



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



10: 26
14: 26

2. 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- ч 3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

3. 4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c \in \mathbb{N}$, $ab: 2^{15} \cdot 7^{11}$ (1)

$bc: 2^{17} \cdot 7^{10}$ (2), $ac: 2^{23} \cdot 7^{19}$ (3)

$(abc)_{\min} = ?$

1) Если, чтобы (abc) было мин то при разложении (abc) на простые делители должно быть $2^p \cdot 7^k$, $p, k \in \mathbb{N}$, $p, k \geq 0$

2) Если $ac: 7^{39}$, то abc как минимум делится на 7^{39} , при

$a = 7^{21} \cdot k$

$b \cdot 7$

$c = 7^p \cdot r$ выполняется

условия (1), (2), (3), след. $(abc)_{\min}$ при разложении имеет 7^{39}

3) $ab \cdot bc = 2^{32} \cdot 7^k$ $ac \cdot bc = 2^{40} \cdot 7^k$

$b \leq 2^4$ $a \leq 2^{11}$

3) Если, чтобы выполнялись все

3 условия \wedge чтобы (abc) было мин \wedge наименьше $a = 2^{11} \cdot x$

$b = 2^5 \cdot x$

$c = 2^{18} \cdot z$

след. $(abc)_{\min}$ делится на 2^{28}

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

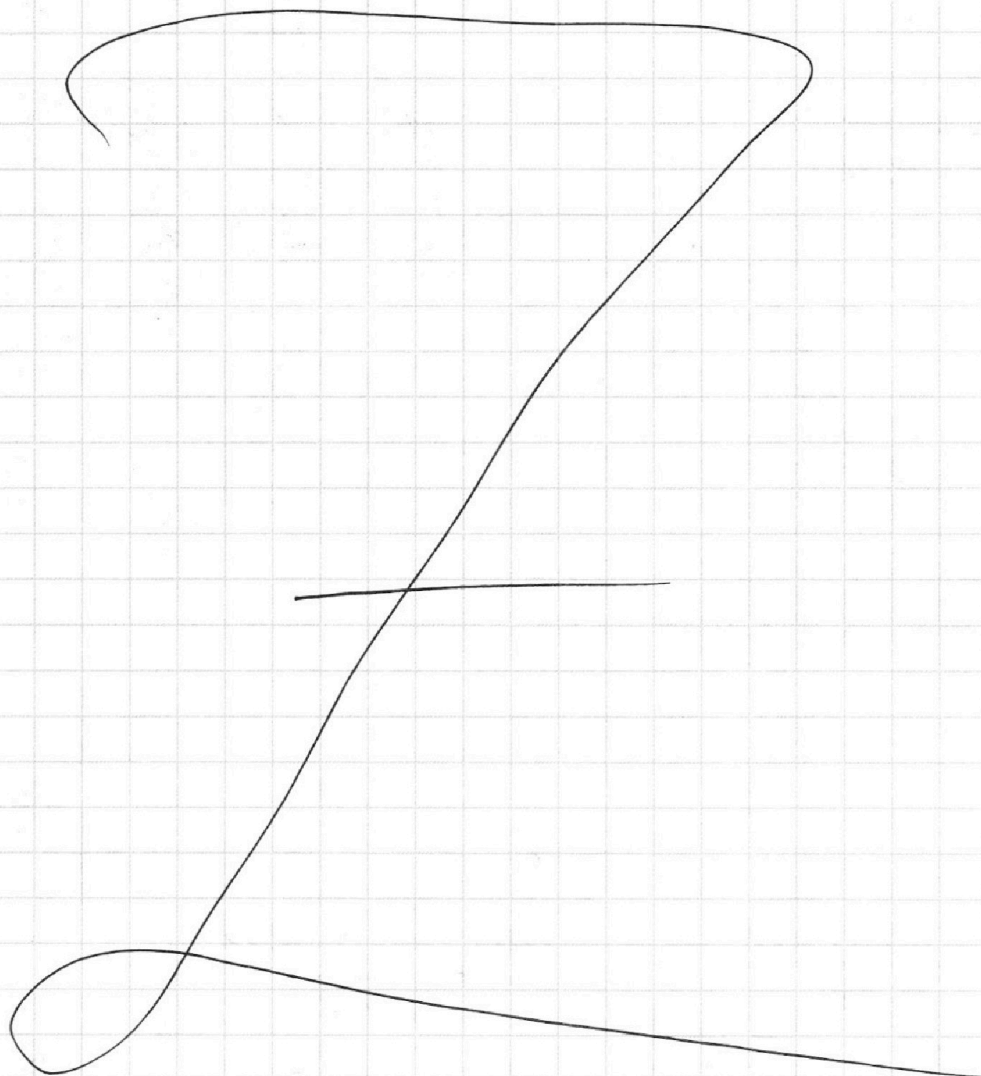
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{12}{(a+b)^2-9ab}, \text{ с условием}$$

тогда, что $\frac{a}{b}$ несократимая дробь и $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$, то $n_{\max} = 9$

Ответ: 9.



1 2 3 4 5 6 7

1) Проверим $O_2H \perp AB$

$$AH = HB$$

пусть $AC = 12x$
 $CB = 7x$, тогда

$$AH = HB = 12x$$

$$HC = 5x$$

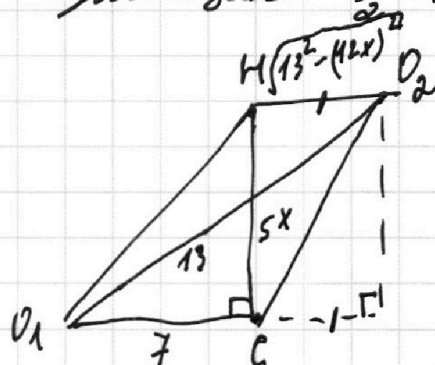
2) рассмотрим $\triangle AH O_2$

из т. Пифагора
для этого тупер.

