$

$$(1): \log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2 \log_3 x} - 8$$

$$\log_3 x = t.$$

$$\log_3 x = t$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8 \quad | \cdot 2t$$

$$2t^5 + 12 = 5 - 16t$$

$$2t^5 + 7 = -16t$$

$$2t^5 - 16t + 7 = 0$$

ОДЗ:

$x, y > 0$

$x \neq 1$

$y \neq \frac{1}{5}$

$$(2) \log_3^4 5y + 2 \frac{1}{\log_3 5y} = \frac{11}{2 \log_3 5y} - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 5y \log_3 5y = 11 - 16 \log_3 5y$$

$$\log_3^4 x + 6 \cdot \log_3 x = \frac{5}{2} \cdot \log_3 x - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 x + 12 \log_3 x = 5 \log_3 x - 16$$

$$2 \log_3^4 x = -7 \log_3 x - 16$$

$$2 \log_3^4 5y = \frac{7}{\log_3 5y} - 16$$

$$2(\log_3^4 x + \log_3^4 5y)$$

$$2(\log_3^4 x - \log_3^4 5y) = -7(\log_3 x - \log_3 5y)$$

2(

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x 243 - 8$$

$$\log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^8) - 8$$

$$\log_3^4 x$$

$$\log_3^4 t + 6 \log_t 3 = \frac{5}{2} \cdot \log_t 3 - 8$$

$$\log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8$$

$$2 \log_{25y}^4 5y + 4 \log_{5y} 3 = 11 \log_{5y} 3 - 16$$

$$2 \log_{25y}^4 5y = 7 \log_{5y} 3 - 16$$

$$2t^5 - 16t + 7 = 0$$

$$2 \log_{5y}^4 5y = \frac{7}{\log_{5y} 3} - 16$$

$$81 = 3^4$$

$$2 \log_3^4 t = \frac{7}{\log_3 t} - 16$$

$$2t^4 = \frac{7}{t} - 16$$

$$\frac{1}{16}$$

$$2t^4 = \frac{7}{t} - 16$$

$$2t^5 = 7 - 16t$$

$$2t^5 + 16t - 7 = 0$$

$$2 \log_3^4 t + \log_3 t = -32 + \frac{1}{16}$$

$$\left(\frac{7}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

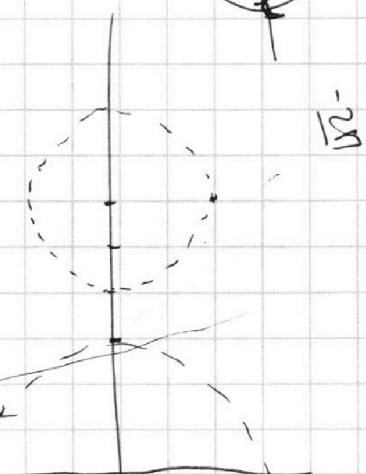
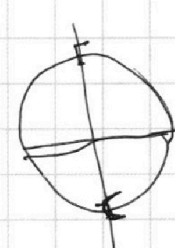
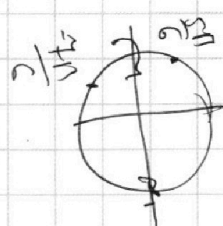
$$2t^4 + 2$$

$$2 \log_3^5 t = -7 - 16 \log_3 t$$

$$2t^4 + 2$$

$$2t^4 + 2$$

$$2t^4 + 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$ab = k \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$bc = t \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot 2^{14}$$

$$ac : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$ac = q \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$(abc)^2 = k + q \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot 2^{14} \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$= kqt \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 9 \\ \hline 23 \\ 2 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$28 + 13 = 38 + 3 = 41$$

$$ab = 3 \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

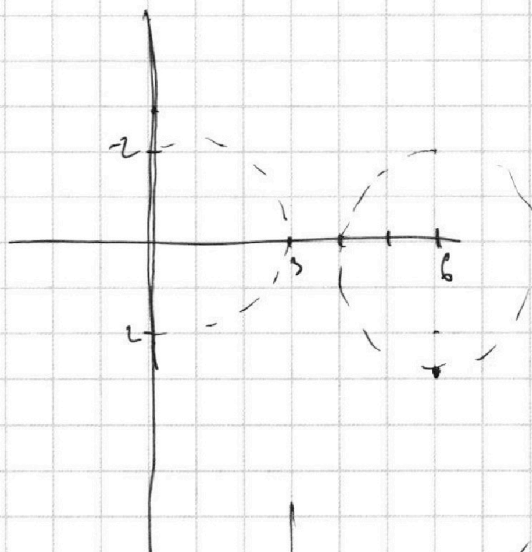
$$ac = 5 \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{5 \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{20}}{3}$$

