



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

$a:k$ либо $b:k$
 $\frac{ab}{a+b} : k$ если $k \neq 2$, то $\begin{cases} a:b \Rightarrow b:k \\ b:k \Rightarrow a:k \end{cases}$

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc . *34.11*
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$\frac{a+b}{(a+b) - 8ab}$ если $\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$ $(a,b) = 1$ $a+b:8$
 $(8ab; a+b)$ четное

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

$(b-k)k = kb$ $k:b$ $8ab : a+b$ $8ab = k(a+b)$ 8 $8ab = ka + kb$
 $8ab = k(a+b)$ $k \geq ab$ $k = \frac{8ab}{a+b} \geq ab$ $8ab = k(a+b)$

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно. $k=ab$ $a+b \leq 8$ $8 \geq a+b$ $8ab \leq (a+b)^2$

4. [5 баллов] Решите уравнение $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$. $\frac{5 \pm 1}{4}$ $\frac{3}{4}$ 1 0 $\sqrt{5}$ $4 - 8$ -5 *мы умножили обе части уравнения, тогда $a > b$, $8ab > 8a$ $a+b < 2a$*

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$. *OK*

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдется значение параметра b , при котором система

13 вариантов. $\begin{cases} 2x_2 - 2x_1 \in [-24; 24] \\ ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$ $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

имеет ровно 2 решения.

$2x_1 + y_1 \in [20; 30]$, с учетом $e^{\frac{1}{2}}$

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

МВ норм, NB не норм.

$\sqrt{r} - \sqrt{5} = (0 - \sqrt{5})$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

Представим $a = 2^{a_2} \cdot 7^{a_7} \cdot p_a$

$b = 2^{b_2} \cdot 7^{b_7} \cdot p_b$ где p_a, p_b, p_c не делятся

$c = 2^{c_2} \cdot 7^{c_7} \cdot p_c$ на 2 и на 7.

Тогда 1) $ab = 2^{a_2+b_2} \cdot 7^{a_7+b_7} \cdot p_a \cdot p_b = 2^{14} \cdot 7^{10}$

Значит $\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 14 \\ a_7 + b_7 \geq 10 \end{cases}$

2) $bc = 2^{b_2+c_2} \cdot 7^{b_7+c_7} \cdot p_b \cdot p_c = 2^{17} \cdot 7^{17}$

Значит $\begin{cases} b_2 + c_2 \geq 17 \\ b_7 + c_7 \geq 17 \end{cases}$

3) $ac = 2^{a_2+c_2} \cdot 7^{a_7+c_7} \cdot p_a \cdot p_c = 2^{20} \cdot 7^{37}$

Значит $\begin{cases} a_2 + c_2 \geq 20 \\ a_7 + c_7 \geq 37 \end{cases}$

Нам нужно минимизировать $abc = 2^{a_2+b_2+c_2} \cdot 7^{a_7+b_7+c_7} \cdot p_a \cdot p_b \cdot p_c$

Т.к. $p_a, p_b, p_c \in \mathbb{N}$, то $p_a = p_b = p_c = 1$ при минимальном abc

Чтобы найти границы на $a_2 + b_2 + c_2$ сложим нерав.

$\begin{cases} 2a_2 + 2b_2 + 2c_2 \geq 51 \\ 2a_7 + 2b_7 + 2c_7 \geq 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_2 + b_2 + c_2 \geq 25,5, \text{ так } a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{Z}, \text{ то} \\ a_7 + b_7 + c_7 \geq 32 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_2 + b_2 + c_2 \geq 26 \\ a_7 + b_7 + c_7 \geq 32 \\ a_7 + b_7 + c_7 \geq 37 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Т.К. } a_2, b_2, c_2 \geq 0 \\ \text{целые} \end{matrix} \quad \begin{cases} a_2 + b_2 + c_2 \geq 26 \\ a_7 + b_7 + c_7 \geq 37 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{целые} \end{matrix}$$