следует: $O_2H = \sqrt{13^2 - (12x)^2}$

3) рассмотрим трапецию $O_1H O_2 C$

$$O_1 O_2 = 13$$



Итак, тогда

$$HC^2 + (O_1G + HO_2)^2 = O_1O_2^2$$

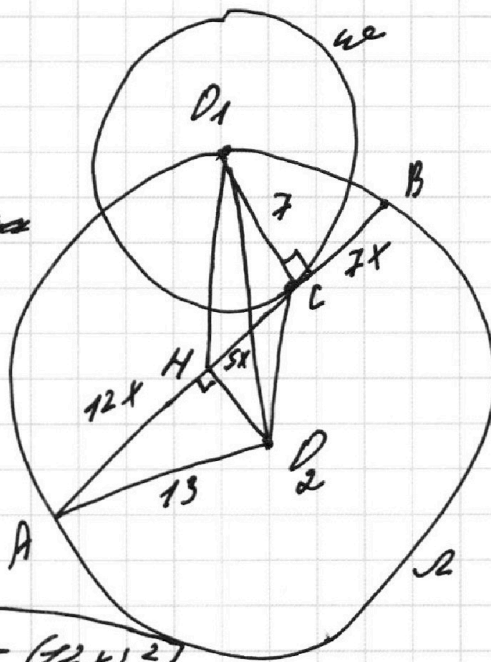
$$25x^2 + (7 + \sqrt{169 - 144x^2})^2 = 169$$

$$25x^2 + 49 + 169 - 144x^2 + 14\sqrt{169 - 144x^2} = 169$$

$$x = 1$$

след. $AC = 24x = 24$

Ответ: 24.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4.

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + (1 - 9x)$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 + 1 - 18x + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-81x^2 + 9x = 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x(1 - 9x) = 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

1) $1 - 9x = 0$

$$x = \frac{1}{9}$$

также $\frac{1}{9}$ является корнем данного уравнения

2) $1 - 9x \neq 0$, тогда $9x = 2 \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 81x^2 = 12x^2 + 12x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 69x^2 - 12x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$D = 144 + 4 \cdot 69 \cdot 4 =$$

$$= 1248$$

$$x_1 = \frac{12 - \sqrt{1248}}{2 \cdot 69} < 0$$

(не подходит)

$$x_2 = \frac{12 + \sqrt{1248}}{2 \cdot 69}$$

Важно, также

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} + (1 - 9x) \geq 0$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 81x^2 + 1 - 18x$$

$$78x^2 - 21x \leq 0$$

$$x \in [0; \frac{21}{78}]$$

Ответ: $\frac{1}{9}$

$x_2 > \frac{21}{78}$, следовательно не подходит.

или не подходит.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

См.

из

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

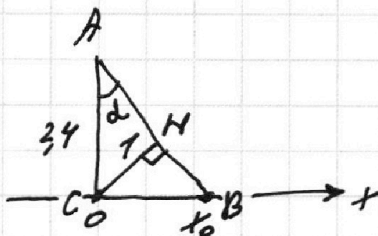
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



если $y=0$, то $a = \frac{PB}{x_0}$ (продолжение)

рассмотрим $\triangle ABC$
найдем CB



$$\sin \alpha = \frac{1}{2,5} = \frac{5}{12}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\cot^2 \alpha = \frac{144}{25} - 1$$

$$\cot^2 \alpha = \frac{119}{25}$$

$$\cot \alpha = \frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ - 25 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$\cot \alpha = \frac{AC}{CB} \Rightarrow CB = \frac{AC}{\cot \alpha} = \frac{24 \cdot \sqrt{119}}{5} = x_0$$

$$a_1 = \frac{24 \cdot 5}{24 \cdot \sqrt{119}} = \frac{5}{\sqrt{119}}, \quad a_2 = -\frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\text{Ответ: } a = \pm \frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\cot \alpha = \frac{CB}{AC} \Rightarrow CB = AC \cdot \cot \alpha = \frac{24 \cdot 5}{\sqrt{119}} = x_0$$

$$a_1 = \frac{PB}{x_0} = \frac{24 \cdot \sqrt{119}}{24 \cdot 5} = \frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$a_2 = -\frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$\text{Ответ: } a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

