



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-15;90)$ ,  $Q(2;90)$  и  $R(17;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$ab = k_1 \cdot 2^6$$

$$bc = k_2 \cdot 2^{14}$$

$$ac = k_3 \cdot 2^{16}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

перемножим

$$\Rightarrow (abc)^2 = k_1 k_2 k_3 \cdot 2^{36}$$

$$abc = \sqrt{k_1 k_2 k_3} \cdot 2^{18}$$

неизвестно, сколько  $2$  содержится

$$\sqrt{k_1 k_2 k_3}$$

в  $abc$  по  $18$  делится на  $18$ ,

проведем анализ с помощью таблицы

для  $2$  -  $2^{18}$

$$\text{для } 3 - \frac{13+21+25}{2} = 29,5$$

$$\text{для } 5 - \frac{11+13+21}{2} = 26$$

из  $ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \Rightarrow$ , что для  $5$  в  $abc$   $28$ :

$a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow abc \in \mathbb{Z} \Rightarrow$  для  $3$   $\leq 2 \Rightarrow$  для  $3$   $30$

$$\text{получаем } abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Пример:  $a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}$ ;  $b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0$ ;  $c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

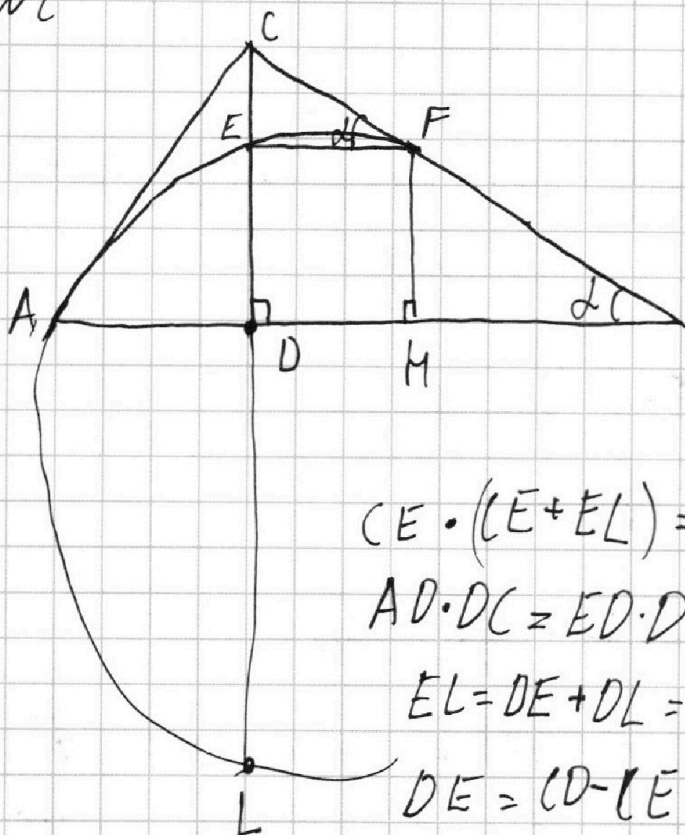
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2



$$\frac{S_{ABC}}{S_{EFC}} = \left(\frac{CF}{AB}\right)^2, \text{ м.к.}$$

~~AB~~ ABC cos(∠EFC) по

B ?-ым углом

$$CF = \frac{CE}{\sin \alpha}$$

$$CE \cdot (CE + EL) = AC^2 - \text{м-ма Окал и сек.}$$

$$AD \cdot DC = ED \cdot DL \Rightarrow DL = \frac{AD \cdot DC}{ED} - \text{м-ма пересек. хорд}$$

$$EL = DE + DL = DE + \frac{AC \cdot DC}{ED}$$

$$DE = CD - CE; AC \cdot DC = AB \cdot CD$$

$$EL = (CD - CE) + \frac{AB \cdot CD}{CD - CE}$$

$$CD = AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$EL = AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE + \frac{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE}$$

$$CE \cdot \left( CE + AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \left( CE + \frac{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE} \right) \right) = AC^2$$

$$CE \cdot \left( AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \left( 1 + \frac{1}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE} \right) \right) = AB^2 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$CE \cdot \cos \alpha \left( 1 + \frac{1}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE} \right) = AB \cdot \sin \alpha \cdot \left( AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE \right)$$