$$cb = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$b^2 \cdot 5 \cdot 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^{20} = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$b^2 = 2^4 \cdot 3^6$$



$$k=3$$

$$q=5$$

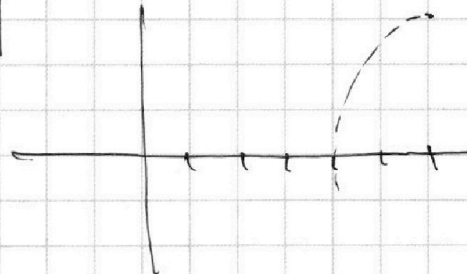
$$ab = 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{10}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{14}$$

$$ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\frac{c}{b} = 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^{20}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^{20} \cdot b$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\operatorname{arcsin}(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$a, b, c \in \mathbb{N}$.

$$ab: 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$\rightarrow ab$

Рис. 2

$$bc: 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$\rightarrow c$ содержит 2 корня на

$$ac: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$z = \left(\frac{t}{2+t}b\right) \left(\frac{t}{b+t} - \frac{7}{t}b\right) z$$

abc

$$\left(\frac{7b}{b+t}\right) t = \left(\frac{t}{2+t}b\right) \left(\frac{t}{b+t} - \frac{7}{t}b\right) (t-b) z$$

$$3 \cdot 3 = 9$$

$$3 \cdot 3 = 9$$

21.

$$k = 5^7$$

$$q = 3$$

$$t = 1$$

$$ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{17}$$

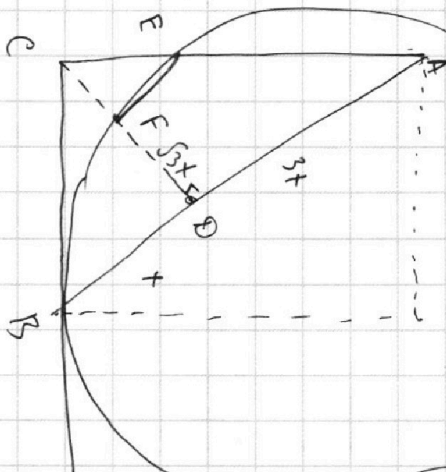
$$bc = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{e}{b} = \frac{2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}}{2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{17}} = 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13}$$

$$e = b \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13}$$

$$b^2 = 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13} = 2^{14}$$



$$2 \log_3 t = \frac{7}{t} - 16$$

$$(2, 0) \text{ at}$$

$$a = t + 9 + 9 + 2$$

$$25 - \frac{b}{t} - \frac{7}{t} = n + 2 + 3b_2$$

$$21 - \frac{b}{t} = n b_2$$

$$21 - \frac{7}{t} = n + 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |



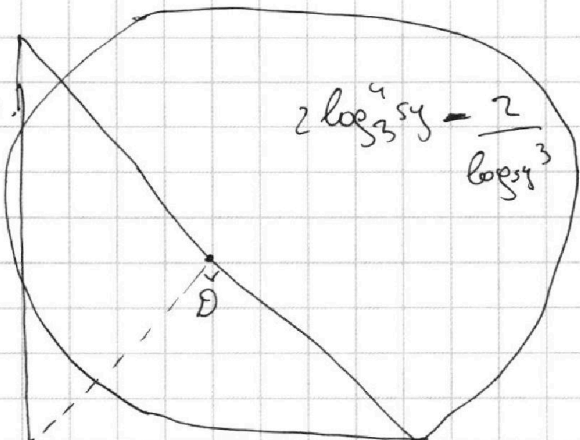
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3 \frac{1}{9} = 2^A$$

$$3 \frac{1}{3} = 1$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2$$



$$2 \log_3^4 5y = \frac{2}{\log_3 5^3} - \frac{2}{\log_3 5^3} - \frac{2}{\log_3 5^3} - \frac{1}{\log_3 5^3} = -16$$