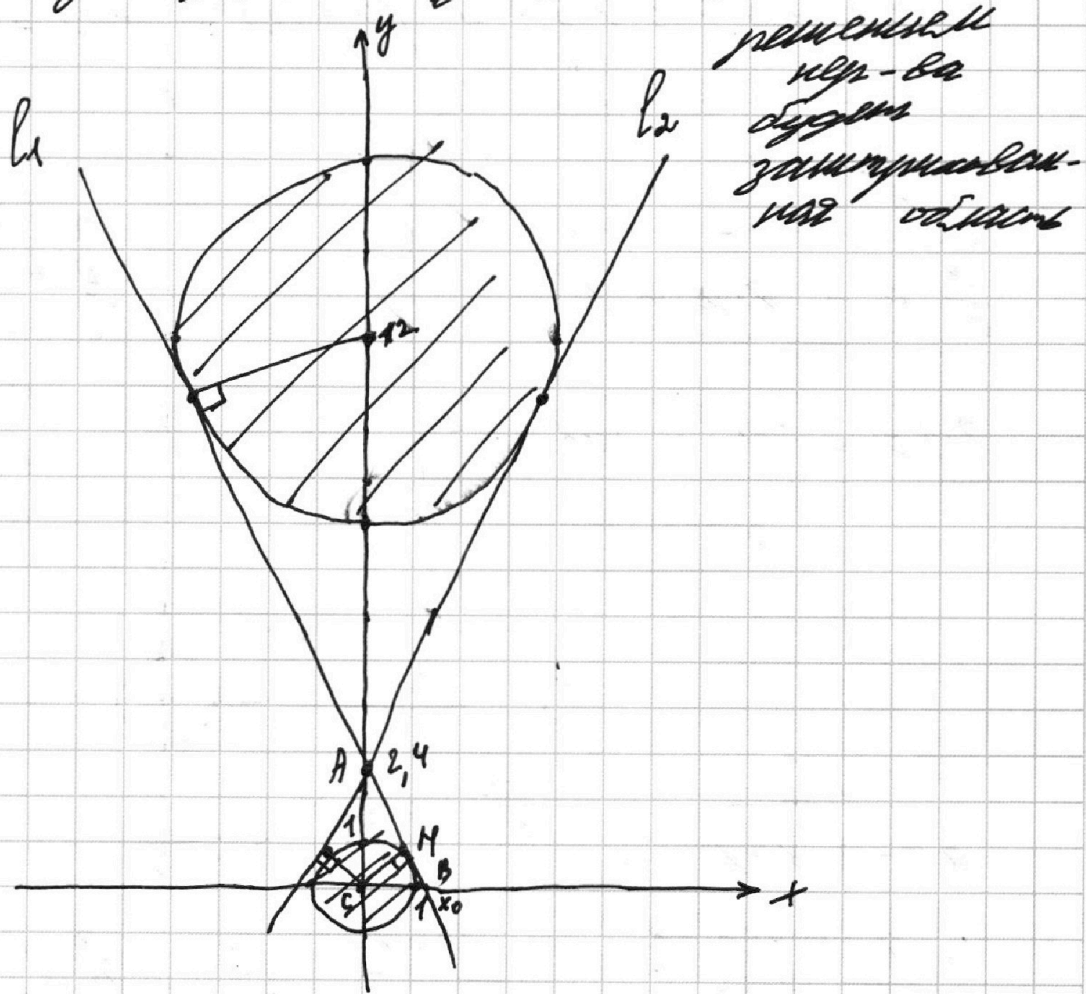


№6.

$$\begin{cases} ax + y - 8b & (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим нерав-во (2):

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$



чтобы система имела 2 решения
нужно, чтобы уравнение (1) совме-
ствовало прямым l_1 и l_2

Т.к. при $x = 0$ $y = 2,4$ (из подобия),
то $b = 0,3$

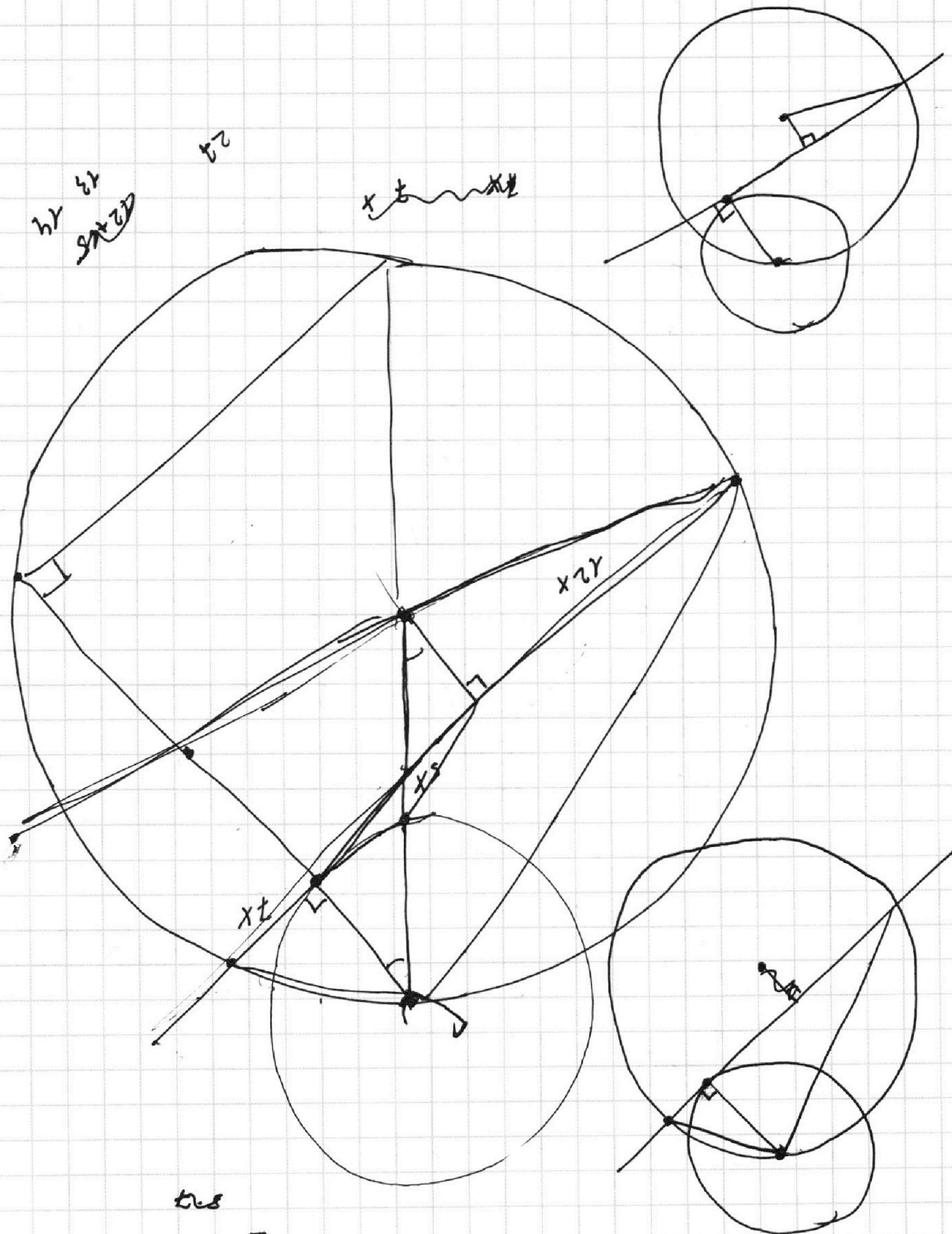
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5.

Черновики

$$\begin{cases} ax + y - 2b = 0 & (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

Раскладываем на множители (2):

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0$$

$$\frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b} \cdot a - 7 \cdot a + b}$$

$$a + b = a^2 - 7ab + b^2$$

$$\frac{a + b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$\frac{a}{b}$ числ.