$$CE \cdot \cos \alpha \cdot AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE^2 \cdot \cos \alpha + CE \cdot \cos \alpha - AB \cdot \sin \alpha = 0$$

$$CE^2 \cos \alpha = (AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos \alpha) (CE + AB \cdot \sin \alpha) = 0$$

$$CE^2 = AB^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^4 \alpha + 2AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha + \cos^2 \alpha$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$BD = CB \cdot \cos \alpha$$

$$CB = AB \cdot \cos \alpha$$

$$BD = AB \cdot \cos^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{BD}{AB} = \frac{5}{7}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}; \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}};$$

$$\lg \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}, \text{ Ам.к. } \alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$$

$$(E^2 - (AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 1))(E + AB \cdot \lg \alpha) = 0$$

$$CE^2 - (AB \cdot \frac{\sqrt{10}}{7} + 1) + \frac{\sqrt{2}}{5} AB = 0$$

$$D = \frac{10}{49} AB^2 + \frac{2\sqrt{10}}{7} AB + 1 - \frac{4\sqrt{2}}{5} AB$$

~~Выразив  $CE$  через  $AB$ ,  $CF$  через  $CE$  и зная что  $CF = \frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} CE$  можно было бы выразить  $CF$  через~~

~~$AB$  и найти  $CF$  как отрезок, т.е. найти~~

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \left(\frac{AB}{CF}\right)^2 \text{ выразив } CF \text{ через } AB, \text{ зная что}$$

$$CF = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} CE, AC = \frac{AB}{\cos \alpha} \text{ можно было бы найти}$$

$$\frac{AC}{CF} \text{ и } \frac{AC}{CF} \cdot \frac{S_{CEF}}{S_{ACD}} = \left(\frac{AC}{CF}\right)^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



13

$$10 \sin(\sin x) = 9x - 2x \Rightarrow 9\pi - 2x \in [0; 10\pi]$$

$$10 \cos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = 9\pi - 2x \quad 0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi$$

1)  $2\pi n \leq \frac{\pi}{2} - x \leq 2\pi n + \pi, n \in \mathbb{Z}$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi n\right) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10x - 20\pi n = 9\pi - 2x$$

$$8x = 20\pi n - 4\pi$$

$$x = 2,5\pi n - 0,5\pi$$

2)  $2\pi n + \frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq 2\pi n + \pi$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$$

$$10\left(x - \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = 9\pi - 2x$$

$$10x - 5\pi + 20\pi n = 9\pi - 2x$$

$$12x = 20\pi n + 14\pi$$

$$x = \frac{5}{3}\pi n + \frac{7}{6}\pi$$

Найдем корни на данной промежутке:

$$x = -0,5\pi; x = 2\pi; x = 4,5\pi \quad x \in \left[2\pi n - \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{\pi}{2}\right]$$

$$x = -0,5\pi; x = \frac{17}{6}\pi; x = \frac{9}{2}\pi \quad x \in \left[2\pi n + \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{3\pi}{2}\right]$$

поднимаем корни  
поднимаем корни:

$$x = -0,5\pi; 2\pi; 4,5\pi$$

$$x = \frac{7}{6}\pi; \frac{17}{6}\pi$$

Ответ:  $-\frac{1}{2}\pi; \frac{7}{6}\pi; \frac{17}{6}\pi; 2\pi; 4,5\pi$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

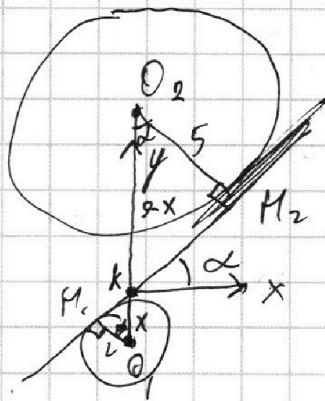
ЛМФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~ка~~ отрезки от начал. с те будут пересекать  
прямо окруж.