$$\frac{3}{5}$$

$$5y = t$$

$$2 \log_3^4 t =$$

$$2t^4 = \frac{7}{t} - 16$$

$$2q^4 = -\frac{7}{q} - 16$$

$$2t^4 - 2q^4 = \frac{7}{t} + \frac{7}{q}$$

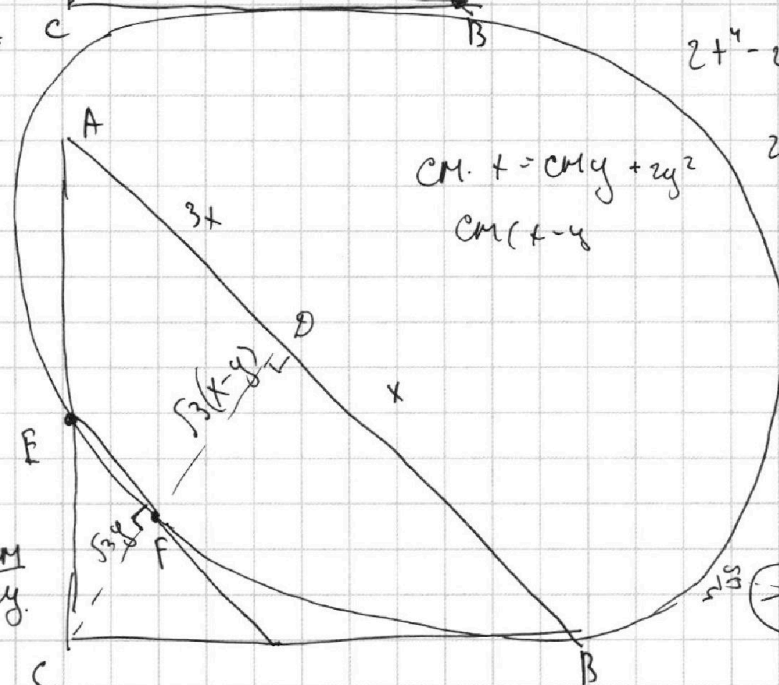
$$od = \sqrt{17} \sqrt{14}$$

$$\sqrt{13}$$

$$D$$

$$G$$

$$S_{\text{max}} = 1 = \frac{3\sqrt{11}}{2}$$



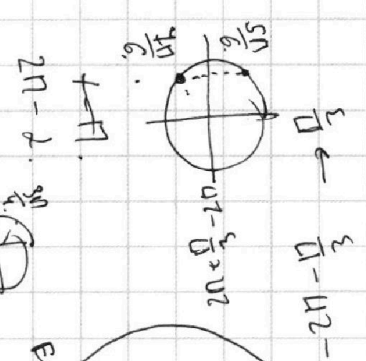
$$CM \cdot t = CM \cdot y + 2y^2$$

$$CM(t-y)$$

$$2(t^2 - q^2)(t^2 + q^2) = 7 \frac{t+q}{t}$$

$$2(t-q)(t+q)^2 = \frac{7}{t}$$

$$\frac{5}{t-y} = \frac{CM}{2y}$$



$$\frac{13\sqrt{11}}{6}$$

$$\frac{13\sqrt{11}}{6}$$

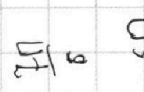
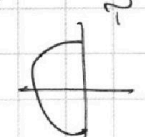
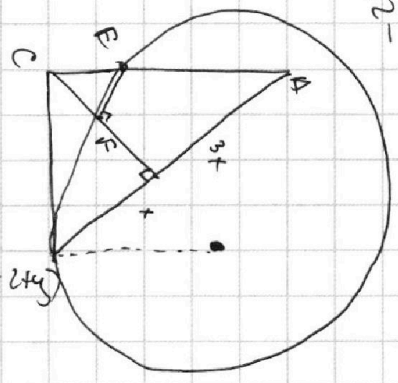
$$\frac{13\sqrt{11}}{6}$$

$$\frac{13\sqrt{11}}{6}$$

$$\frac{2y^4}{(t+y)^2} = y^2 + 3y^2$$

$$4y^4 = (y^2 + 3y^2)(t^2 + y^2 - 2ty)$$

$$4y^4 = 4y^2 t^2 + 4y^4 -$$



$$-2\sqrt{11}$$

$$-\frac{13\sqrt{11}}{6}$$

122