



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$; $b = 2^A \cdot 3^B \cdot 5^C$; $c = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$, тогда $abc = 2^{x+A} \cdot 3^{y+B} \cdot 5^{z+C}$

Очевидно, что если в числах будут другие простые множители, то abc увеличится.

$$\begin{cases} x+A \geq 7 \\ x+A \geq 13 \end{cases} \Rightarrow x+A \geq \frac{7+13}{2} = 17$$
$$x+A \geq 14$$

$$\begin{cases} y+B \geq 11 \\ y+B \geq 15 \end{cases} \Rightarrow y+B \geq 22,5 \text{ т.к. } y+B \in \mathbb{N}, \text{ то } y+B \geq 23$$
$$y+B \geq 17$$

$$\begin{cases} z+C \geq 14 \\ z+C \geq 18 \end{cases} \Rightarrow z+C \geq \frac{14+18}{2} = 16$$

т.к. $z+C \geq 13$, то $z+C \geq 13$

$$z+C \geq 43$$

~~т.к. $z+C \in \mathbb{N}$, то $z+C \geq 38$~~

Значит, $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{43}$. Это возможно при $a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}$;

$$b = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^0, \quad c = 2^{10} \cdot 3^{12} \cdot 5^{29}$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{43}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\uparrow. \text{ k. } \operatorname{arccos}(\sin x) \leq \pi, \text{ mo } 0 \leq \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}. \quad (1)$$

$$\operatorname{arccos}(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Leftrightarrow \operatorname{arccos}(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{\pi}{2} - x + 2\pi n = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{cases} 6x = \pi + 10\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 4x = 4\pi + 10\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + \frac{5\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

тогда из (1):

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3} \leq \frac{7\pi}{2} \quad -\frac{3\pi}{2} \leq \pi + \frac{5\pi k}{2} \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$-1 \leq n \leq 2$$

$$-1 \leq k \leq 1$$

$$n = -1, x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$k = -1, x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$n = 0, x = \frac{\pi}{6}$$

$$k = 0, x = \pi$$

$$n = 1, x = \frac{11\pi}{6}$$

$$k = 1, x = \frac{7\pi}{2}$$

$$n = 2, x = \frac{7\pi}{2}$$

тогда получим в унк. ун-е: 1) $\operatorname{arccos}(\sin(-\frac{3\pi}{2})) \neq \frac{3\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}$

$$\frac{\pi}{2} \neq 0$$

2) $\operatorname{arccos}(\sin \frac{\pi}{6}) = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$ 3) $\operatorname{arccos}(\sin \frac{11\pi}{6}) = \frac{3\pi}{2} + \frac{11\pi}{6}$

$$\frac{5\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

$$\frac{10\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$$

4) $\operatorname{arccos}(\sin(-\frac{3\pi}{2})) \neq \frac{3\pi}{2} + \frac{7\pi}{2}$

5) $\operatorname{arccos}(\sin \pi) = \frac{3\pi}{2} + \pi$

$$\frac{5\pi}{2} \neq 5\pi$$

$$\frac{5\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \text{Т.к. } 0 \leq \arccos(\sin x) \leq \pi, \text{ то } 0 \leq \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq \pi \Leftrightarrow \frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 5 \arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

Т.к. $-1 \leq \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \leq 1$, то с указанным выше ограничением, уравнение

приводим к: ~~$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}$~~

Ответ: $x = \frac{\pi}{6}$

$$5\left(\pm\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\pi n\right)$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x + 10\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x + 10\pi n = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$x = \frac{\pi + 10\pi n}{6} = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3}$$

$$\frac{5\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3} \quad -1; 0; 2$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{5\pi n}{3} \leq \frac{10\pi}{3} \quad x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$-1 \leq n \leq 2$$

$$x = \frac{\pi + 10\pi}{2} \quad 1$$



$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + 2\pi n$$

$$\frac{10\pi}{3} = \frac{3\pi}{6} + \frac{11\pi}{6}$$

$$5 \arccos\left(\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)\right)$$

5π

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

МФТИ



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит, при $t \in (-\frac{5}{2\sqrt{6}}; \frac{5}{2\sqrt{6}})$ угол между прямой и осью x меньше,