$$\frac{a^2 + 7ab + b^2}{a + b}$$

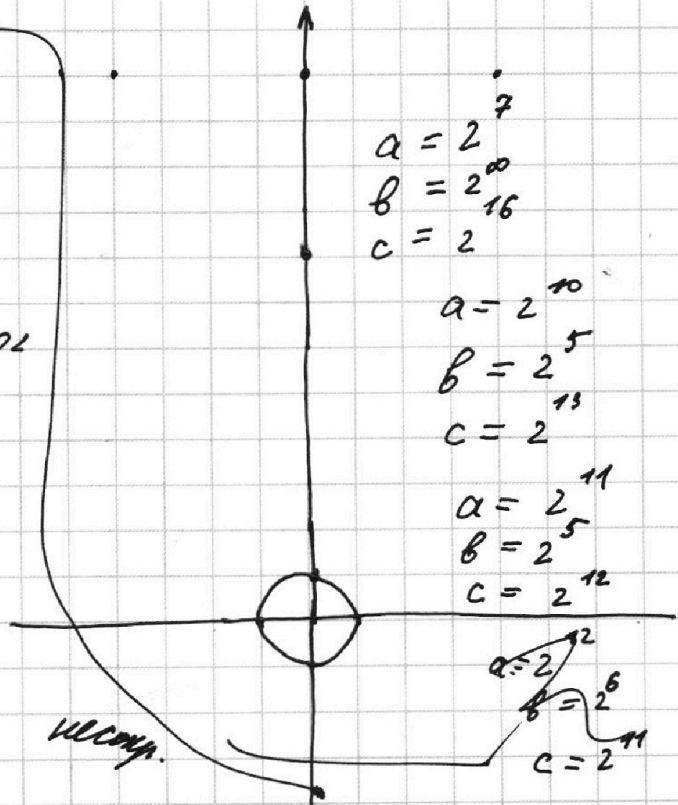
$$\frac{a + b}{a^2 - 7ab + b^2} = \frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b} \cdot a - 7a + b}$$

$$\left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot \frac{1}{b}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{a}{b} - 7\right) + 1$$

$$\frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} - 7 \cdot \frac{a}{b} + 1}{\left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot \frac{1}{b}}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{a}{b} - 7\right) + 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab - 9ab = (a+b)^2 - 7ab$$

$$\frac{(a+b)^2}{a+b} - \frac{9ab}{a+b} = a+b - \frac{9a}{1 + \frac{a}{b}}$$

$$\frac{a}{b} \cdot k$$

$$\left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot k$$

$\frac{a}{b}$

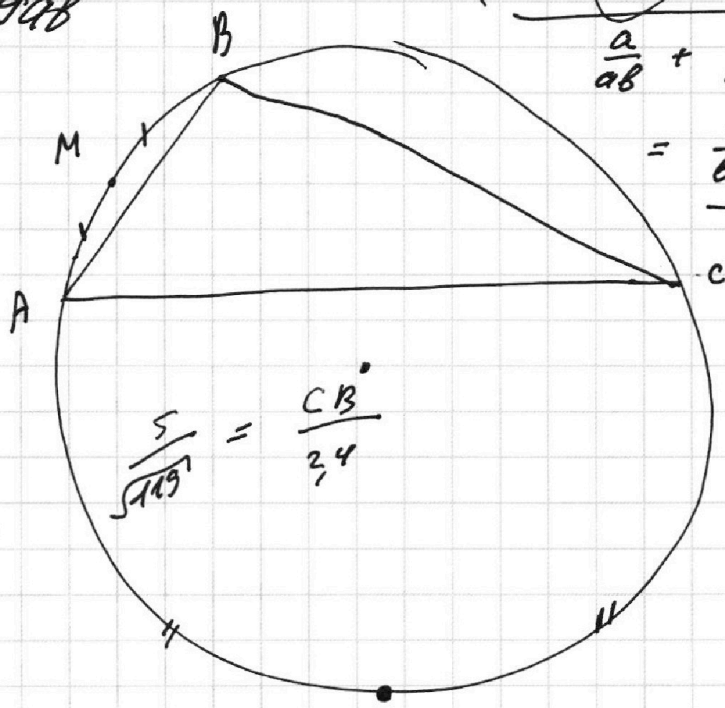
$\frac{b}{a}$

$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a+b} : ab$$

$$\frac{a+b}{(a^2+b^2) - 9ab}$$

$$\frac{\frac{a^2}{ab} - 7 + \frac{b^2}{ab}}{\frac{a}{ab} + \frac{b}{ab}} =$$

$$= \frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 7}{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}}$$



$$\frac{a+b}{9b} = \frac{a}{9b} + \frac{1}{9}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = 9$$

$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - 9ab}{a+b} =$$

$$= a+b - \frac{9ab}{a+b} = a+b - \frac{9}{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}$$

$$\frac{a+b}{a+b(a+b-9ab)} = \frac{1}{a+b-9ab}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 9$$

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = 9$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

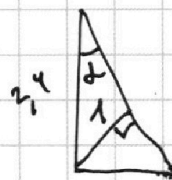
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

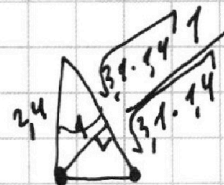
$$1 + \sqrt{2} \sin \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2,4} = \frac{10}{24}$$