Крайние виды  $y = k_2 x + c$  <sup>по накл. в  $\frac{2}{3}$  обр.</sup> будут всегда  
пересекать обе окр. в 7-я клетках, как показано  
на графике. получается "разрешенные" коэф.  
это  $\begin{cases} k_2 > k \\ k_2 < -k \end{cases}$ , а запрещенные  $-k \leq k_2 \leq k$

найдем  $k$  - коэф. общей касательной.



$$O_1 M_1 k \text{ и } O_2 M_2 k$$

$$O_1 k = x; O_2 k = 9 - x$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{9 - x} = \frac{2}{x}$$

$$5x = 18 - 2x$$

$$7x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{9 - \frac{18}{7}} = \frac{35}{95} = \frac{7}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

получаем:  $k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

получаем:  $\begin{cases} \frac{4\sqrt{2}}{7} \geq \frac{5}{6\alpha} \\ \frac{5}{6\alpha} \geq -\frac{4\sqrt{2}}{7} \end{cases} \Rightarrow 6\alpha$

получаем:  $\begin{cases} \frac{5}{6\alpha} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \\ \frac{5}{6\alpha} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \alpha < \frac{37}{24\sqrt{2}} \\ \alpha > -\frac{37}{24\sqrt{2}} \end{cases} \begin{matrix} \text{max} \\ \alpha = 0 \\ \text{подлогн} \end{matrix}$$

Ответ:  $\left(-\frac{37}{24\sqrt{2}}; \frac{37}{24\sqrt{2}}\right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



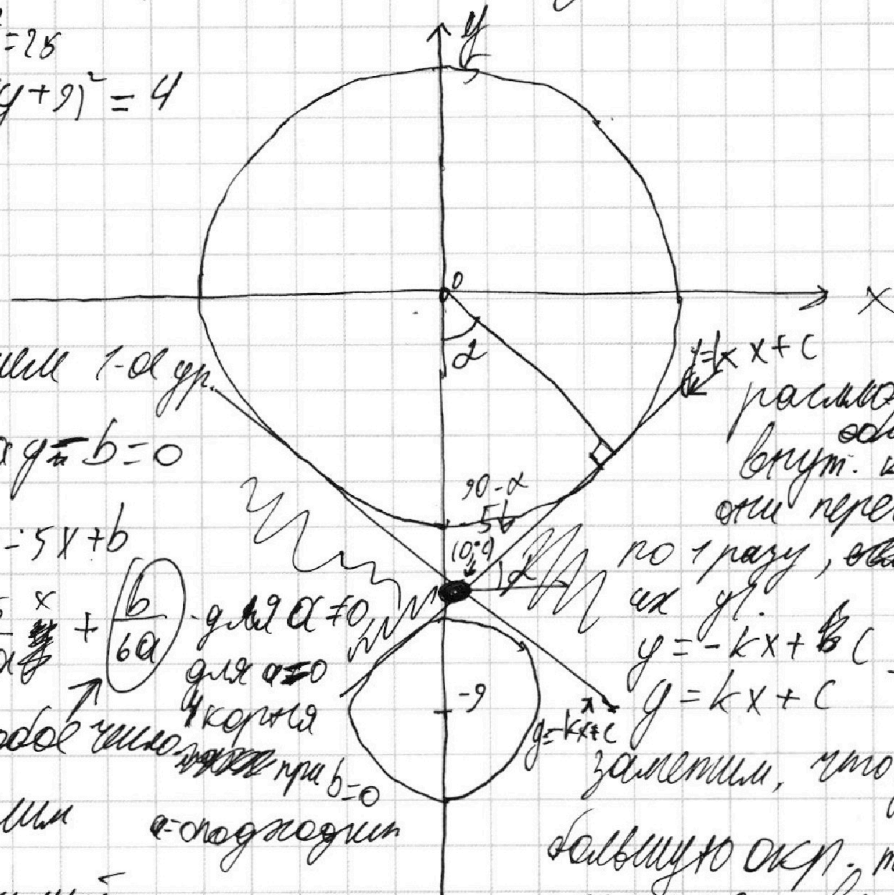
№4

$$\begin{cases} 5x + 6\alpha y - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

равно кот. упр  
а для кот. найдется b

Нарисуем график системы ур. Это две окр.:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$$



перешли 1-ю ур.

$$5x + 6\alpha y - b = 0$$

$$6\alpha y = -5x + b$$

$$y = -\frac{5}{6\alpha}x + \frac{b}{6\alpha}$$

для  $\alpha \neq 0$   
для  $\alpha = 0$   
4 корня  
но все число  $b=0$   
определим  $\alpha$ -коэффициент

допустимый

$$\frac{5}{6\alpha}$$

различные случаи  
внут. касательная  
они пересек окр. по 1 разу, одна дуга, путь

по 1 разу, одна дуга, путь  
ид ур.  
 $y = -kx + b/c$  - симметрич.  
 $y = kx + c$

заметим, что увеличивая c  
большую окр., теперь кас-я  
пересекает в 2-ух местах,  
а второго ни в одном.