значит она пересечет окружности в 4 точках. При $t \in \{-\frac{5}{2\sqrt{6}}; \frac{5}{2\sqrt{6}}\}$,

прямая касается окруж. в двух точках, при $t \in (-\infty; -\frac{5}{2\sqrt{6}}) \cup (\frac{5}{2\sqrt{6}}; +\infty)$,

пересечений не будет. Заметим, что при увеличении b , уг-е

будет задавать ~~разные~~ параллельные прямые \Rightarrow при любых b ,

если $t \in (-\infty; -\frac{5}{2\sqrt{6}}) \cup (\frac{5}{2\sqrt{6}}; +\infty)$ исходная система имеет

не более двух решений.

$$\text{Значит, } \begin{cases} -\frac{1}{3a} < -\frac{5}{2\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{3a} > -\frac{5}{2\sqrt{6}} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2\sqrt{6} + 15a}{6\sqrt{6}a} > 0 \\ \frac{2\sqrt{6} - 15a}{6\sqrt{6}a} < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a > 0 \\ a < -\frac{15}{2\sqrt{6}} \\ a > 0 \\ a < \frac{15}{2\sqrt{6}} \end{cases}$$

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{15}{2\sqrt{6}}) \cup (0; +\infty)$

(Смр. 2 из 2)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

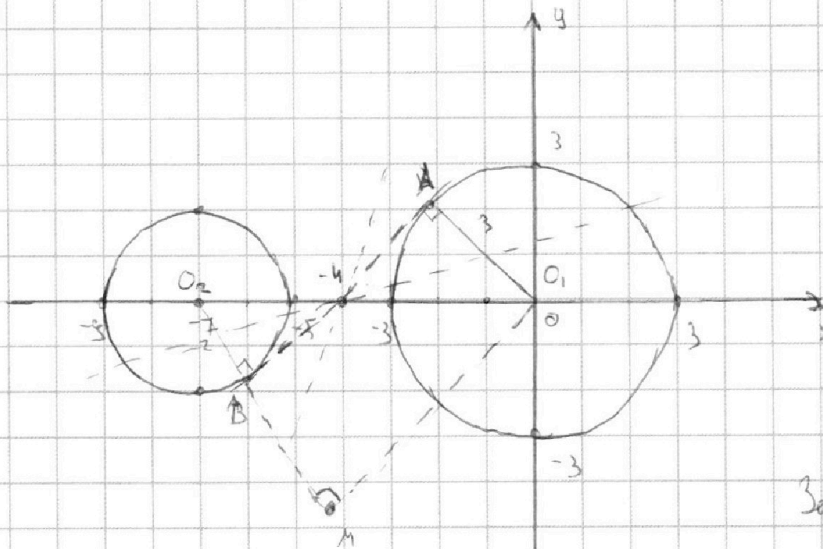
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x+3ay=7b=0 \\ ((x+7)^2+y^2-4)(x^2+y^2-9)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3ay-7b=0 \quad (1) \\ \begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2+y^2=9 \end{cases} \end{cases}$$

Построим график уравнений окружностей:



Рассмотрим случаи,
когда $b = -\frac{4}{7}$. Тогда,

ур-е (1) задает

прямую, проходящую

через $T(-4; 0)$.

Заметим, что это

точка пересечения двух общ.

касательных к окружностям. Заметим ур-е (1) как $y = kx + c$, где

$$k = -\frac{1}{3a}, c = \frac{7b}{3a} = -\frac{4}{3a} \quad (\text{в случае } a=0 \text{ ур-е задает вертикальную}$$

прямую, у которой не более двух общ. т. с окружностями, значит

$a \neq 0$). На продолжении O_2B за т. B отметим т. M, так что, $O_1A = BM$ (O_1, O_2 - центры окружностей $(0; 0)$ и $(-7; 0)$, A и B - точки

касательные к окр-ностям). $\angle O_2O_1M = \frac{5}{4} \Rightarrow \cos \angle O_2O_1M = \sqrt{1 - \frac{25}{49}} = \frac{2\sqrt{6}}{7} \Rightarrow$