Пример: $a_2 = 8$ $a_7 = 19$

$c_2 = 12$ $b_7 = 0$

$b_2 = 6$ $c_7 = 18$

Проверим: $a \cdot b = 2^{6+8} \cdot 7^{19+0} = 2^{14} \cdot 7^{19}$ - верно

$b \cdot c = 2^{6+12} \cdot 7^{0+18} = 2^{18} \cdot 7^{18}$ - верно

$a \cdot c = 2^{8+12} \cdot 7^{19+18} = 2^{20} \cdot 7^{37}$ - верно

~~Ответ: abc~~

Итого: минимальный $abc = 2^{a_2+b_2+c_2} \cdot 7^{a_7+b_7+c_7} = 2^{26} \cdot 7^{37}$

Ответ: $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2
Если $\frac{a}{b}$ - несократима, то a и b - взаимнопросты.
Пусть m - наибольшее число, при котором mn
достигает результата; разделим m на
простые ^{делители} ~~множители~~, пусть p - наибольший
простой делитель, неравный двум, тогда.

$$\begin{cases} a+b \div p \\ a^2 - 2ab + b^2 \div p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b \div p \\ (a+b)^2 - 2ab \div p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b \div p \\ 2ab \div p \end{cases}$$

$a+b \div p$ (2)
 $2^3 ab \div p$ (1)

(1) Т.к. $p \neq 2$ и p - простое, то

$$\begin{cases} a \div p \\ b \div p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b \div p \\ a \div p \end{cases} \text{ , если } a \div p, \text{ то } b \div p \text{ и наоборот, это} \\ \text{является тривиальным утверждением существования.}$$

Значит число m вида $m = 2^d$

1) ~~оба~~ ^{a и b} четные : такое не может, т.к. они не будут взаимнопростыми

2) a - четное, b - нечетное $\Rightarrow a+b$ - нечетное $\Rightarrow m_{\max} = 1$
и наоборот

3) ~~и~~ a и b нечетные, тогда a и m - взаимнопростые
 b и m - взаимнопросты $\Rightarrow 8 \div m$
Тогда $2^3 \cdot a \cdot b \div 8m$ при $m_{\max} = 8$, где $d \leq 3$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

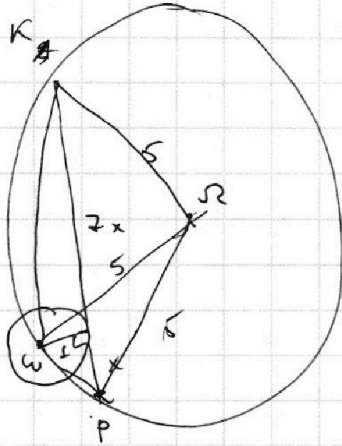
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

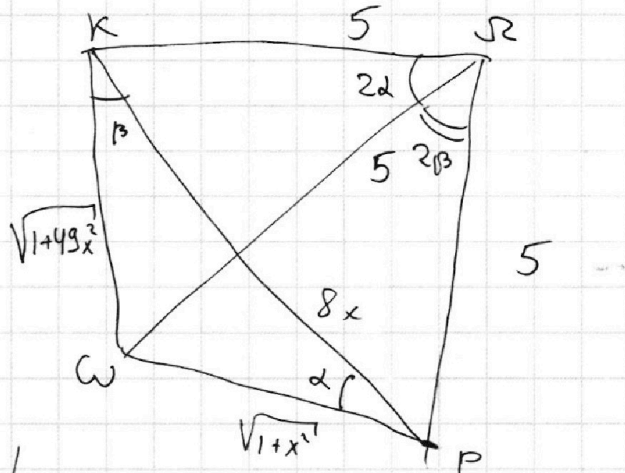
N3



$$\omega P = \sqrt{1+x^2}$$

$$\omega K = \sqrt{1+(7x)^2} = \sqrt{1+49x^2}$$

Решаем сетрачено:



Теор. кос. в ΔWKP

$$1+x^2 = 64x^2 + 1+49x^2 -$$

$$- 16x \sqrt{1+49x^2} \cdot \frac{\sqrt{89-x^2}}{10} \cos \beta$$

$$1+x^2 = 16x \sqrt{1+49x^2} \cos \beta$$

$$1+x^2 = \sqrt{1+49x^2} \cdot \cos \beta$$

$$\frac{49x^2}{1+49x^2} = \frac{99-x^2}{100}$$

$$4900x^2 = 99 + 49 \cdot 99x^2 - 99 - x^2 \text{ Т.К. } x > 0$$

$$50x^2 + 49x^4 = 99 \Rightarrow x=3 \Rightarrow AB=8x=8 \text{ Ответ: 8}$$

Теор. кос. в ΔWRP

$$1+x^2 = 25 - 2 - 25 \cdot 2 \cdot \cos 2\beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos 2\beta = \frac{49-x^2}{50} = 2\cos^2 \beta - 1 \Rightarrow$$

$$\cos \beta = \cos 2\beta = \sqrt{\frac{99-x^2}{100}}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \beta = \frac{99-x^2}{100}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N4