Обычно касаясь касательной также пересечем  
окр. больше 2-ух раз в сумме.

Также обычно, что прямые, параллельные в  
зад. системе вида  $y = k_1x + c$  так же независимо от

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$1) \log_{11}^4(x) - 6 \log_x(11) = \log_{x^3(11)}(1) - 5$$

$$2) \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y}(11) = \log_{0,125y^3(11^{-13})}(1) - 5$$

пусть 1)

$$\log_{11}^4(x) - \frac{6}{\log_{11}(x)} - \frac{1}{\log_{11}(x^{-35})} + 5 = 0$$

$$\log_{11}^4(x) - \frac{6}{\log_{11}(x)} + \frac{1}{1,5 \log_{11}(x)} + 5 = 0$$

$$\log_{11} x = t$$

$$t^4 - \frac{6}{t} + \frac{2}{3t} + 5 = 0 \quad | \cdot t, \text{ м.к}$$

$$t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0$$

$$t \neq 0, \text{ м.к}$$

$$\log_{11} x \neq 0$$

$$\text{м.к } x \neq 1$$

пусть 2)

$$\log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + \frac{13}{8 \log_{11}(0,5y)} + 5 = 0$$

$$g = \log_{11}(0,5y)$$

$$g^4 + \frac{1}{g} + \frac{13}{8g} + 5 = 0 \quad | \cdot g \neq 0 - \text{но } \textcircled{A3}$$

$$g^5 + 5g + \frac{21}{8} = 0$$

$$g + t = ?$$

$$\log_{11} x + \log_{11} 0,5y = \log_{11}(0,5xy) = g + t$$

$$0,5xy = 11 \quad (g + t)$$

$$xy = 2 \cdot 11 \quad (g + t)$$

0, A3:

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x^3 \neq 1 \\ x^3 \neq 0 \\ 0,5y > 0 \\ 0,5y \neq 1 \\ 0,125y^3 \neq 1 \\ 0,125y^3 > 0 \end{array} \right.$$

$$\Downarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq 1 \\ y \neq 2 \\ y > 0 \end{array} \right.$$



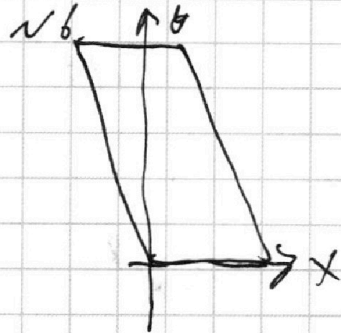
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



пусть точка  $A_1(x_1, y_1)$  дана, найдем  
подходящие точки  $B$

$$6(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 48$$

$$y_2 = -6(x_2 - x_1) + 48 + y_1, \text{ - прямая}$$

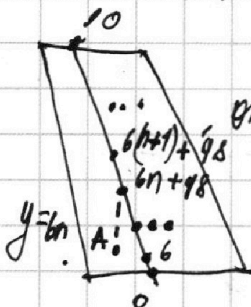
имеет наклон  $-6$  и проходит через точку

$$(x_1; y_1 + 48)$$

как ~~то~~ ~~сторона~~ ~~параллелограмма~~  
параллелограмма

на такой прямой будет ~~точка~~  $16,15$  см  
от точек.  $16,15$  см ~~на~~ ~~сторону~~  $A \in y = 6n; n \in \mathbb{Z}$

это можно показать



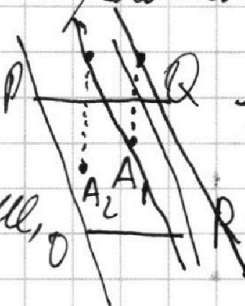
отметили жирным точки (целоч. координатами)  
и их  $y$  координата их всего  $\frac{90}{6} + 1 = 16$

для  $y = 6n + k; k \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$  точек всего 15.

это так же можно можно показать.

о этих точках  $y$  которыми прямая  $l$  не проходит  
параллелограмм, т.е.

Найдем, где ~~лежат~~ ~~также~~,  
как  $A_1$ .