$\angle O_1O_2M = \frac{5}{2\sqrt{6}}$. Заметим, что $\angle O_2O_1M$ равен углу между AB и осью

$x \Rightarrow$ ур-е прямой AB: $y = \frac{5x}{2\sqrt{6}} + c$. Аналогично ур-е второй

касательной: $y = -\frac{5x}{2\sqrt{6}} + c$. Заметим, что $T \in (-\frac{5}{2\sqrt{6}}, \frac{5}{2\sqrt{6}})$ (стр. 1 из 2)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$|\log_2^4(6x) - 2|\log_{6x} 7 = \log_{6x}^2(7^3) - 4 \Leftrightarrow$$

$$\log_2^4(6x) - \frac{2}{\log_2 6x} = \frac{3}{2 \log_2 6x} - 4 \quad \text{Т.к. } x > 0, \text{ то } |x| = x \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x \neq \frac{1}{6} \\ 2\log_2^5(6x) + 8\log_2(6x) - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\log_7^4 y + 6\log_7 7 = \log_{7^2}^2(7^5) - 4 \Leftrightarrow$$

$$\log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2\log_7 y} - 4 \quad \text{Т.к. } y > 0, \text{ то } |y| = y \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y \neq 1 \\ 2\log_7^5 y + 8\log_7 y + 7 = 0 \end{cases}$$

Заметим, что $x = \frac{1}{6}$ и $y = 1$ не являются корнями уравнений-следствий,

значит, они являются исходными. Пусть $\log_7 y = b$; $\log_2(6x) = a$.

Тогда имеем:

$$\begin{cases} 2a^5 + 8a - 7 = 0 \\ 2b^5 + 8b + 7 = 0 \end{cases} \quad \text{Пусть } f(t) = 2t^5 + 8t \Rightarrow f'(t) = 10t^4 + 8 > 0$$

$$\begin{cases} 2a^5 + 8a - 7 = 0 \\ 2b^5 + 8b + 7 = 0 \end{cases} \quad \text{Значит, } f(t) \text{ монотонно возрастает} \Rightarrow$$

у системы ~~уравнений~~ ^{системы} не более одного корня. Значит, если

единственное возможное значение xy .

Сложив уравнения системы, получим:

$$2(a^5 + b^5) + 8(a+b) = 0 \Leftrightarrow (a+b)(a^4 - ab^3 + a^2b^2 - a^3b + b^4 + 4) = 0 \Rightarrow$$

$$a+b=0.$$

~~При $a = -b$, $2a^5 + 8a - 7 = -(2b^5 + 8b + 7) = 0$ ^{Значит система имеет решение:}~~

~~$\log_2(6x) + \log_7 y = 0 \Rightarrow \log_2(6x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$ ^{$\begin{cases} a = -b \\ 2b^5 + 8b + 7 = 0 \end{cases}$}~~

~~Ответ: $\frac{1}{6}$.~~

(1 пр 1 из 2)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Знаем, ~~система~~ ~~решивается~~.

$$\begin{cases} a = -b \\ 2b^5 + 8b + 7 = 0 \end{cases}$$

при $b = -1$, $2b^5 + 8b + 7 < 0$

при $b = 1$, $2b^5 + 8b + 7 > 0$.

Знаем, система имеет решение.

~~Знаем~~ Выясним обратную подстановку:

$$\log_2(bx) + \log_7(y) = 0 \Rightarrow \log_7(6xy) = 0 \Rightarrow 6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Значит: $\frac{1}{6}$