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

Пусть $\sqrt{a} = \sqrt{2x^2-5x+3}$

$$a = 2x^2 - 5x + 3$$

$$\sqrt{b} = \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$b = 2x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow a - b = 2 - 7x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0 & (1) \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} - 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \sqrt{a} = \sqrt{b}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1}, \text{ при } 2x^2+2x+1 \geq 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$x = \frac{2}{7}$$

подставляем для проверки

$$\sqrt{2\left(\frac{2}{7}\right)^2 - 5 \cdot \frac{2}{7} + 3} = \sqrt{\frac{8}{49} - \frac{70}{49} + \frac{147}{49}} = \sqrt{\frac{85}{49}} = \frac{\sqrt{85}}{7}$$

$$\sqrt{2\left(\frac{2}{7}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{7} + 1} = \sqrt{\frac{8}{49} + \frac{28}{49} + \frac{49}{49}} = \sqrt{\frac{85}{49}} = \frac{\sqrt{85}}{7}$$

$x = \frac{2}{7}$ - решение.

$$(2) \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{b} \text{ наименьшее } b \text{ min}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \cdot x = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{a} = 1 - \sqrt{b} \Rightarrow a = 1 - 2\sqrt{b} + b, \text{ при } \sqrt{a} \geq 0, 1 - \sqrt{b} \geq 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1$
 $2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1$ возведем в квадрат при $x \geq \frac{1}{7}$
 $4(2x^2 + 2x + 1) = 49x^2 - 14x + 1$
 $8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$
 $41x^2 - 22x - 3 = 0$
 $D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41 = 2^2(11^2 + 41 \cdot 3) = 2^2(121 + 123) = 2^2 \cdot 244 = 4^2 \cdot 61$
 Т.к. $\sqrt{a} = 1 - \sqrt{b}$, то $1 - \sqrt{b} \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \sqrt{b} \Rightarrow 1 \geq b \geq 0$

1) $1 \geq b$
 $1 \geq 2x^2 + 2x + 1$

$(x+1)(x) \leq 0 \Rightarrow x \in [-1; 0]$ - чтобы выполнялся $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$

2) $b \geq 0$
 $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$D = 4 - 2 \cdot 4 < 0$, т.к. $2 > 0 \Rightarrow$ парабола с ветвями вверх, $D < 0 \Rightarrow b > 0$ всегда.

Следовательно
 $a = 1 - 2\sqrt{b} + b$

$2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1$

$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (7x - 1) : 2 \Rightarrow 7x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{7}$
 $x \in [-1; 0] \Rightarrow \emptyset$

Значит единственное решение $x = \frac{2}{7}$

Ответ: $\frac{2}{7}$



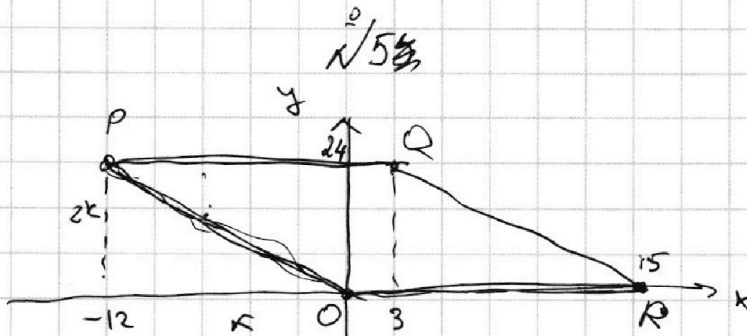
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