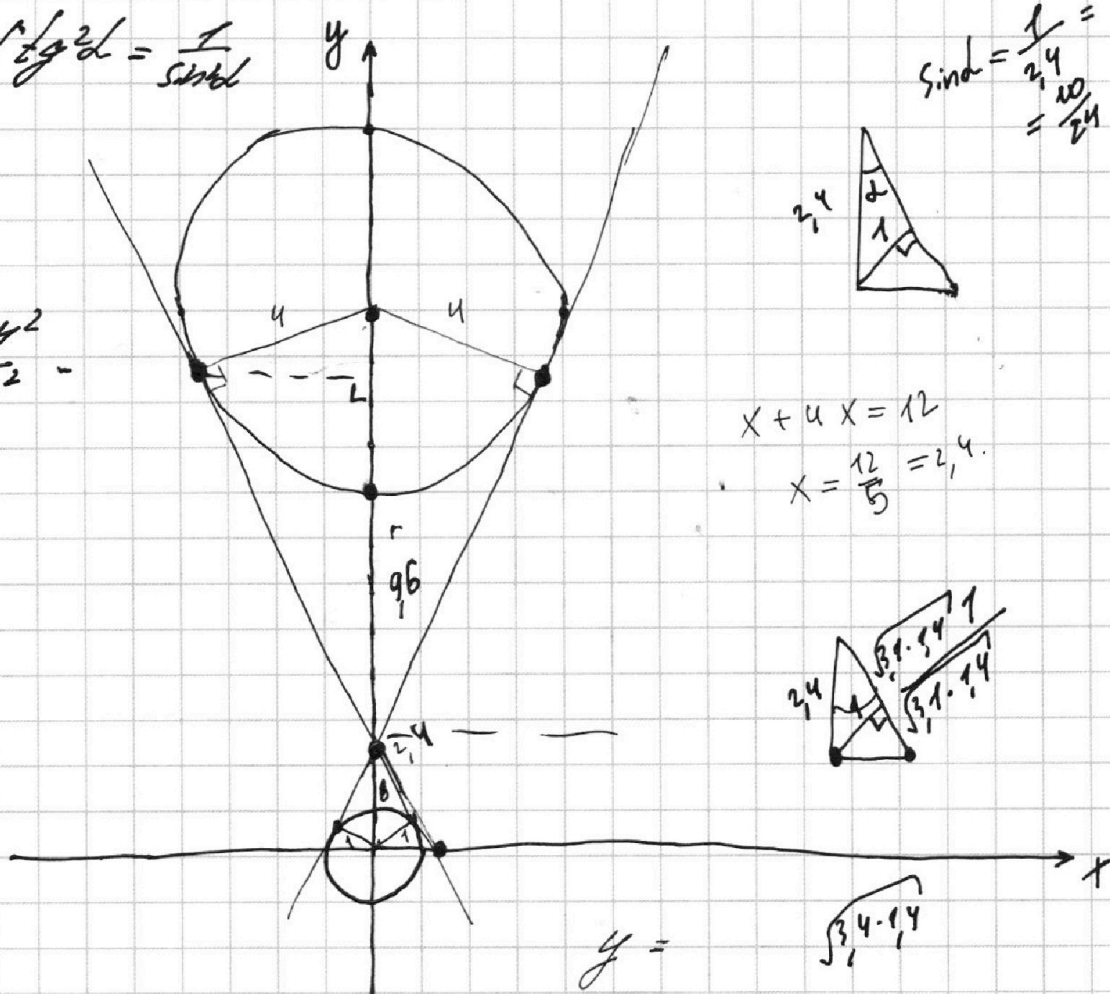


$$x + 4x = 12$$

$$x = \frac{12}{5} = 2,4$$



$$r = \frac{24^2}{10^2}$$



$$y = -ax + 8,6$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 8,6$$

$$y = 2,4 \Rightarrow x = 3$$

$$y = -a \cdot x + 2,4$$

$$ax = 8,6$$

$$a = \frac{8,6}{x}$$

$$d = \sqrt{9,6^2 - 4^2} = \sqrt{116 - 16} = \sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$$



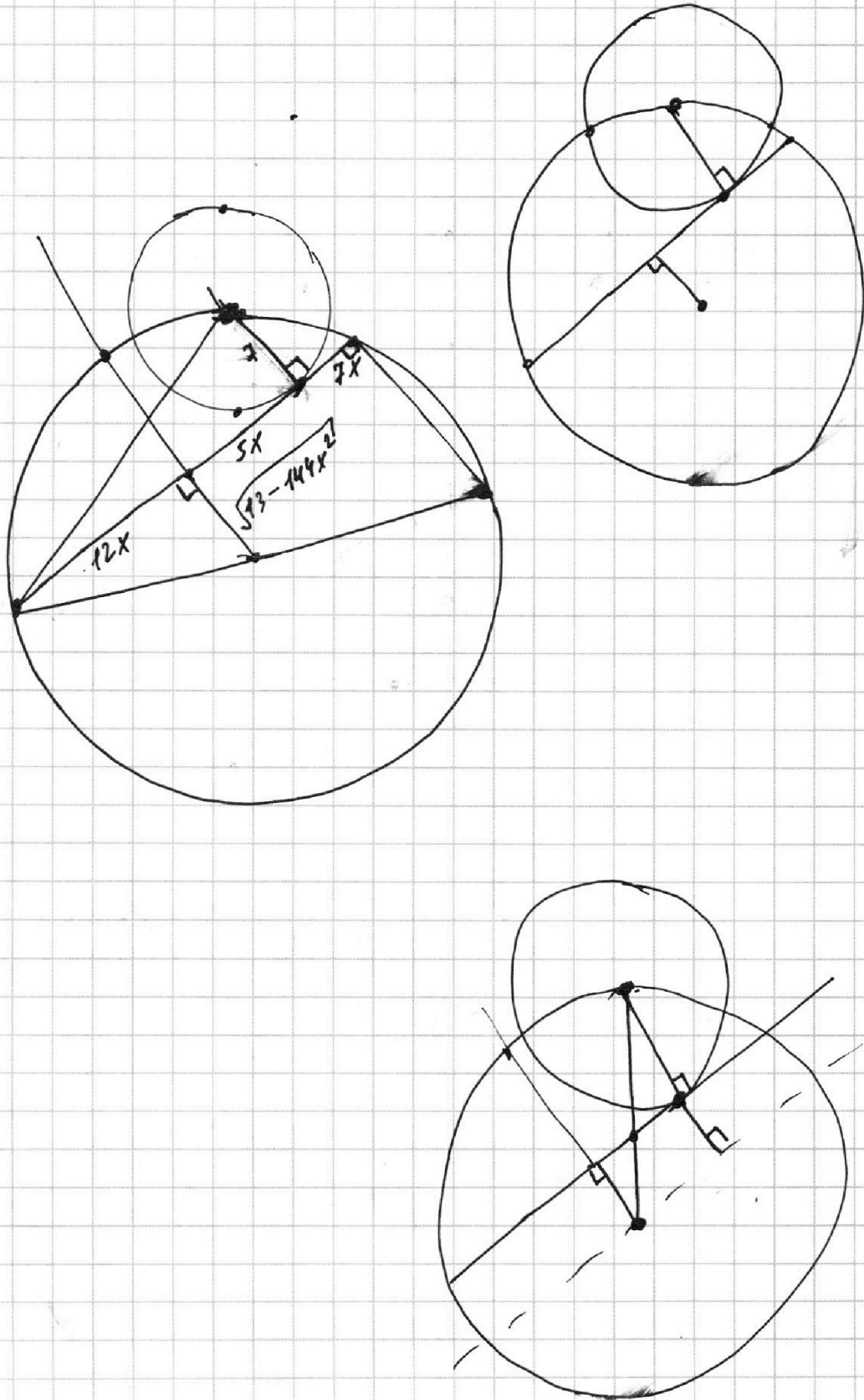
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$r = 7$
 $R = 13$
 $AB = ?$

$$\frac{81}{69}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 16 \\ \hline 414 \\ + 69 \\ \hline 1104 \\ + 144 \\ \hline 1248 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 81x^2 &= 12x^2 + 12x + 4 \\ 69x^2 - 12x - 4 &= 0 \\ D &= 144 + 16 \cdot 69 = \\ &= 7456 \\ x &= \frac{12 - \sqrt{7456}}{69 \cdot 2} \end{aligned}$$