(смп. 2 и 2)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a + b + c = 17$$

$$a + b \geq 7$$

$$b + c \geq 13$$

$$a + c \geq 14$$

$$a + b + c \geq 17$$

$$a = 4$$

$$b = 3$$

$$c = 10$$

a	b	c
3	4	9

$$a \geq 5$$

$$c \geq 11$$

4	8
2	3

3	3
2	3

2	10	5
12		

3

$$a + b \geq 11$$

$$b + c \geq 15$$

$$a + c \geq 17$$

$$a + b + c = 23$$

$$c = 12$$

$$b = 3$$

$$a = 8$$

$$20$$

$$15$$

$$43$$

$$22,5$$

$$32$$

$$13$$

$$y + z \geq$$

$$\begin{cases} a + b \geq 14 \\ b + c \geq 18 \\ a + c \geq 13 \end{cases}$$

$$a + b + c = 38$$

$$c = 6$$

$$b = 32$$

$$a = 2$$

$$4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 40$$

$$b = (t + u) (t^4 - tu^3 + t^2u^2 - t^3u + u^4) - t^4u^3 + t^3u^2 - t^2u + u^4 - tu^4 + t^3u^2 - t^2u + u^4$$

$$t^5 + u^5 + u(t + u) = 0$$

$$(t - u)(t + u)^2 - t^4u(t + u) - 3t^2u^2 + u^4$$

43
32
28

43
14
24

$$x = \pm \frac{1}{6}$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$2t^5 - 4 = 3 - 8t$$

$$u^4 + \frac{6}{u} = \frac{5}{2u} - 4$$

$$2u^5 + 12 = 5 - 8u$$

$$\begin{cases} 2t^5 + 8t - 7 = 0 \\ 2u^5 + 8u + 7 = 0 \\ t + u = 8 \end{cases}$$

$$2(t^5 + u^5) + 8(t + u) = 0$$

$$2 \log_7^5(6x) + 8 \log_7(6x) + 7 = 0$$

$$t^4 + t^3u + t^2u^2 - t^4u^3 + u^4 + 4 = 0$$

$$t^4 + u^4 - tu(t^2 - tu + u^2) + 4$$

$$(t^2 + u^2)^2 - tu(t^2 + u^2) - t^2u^2 + 4 = 0$$

$$b^2 + 4b^2 - 16 = 5b^2 - 16$$

$$a^2 - ab - (b^2 + 4) = 0$$

$$a = \frac{b \pm \sqrt{5b^2 - 16}}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(t+u)^5 = t^5 + 5t^4u + 10t^3u^2 + 10t^2u^3 + 5tu^4 + u^5 \Rightarrow 5$$