видно, что  $A_2$   
есть удобная  
фт. точки  
в параллело-  
грамме,  $Q \in A_1$ ,  $l$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

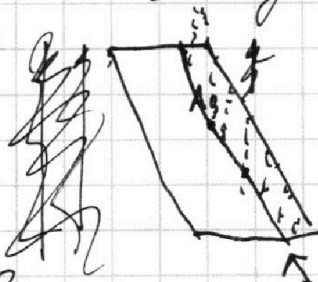


Q (2; 10)

$A_2(2; 10-48)$   $A_3(2; 42)$  и линия на прямой

$y = -6(x-2) + 42$  точки очевидно имеют множество

подлежащих B, но точки справа (сверху)

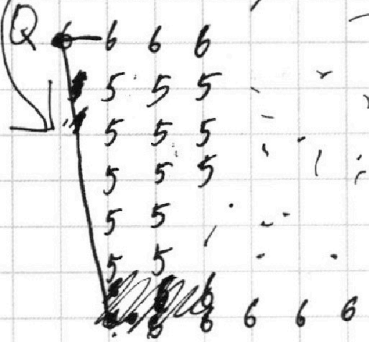


от  $y = -6(x-2) + 42$

уже не будут иметь подлежащих B

пусть все точки - как-то подлежащих B, тогда

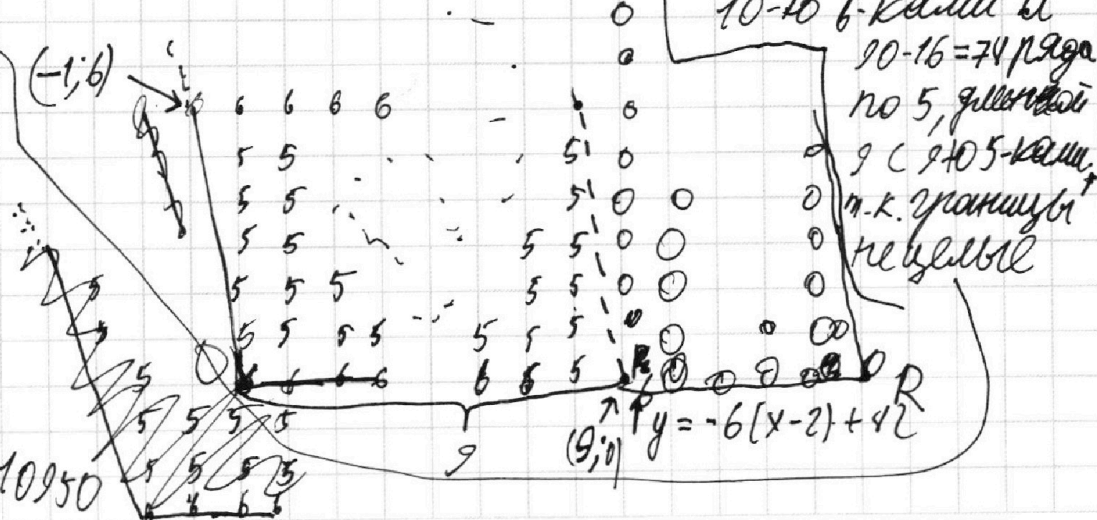
как параллелограмм будет выглядеть так?



Из этого видно  
сделано 20 рядов  
по 10 точек, видно,  
что мы имеем  
16 рядов по 6, 4  
ряды по 9, 10-10  
6-каши и

получаем  
всего:  
 $16 \cdot 6 +$   
 $+ 15 \cdot 7 + 9 =$   
 $= 10950$   
пар.

Ответ: 10950



$20 - 16 = 74$  ряда  
по 5, 9-каши  
9 (10-5-каши,  
п.к. границы  
не считаем)

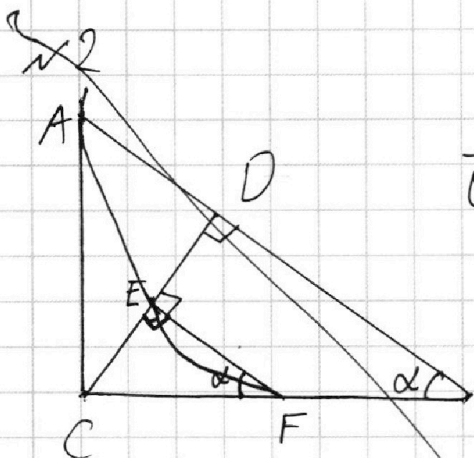
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$