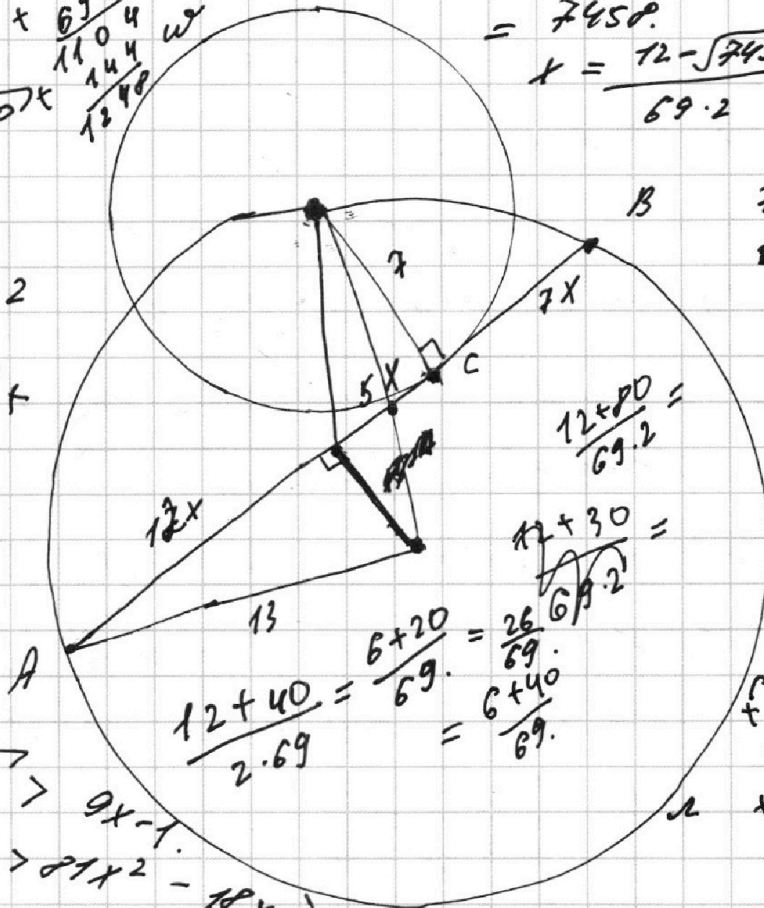
$$x = \frac{12 + \sqrt{7456}}{69 \cdot 2}$$

$$\begin{array}{r} 7456 \\ \sqrt{7456} \\ \hline 80 \end{array}$$

$$3 \cdot 80^2 - 6 \cdot 80 + 2$$

$$\sqrt{3 \cdot 80^2 + 3 \cdot 80 + 1} + 1 - 9 \cdot 80$$

$$\frac{6 + \dots}{69}$$



$$\frac{12 + 40}{2 \cdot 69} = \frac{6 + 20}{69} = \frac{26}{69} = \frac{6 + 40}{69}$$

$$\frac{12 + 80}{69 \cdot 2} =$$

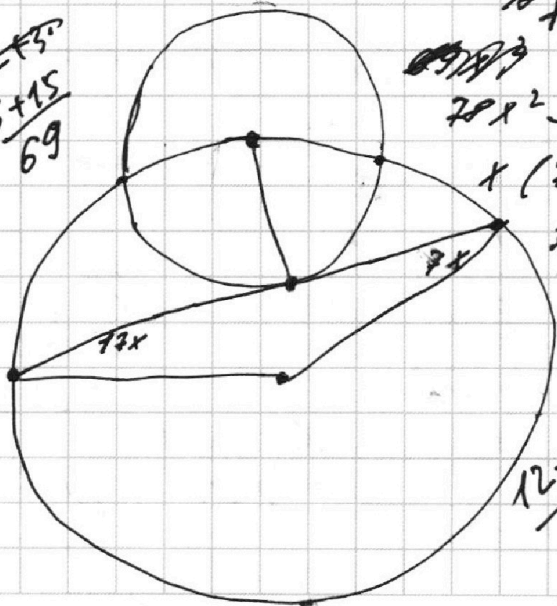
$$\frac{12 + 30}{69 \cdot 2} =$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 16 \\ \hline 414 \\ + 69 \\ \hline 1084 \\ + 144 \\ \hline 1228 \end{array}$$

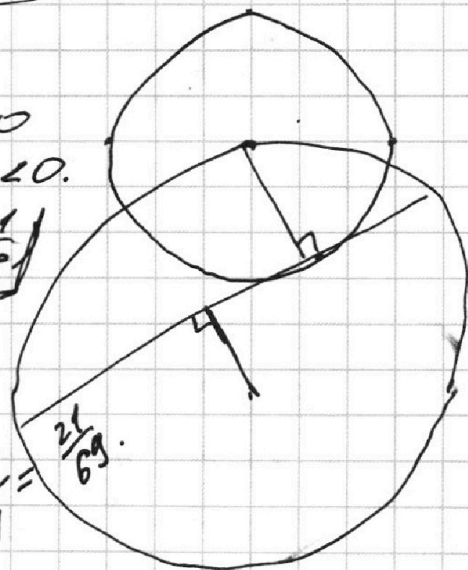
$$\begin{aligned} \sqrt{3x^2 + 3x + 1} &> 9x - 1 \\ 3x^2 + 3x + 1 &> 81x^2 - 18x + 1 \end{aligned}$$

$$\frac{12 + 30}{69 \cdot 2} = \frac{6 + 15}{69}$$

$$\begin{aligned} 78x^2 - 21x < 0 \\ x(78x - 21) < 0 \\ x \in (0; \frac{21}{78}) \end{aligned}$$



$$\frac{12 + 30}{2 \cdot 69} = \frac{6 + 15}{69} = \frac{21}{69}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12 \quad b = 9 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = -3.$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = (1 - 9x) + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = (1 - 9x)^2 + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-6x + 2 = 1 + 81x^2 - 18x + 3x + 1 - \dots$$