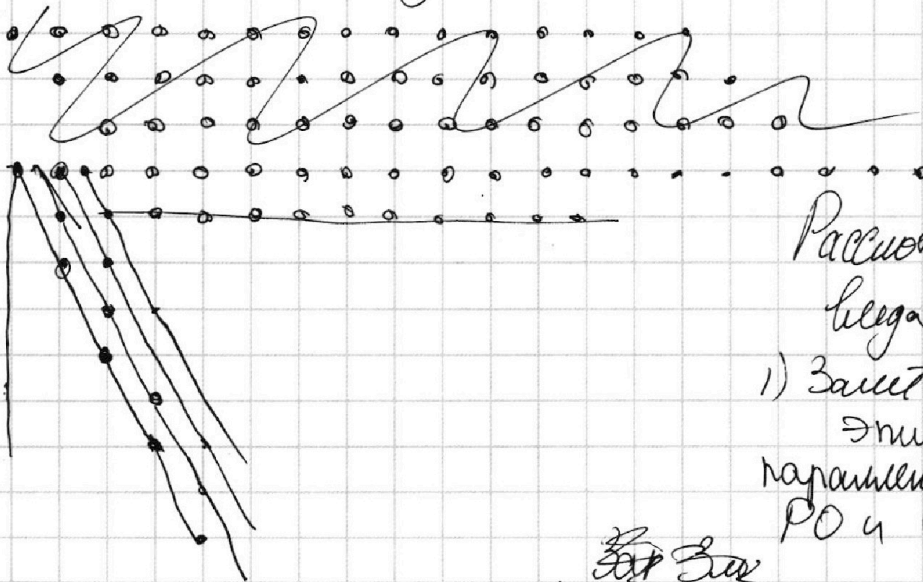
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что все стороны в каждой ряду точек
 15 точек, т.к. $OP_x = 12$, $OP_y = 24$
 $\frac{OP_y}{OP_x} = 2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ параллелограмм вписывается.



Рассмотрим прямые
 всегда $2x + y = \text{const} = c$

1) Заметим, что
 эти прямые
 параллельны сторонам
 PO и QR параллелограмма.

2) рассмотрим кол-во таких прямых

$$c \in [0; 15 \cdot 2] \Rightarrow \mathbb{Z}$$

$c \in [0; 30]$ назовем отрезок
 сетки ширины c - это, вероятно,
 если c - число.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В ~~сетках~~ сегментах кол-во точек $\frac{24}{2} + 1 = 13$

В клетчатых сегментах кол-во точек $\frac{24}{2} = 12$

Теперь рассмотрим выражение, которое дано в условии: $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12 \Rightarrow$

$$\Rightarrow C_2 - C_1 = 12, \text{ значит}$$

мы можем выбрать любую точку из ^{сегмента} ~~сегмента~~ и любую точку из второй ^{сегмента} ~~прямой~~.

Заметим, что ~~это~~ $12:2 \Rightarrow C_2 - C_1:2 \Rightarrow$ значения y

C_1 и C_2 одинаковы.

~~тогда~~ рассмотрим C_1 , $C_{1, \max} = 30 - 12 = 18 \Rightarrow$

$$C_1 \in [0; 18], C_2 \in [12; 30]$$

*) посчитаем сколько пар сетчатых сегментов. $\frac{18}{2} + 1 = 10$

пар клетчатых сегментов: $\frac{18}{2} = 9$

1) для каждой пары сетчатых сегментов мы можем выбрать

1 точку из 1 сегмента и 1 точку из 2 сегмента

$$\text{кол-во вариантов } 13 \cdot 13 = 169$$

получим на кол-во пар $169 \cdot 9 = 1521$

2) теперь рассмотрим ~~только~~ клетчатые сегменты

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Для каждой пары соседних отрезков мы должны
выбрать 1 точку из 1-го отрезка и 1 точку из 2-го
отрезка $12 \cdot 12 = 144$

Всего пар 9

Значит $9 \cdot 144 = 1296$

Суммируя по сути, это кол-во
вариантов выбрать 2 точки равно

$$1521 + 1296 = 2817$$

Ответ: 2817.