$$t^4 \cdot 4u^3$$

$$2(t^5 + u^5) + 8(t+u) = 0$$

$$t^5 + u^5$$

$$\log_2 8 = \frac{\log 8}{\log 2} = \frac{3 \log 2}{\log 2} = 3$$

$$\begin{cases} 2t^5 + 8t - 7 = 0 \\ 2u^5 + 8u + 7 = 0 \end{cases} \quad t+u=?$$

$$10t^4 + 8$$

$$t$$



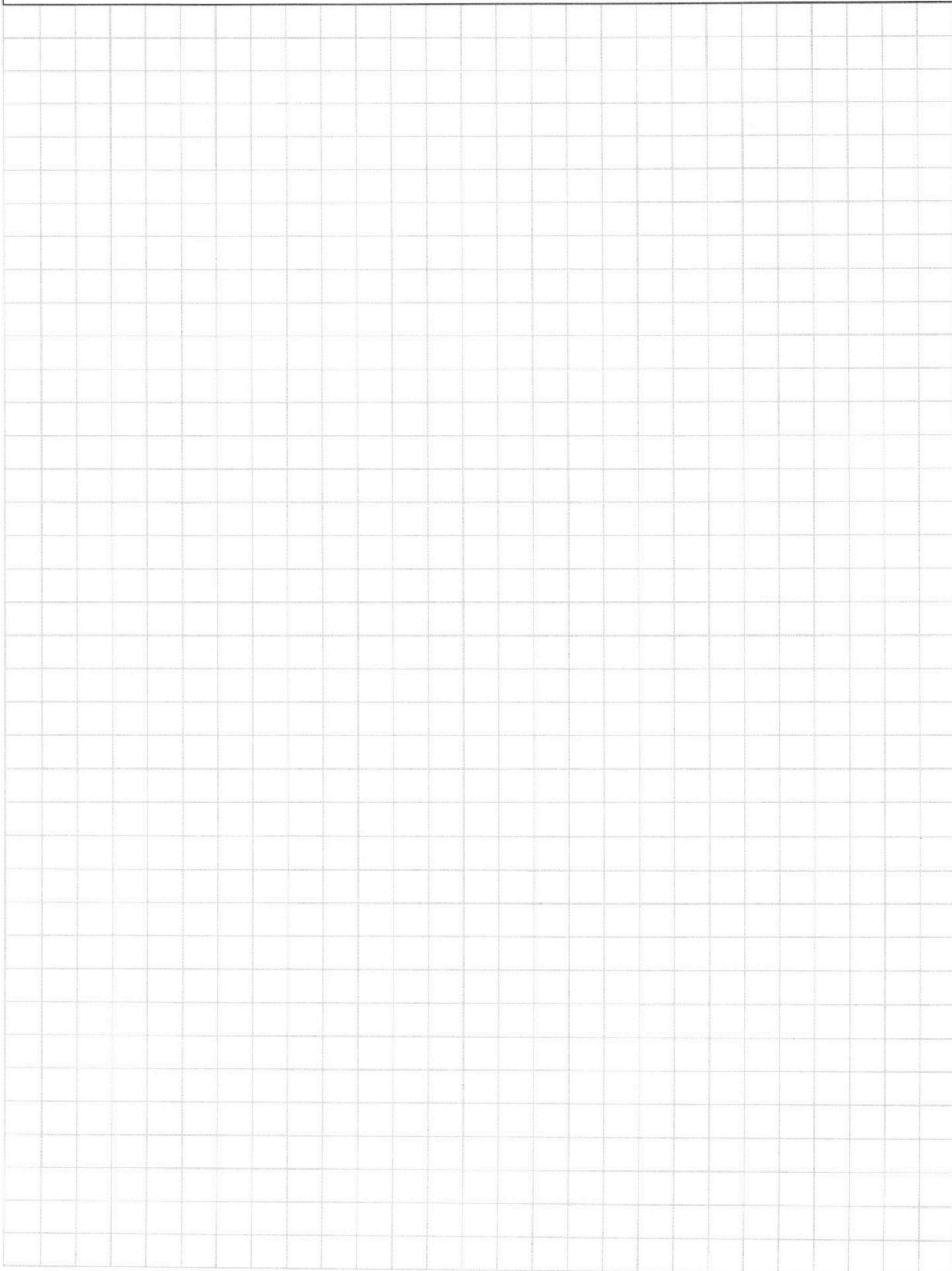
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$x + 3ay - 7b = 0$
 $(x+7)^2 + y^2 = 4$
 $x^2 + y^2 = 9$
 $4 \cos(\sin x) = 4$
 $\sin x = \cos u$
 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$

$y = \frac{7b - x}{3a}$
 $1 \quad y$
 $a \neq 0$

$7b = 4$
 $b = \frac{4}{7}$
 $\frac{x}{3a} + \frac{4}{-3a} = 4$
 $\frac{x}{3a} - \frac{4}{3a} = 4$
 $\frac{x - 4}{3a} = 4$
 $x - 4 = 12a$
 $x = 12a + 4$

$5^2 - x^2 - 2^2$
 $25 - x^2 - 4 = 0$
 $21 - x^2 = 0$
 $x^2 = 21$
 $x = \pm \sqrt{21}$

$\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$
 $5 \cos(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x$
 $5 \sin x = \frac{3\pi}{2} + x$
 $x + 3ay = 4$

$\log_2^4(6x) - 2 \log_{3a} 7 = \frac{3}{2} \log_{6|x|} 7 - 4$
 $x = 16$
 $t + 4 = 0$
 $t = -4$
 $5x - \frac{5\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + x$
 $4x = 4\pi$
 $x = \pi$

$2 - 4t^5 - 3t^5 + 8t^4 = 0$
 $2 - 7t^5 + 8t^4 = 0$
 $2t^5 - 4 - 3 + 8t = 0$
 $2t^5 + 8t - 7 = 0$
 $2t^5 + 8t + 7 = 0$