$$81x^2 - 24x + 2 \cdot (1 - 9x) \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0.$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1 + 81x^2 - 18x + 3x + 1 + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 - 9x + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0$$

$$9x(9x - 1) + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0.$$

$$2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 9x(1 - 9x)$$

$$1 - 9x = 0$$

$$x = \frac{1}{9} \checkmark$$

2458. 2

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2} = \frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2 =$$

$$= \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-9x = -1$$

$$x = \frac{1}{9}, x > 0$$

$$4 \cdot (3x^2 + 3x + 1) = 81x^2$$

$$12x^2 + 12x + 4 = 81x^2$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0.$$

$$D = 144 - 4 \cdot 69 \cdot (-4)$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 16 \\ \hline 414 \\ -12 \\ \hline 69 \\ \hline 7314 \\ + 144 \\ \hline 7458 \end{array}$$



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

1) пусть D_1 - центр окруж. ω
 D_2 - центр окруж. Ω , $D_1C \perp AB$

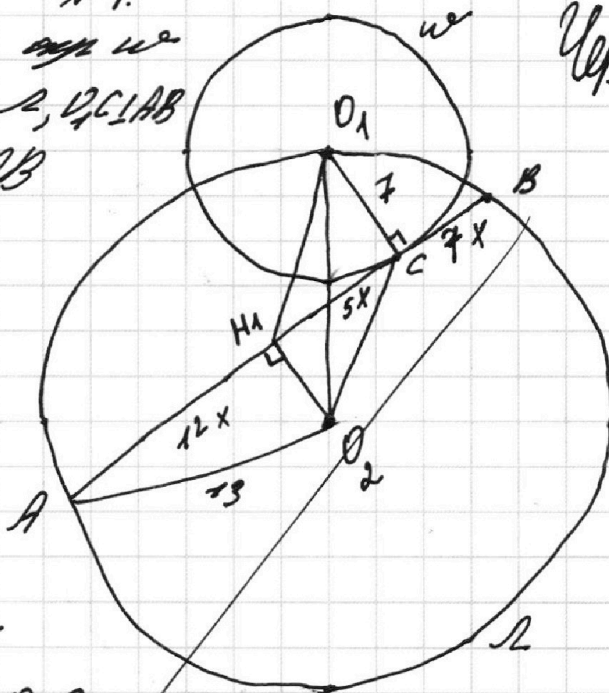
2) проведем $D_2H_1 \perp AB$

3) пусть $AC = 12x$
 $CB = 7x$

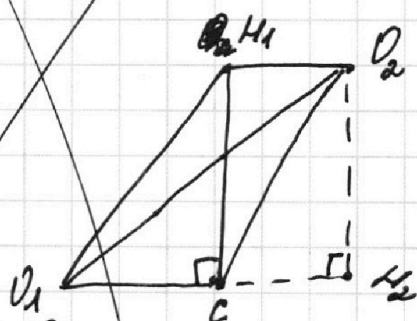
4) $AH_1 = H_1B =$
 $= \frac{AC + CB}{2} = 12x,$

выс. $H_1C = 5x$

5) рассмотрим
трапецию $D_2H_1D_1C$
если это $D_1D_2 = 13$



Упрощен



проведем $D_2H_2 \perp D_1C$, $D_2H_2 = H_1C$
по т. Пифагора $912 \triangle D_1D_2H_2$

$$D_1D_2^2 = D_2H_2^2 + D_1H_2^2 \quad (*)$$

$$D_1D_2 = 13, \quad D_2H_2 = H_1C = 5x, \quad D_1H_2 =$$

$$= D_1C + H_2D_2 = 7 + H_1D_2$$

6) по т. Пифагора $912 \triangle AH_1D_2$:

$$H_1D_2 = \sqrt{13^2 - (12x)^2}$$

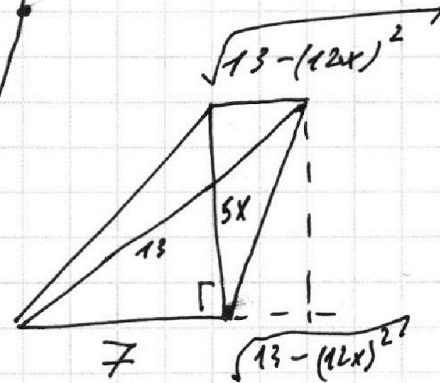
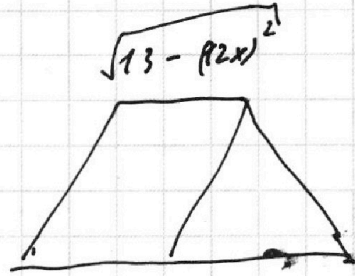
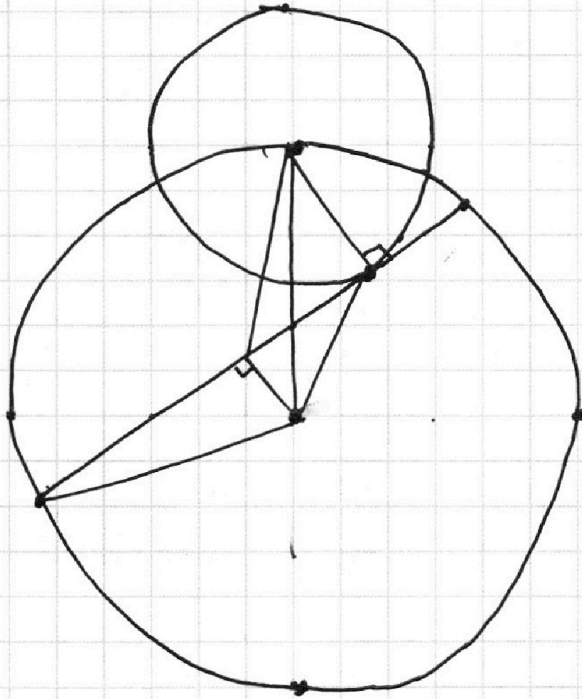
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$25x^2 + (2 + \sqrt{169 - 144x^2})^2 = 169$$

$$25x^2 + 49 + 169 - 144x^2 +$$

$$+ 14 \cdot \sqrt{169 - 144x^2} = 169 \quad 0.$$

$$14 \cdot \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$49 - 119x^2 = 14 \cdot \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$12 + 144$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ - 25 \\ \hline 119 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