- 1 2 3 4 5 6 7

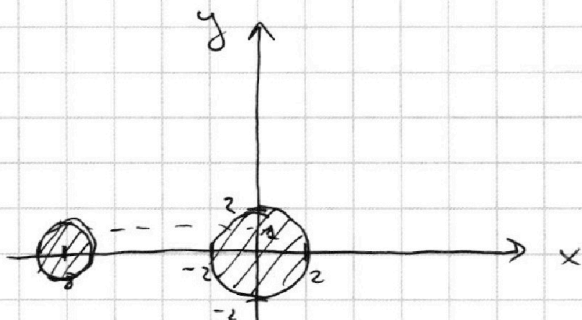


№1

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

1) $(x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0$ - ^(заполняем) круг с ~~центром~~ центром $O(-8; 0)$ и радиусом 1

2) $x^2 + y^2 - 4 \leq 0$ - ^(заполняем) круг с центром $O(0; 0)$ и радиусом 2



3) чтобы $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$, то

3.1) точка принадлежит одной из окружностей

3.2) точка принадлежит обоим кругу, т.к. круги

4) Значит ^{не исключаются} ^{решения} ~~решения~~ ^{решения} ур-а $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$

является два круга \leftarrow ~~окружностям~~ ^{окружностям}.

5) Рассмотрим $ax - y + 10b = 0 \Rightarrow y = ax + 10b$ - ^{прямая} ~~уравнение~~ это ^{прямая}.

Задача сводится к тому, чтобы понять когда пересечения линии с 2 кругами даёт 2 точки

5.1) Рассмотрим случаи пересечения с двумя кругами.

Заметим, что если прямая касается круга, то 1 решение, если прямая пересекает ~~круг~~ ^{круг}, то решений будет ~~два~~ ^{два} \Rightarrow бесконечно много точек.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

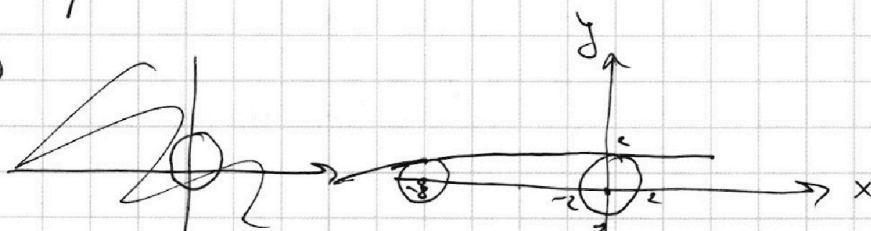
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) одной окружности прямая может быть только 2 касания, т.е. одно решение, значит, если решили 2, то линия еще врезается касаясь 2-х окружностей, найдите a , т.е. коэф. наклона данной прямой.

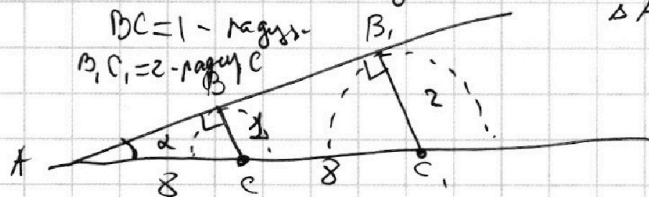
1сл.)



$CC_1 = 8$ - расстояние между центрами

$BC = 1$ - радиус

$B_1C_1 = 2$ - радиус

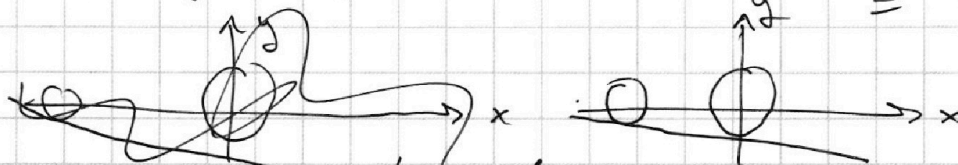


$\triangle ABC \sim \triangle AB_1C_1 \Rightarrow$

$$\frac{B_1C_1}{BC} = \frac{AC_1}{AC} = \frac{AC + AC_1}{AC} \Rightarrow$$

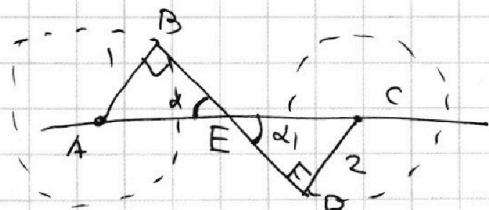
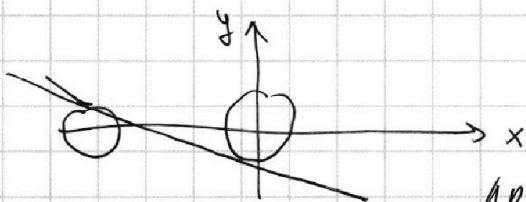
$$2 = \frac{CC_1}{AC} = \frac{B_1C_1}{BC} - 1 \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{8} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{\frac{1}{8}}{\sqrt{1 - (\frac{1}{8})^2}} = \frac{1}{\sqrt{63}} \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{63}} = \frac{1}{3\sqrt{7}}$$



тогда $a = -\frac{1}{\sqrt{63}} = -\frac{1}{3\sqrt{7}}$

2сл.)