$$EF \parallel BD, \angle EFC = \angle BDC = \alpha$$

найдём  $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$

$$BD = CB \cdot \cos \alpha$$

$$CB = AB \cdot \cos \alpha$$

$$BD = AB \cdot \cos^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{BD}{AB} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}; \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}; \tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}, \text{ м.к. } \alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$$

$$\triangle EFC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ECF}} = \frac{CF^2}{AB^2}$$

$$AC^2 = CE \cdot CD \text{ - м-кр о/кр. ч сек.}$$

$$CE = CF \cdot \sin \alpha \Rightarrow CF = \frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{AC^2}{CD \cdot \sin \alpha}$$

$$AC = AB \cdot \sin \alpha$$

$$CD = CB \cdot \sin \alpha; CB = AB \cdot \cos \alpha \Rightarrow CD = AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$CF = \frac{AC^2}{CD \cdot \sin \alpha} = \frac{AB^2 \cdot \sin^2 \alpha}{AB \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{AB}{\cos \alpha}$$

$$AC^2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = AB \cdot CH$$

$$CH =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

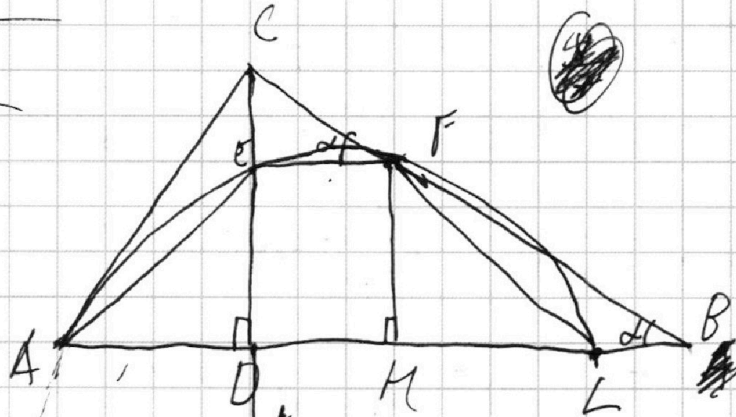
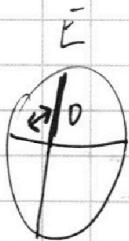
1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



	2	3	5
a	4	8	18
b	2	5	0
c	12	17	14
	18	30	28



$$AC^2 = CE \cdot CD = CF \cdot CL$$

$$AC^2 = CE \cdot CD \Rightarrow CE = \frac{AC^2}{CD}$$

$$\frac{CE}{\cos \alpha} = CF = \frac{AC^2}{CD \cos \alpha}$$

$$\frac{CE}{CB} = \frac{AC^2}{CD \cos \alpha \cdot CB}$$

$$\frac{CF}{CB} = ?$$

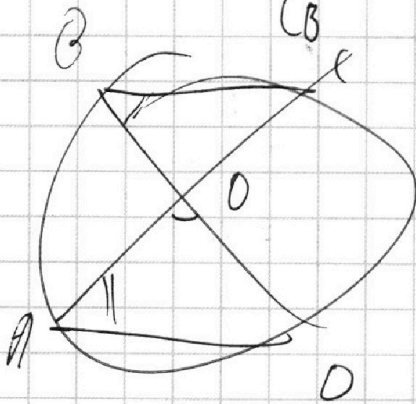
$$\frac{CF}{CB}$$

$$CD = CB \cdot \sin \alpha$$

$$AC = CB \cdot \cos \alpha$$

$$AC^2 = ED \cdot$$

$$\frac{OC}{OD} = \frac{OB}{AO} \quad OC \cdot AO = OD \cdot OB$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

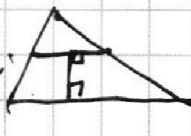


$$10 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x))$$

$$\frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi] + 2\pi n$$

$$10(\frac{\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x \quad \frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi]$$

$$5\pi - 10x = 9\pi - 2x \quad \frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi]$$

$$10(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi n) = 9\pi - 2x$$


$$5\pi - 10x - 20\pi n = 9\pi - 2x$$

$$8x = -20\pi n - 4\pi$$

$$x = 2,5\pi n - 0,5\pi$$

$$7\pi n \leq x \leq 2\pi n + \pi$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq -x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$\log_2 4 = \log_2 10 \cdot \arccos(-1) = 9\pi + \pi$$

$$x = 2,5\pi n - 0,5\pi$$

$$n=1; x = -3\pi$$

$$10 \arccos(0) = 15\pi$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$x =$$