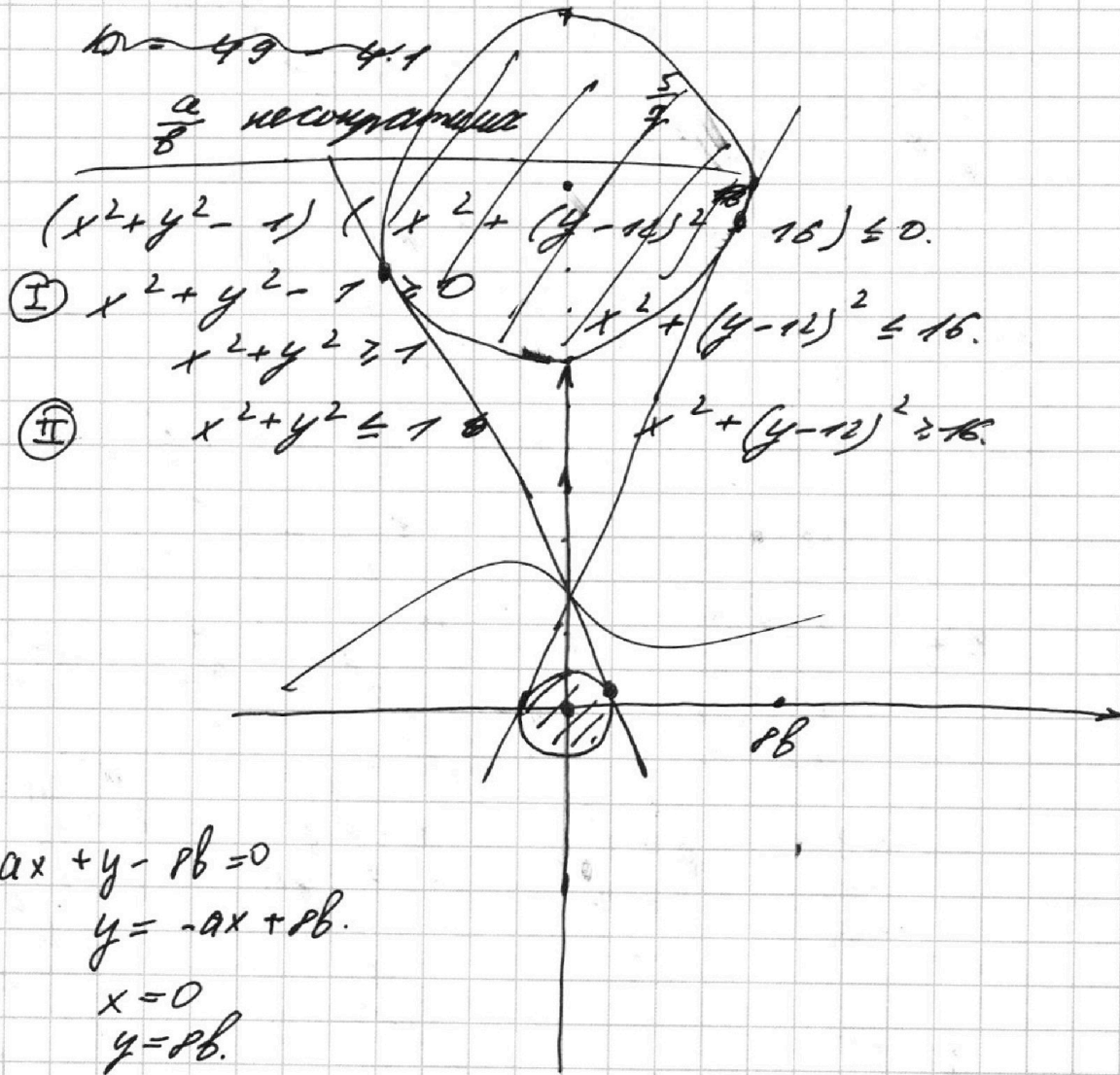
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b) - 7ab}{a+b} =$$

$$= 1 + \frac{a-b-7ab}{a+b}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r}
 124p \\
 \times 69 \\
 \hline
 + 414 \\
 + 69 \\
 \hline
 1104 \\
 + 144 \\
 \hline
 124p
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 ab &: 2^{15} \cdot 7^{11} \\
 bc &: 2^{12} \cdot 7^{10} \\
 ac &: 2^{23} \cdot 7^{39}
 \end{aligned}$$

$(abc)_{\min} - ?$

$2^n, n_{\min}$

7³⁹

$$\begin{aligned}
 7^{10} &= b \\
 a &= 7^9 \\
 c &= 7^{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 abc \cdot b & \\
 ac \cdot b^2 &= 2^{32} \\
 b^2 &= 2^9 \\
 b &= 2^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c &= 7^{10} \\
 a &= 7 \\
 b & \neq 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ab &= 2^{15} \cdot 7 \\
 bc &= 2^{12} \cdot 7 \\
 ac &= 2^{23} \cdot 7
 \end{aligned}$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot \frac{f}{x}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot \frac{p}{f}$$

$(abc)_{\min}$

$$\begin{aligned}
 b &= 2^{21} \\
 a &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2 \\
 c &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^{11} \\
 c &= 2^5 \\
 b &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^9 \\
 b &= 2^{16} \\
 c &= 2^{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^0 \\
 b &= 2^7 \\
 c &=
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^{10} \\
 b &= 2^5 \\
 c &= 2^{43}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^{11} \\
 b &= 2^5 \\
 c &= 2^{12}
 \end{aligned}$$

$$ac \cdot b^2 = 2^{32}$$

$$2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^{12} \\
 b &= 2^8 \\
 c &= 2
 \end{aligned}$$

$$a \cdot bc \cdot c^2 = 2^{40}$$

$$\begin{aligned}
 ab \cdot c^2 &= 2^{40} \\
 c^2 &= 2^{25} \\
 c &\leq 2^{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &\leq 2^{11} \\
 b &\leq 2^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2^{10} \\
 b &= 2^5 \\
 c &= 2^{13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2^{17} \\
 b &= 2^7 \\
 c &= 2^{10}
 \end{aligned}$$