$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 4$
 $t^4 + \frac{6}{t} + \frac{8t}{t} = \frac{5}{2t} - 4$
 $t^4 + \frac{6 + 8t}{t} = \frac{5}{2t} - 4$
 $t^4 + \frac{6 + 8t}{t} + \frac{8t}{t} = \frac{5}{2t} - 4 + \frac{8t}{t}$
 $t^4 + \frac{6 + 16t}{t} = \frac{5}{2t} - 4 + 8$
 $t^4 + \frac{6 + 16t}{t} = \frac{5}{2t} + 4$
 $t^4 + \frac{6 + 16t}{t} - \frac{5}{2t} - 4 = 0$
 $t^4 + \frac{6 + 16t - 2.5}{2t} - 4 = 0$
 $t^4 + \frac{3.5 + 16t}{2t} - 4 = 0$
 $t^4 + \frac{3.5 + 16t}{2t} - 4 = 0$
 $t^4 + \frac{3.5 + 16t}{2t} - 4 = 0$

$t^4 - t^3 u + t^2 u^2 - t u^3 + u^4 = 0$
 $t^4 + u^4 - t u (t^2 + u^2) + t^2 u^2 - t u^3 = 0$
 $(t^2 + u^2)^2 - t^2 u^2 - t u (t^2 + u^2) = 0$
 u^5

$21 - 2\sqrt{2} \cdot 8$
 $60 - 25\sqrt{2}$
 56
 28

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^A 3^B 5^C$$

$$b = 2^X 3^Y 5^Z$$

$$c = 2^A 3^B 5^B$$

$$2(l + B + \gamma + x + y + z + A + B + B) \geq$$

$$l + x = 10$$



$$l + B + \gamma + \dots + B \geq 76$$

$$\arccos(\sin x) = t$$

$$t \in [0, \pi]$$

$$\sin x = \cos t$$

$$\arcsin(\cos t) = x$$

$$\frac{\pi}{2} - x = t + 2\pi n$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$\arccos(\sin x)$$

$$t^4 - t^3 u + t^2 u^2 - t u^3 + u^4 = 0$$

$$t + u = ?$$

$$(t^2 + u^2)^2 - t u (t^2 + u^2) - t^2 u^2 = 0$$

$$(t^2 + u^2) (t^2 - t u + u^2) - t^2 u^2$$

$$a^4 - a^3 + a^2 - a + 1 = 0$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3} + \frac{1}{a^4}$$

$$a^2 - a + 1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}$$

$$(a + \frac{1}{a})^2 \quad b^2 - 2 - b + 1$$

$$x + A \geq 13$$

$$y + B \geq 15$$

$$z + B \geq 18$$

$$A - x = 7$$

$$2A = 20$$

$$A = 10$$

$$x = 4$$

$$x = 3$$

$$B + y \geq 11$$

$$y + B \geq 15$$

$$B + B \geq 12$$

$$B - B = 2$$

$$\frac{1}{1-x^2} \quad \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\arccos(\sin x) = u$$

$$\sin x = \cos u$$

$$\sin x = \frac{\sin u}{\sqrt{1 - \sin^2 u}}$$

$$\frac{u}{t} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$1 - x \geq 7$$

$$B + y \geq 11$$

$$x + z \geq 14$$

$$l + 4 \geq 14$$

$$B + B \geq 17$$

$$z + B \geq 18$$

$$x + A \geq 13 \quad 5 \quad a + b + c \leq 14$$

$$y + B \geq 15 \quad 46$$

$$z + B \geq 18 \quad 152$$

$$A - x = 7 \quad 14 \quad 17 \quad 43$$

$$2A = 20 \quad 2 \quad 3 \quad 5$$

$$A = 10 \quad 74$$

$$x = 4$$

$$x = 3$$

$$B + y \geq 11 \quad 16 \quad 17 \quad 43$$

$$y + B \geq 15 \quad 2 \quad 3 \quad 5$$

$$B + B \geq 12 \quad 74$$

$$B - B = 2$$

$$\frac{\log_2 4}{\log_2 64} = \frac{\log_{26} 4}{\log_{26} 4} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{1}{1-x^2} \quad \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\arccos(\sin x) = u$$

$$\sin x = \cos u$$

$$\sin x = \frac{\sin u}{\sqrt{1 - \sin^2 u}}$$

$$\frac{u}{t} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$