$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$$

$$\frac{10}{6}n + \frac{7}{6}$$

$$6a < \frac{5 \cdot 7}{1\sqrt{7}}$$

$$a < \frac{37}{21\sqrt{2}}$$

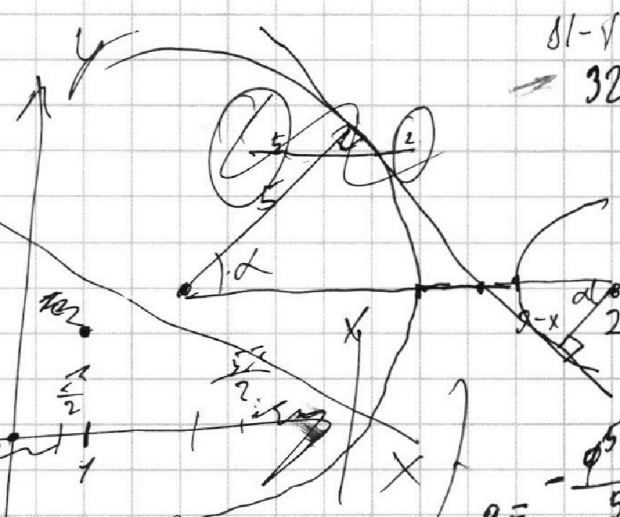
$$x \cdot y = 11$$

$$6ay = -5x + b$$

$$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

$$\log_{11} 0,5xy = g + t$$

$$0,5xy = 11$$



81-19  
32

$$g = \frac{5 + \frac{21}{3}}{5}$$

$$t = \frac{16 - 15}{3 \cdot 5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^{\alpha_2} 3^{\alpha_3} 5^{\alpha_5}$$

$$a_2 + b_2 = 6$$

$$a_3 + b_3 = 13$$

$$a_5 + b_5 = 11$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \cdot \text{мм} = 2^{36} \cdot 3^{52} \cdot 5^{29,5}$$

$$6 + 14 + 16 = 36$$

$$13 + 21 + 25 = 59$$

$$11 + 13 + 28 = 52$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$c = 5^{14} \cdot 3^{12} \cdot 2^{10}$$

$$b = 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^{10}$$

$$a = 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^{10}$$

$$a = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^6$$

$$b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^5$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{15}$$

$$a = 5^{14} \cdot 3^{12} \cdot 2^{10}$$

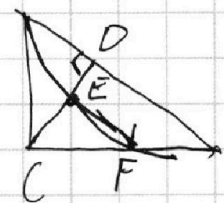
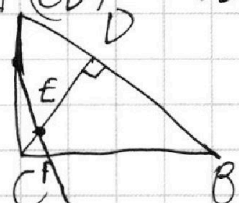
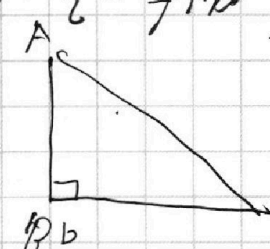
$$b = 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^{10}$$

$$c = 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^{10}$$

$$ab = 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^6; \quad bc = 5^{14} \cdot 3^{21} \cdot 2^{14}; \quad ac = 5^{28} \cdot 3^{28} \cdot 2^{16}$$

$$\sqrt{2} z = 7 + b$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEEF}} = \frac{(EF)^2}{(CD)^2} = \frac{2BD - AB}{BD \cdot \lg \angle A}$$



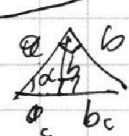
$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$

$$B \lg \angle A = \frac{CD}{DB}$$

$$S_{ACD} = AB \cdot CD$$

$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$

$$LH = AD$$



$$\frac{a_c}{a} = \frac{a}{c} = \frac{h}{b}$$

$$a^2 = a_c \cdot c$$

$$a_c = a \cdot \sin \alpha$$

$$a = c \cdot \cos \alpha$$

$$a_c = a \cdot \cos^2 \alpha \Rightarrow a_c = c \cdot \cos \alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$a = c \cdot \cos^2 \alpha \Rightarrow c = \frac{a}{\cos^2 \alpha}$$

$$EF = AB - 2AH$$

$$EF = 2BD - AB$$

$$CD = BD \cdot \frac{5}{7} = \frac{a_c}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{5}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}; \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