$AB = 1$ - радиус

$CD = 2$ - радиус

$AC = 8$

$\triangle ABE \sim \triangle CDE$

$AE = 8 - CE$

$$\frac{AB}{AE} = \sin \alpha = \frac{CD}{CE} \Rightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

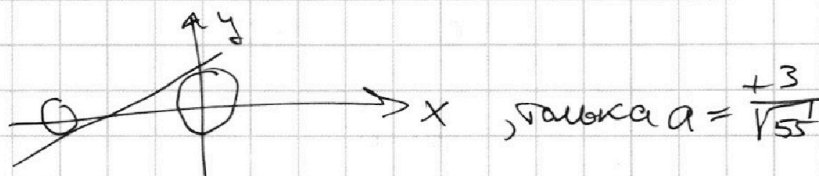
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{CD}{AB} = \frac{CE}{AE} = \frac{CE}{8-CE}$$

$$2 = \frac{CE}{8-CE} \Rightarrow 16 = 3CE \Rightarrow CE = \frac{16}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\frac{16}{3}}{8} = \frac{2}{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1-\sin^2 \alpha}} = \frac{\frac{2}{3}}{\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

а б. тангенс острый равен $a = -\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$
Положительное ~~абсолютное~~ значение тангенса



Кроме: $a = \frac{1}{3\sqrt{7}}$; $a = -\frac{1}{3\sqrt{7}}$; $a = \frac{3}{\sqrt{5}}$; $a = -\frac{3}{\sqrt{5}}$ где какому

из этих значений всегда найдется α в $(0, \pi/2)$,

чтобы прямая касалась двух окружностей.

Ответ: $\frac{1}{3\sqrt{7}}$; $-\frac{1}{3\sqrt{7}}$; $\frac{3}{\sqrt{5}}$; $-\frac{3}{\sqrt{5}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



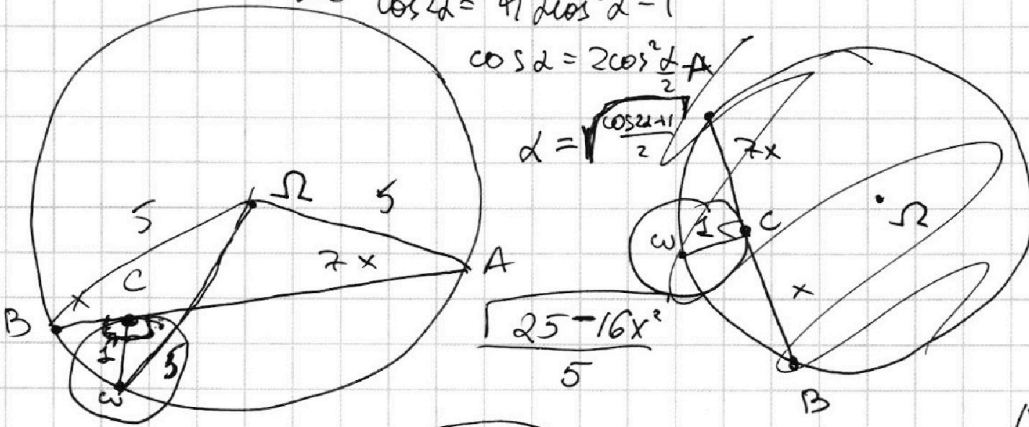
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{3} \quad 64x^2 = 50 - 50 \cos 2\alpha$$

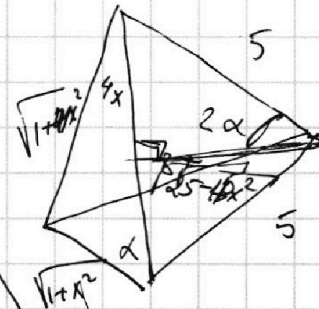
$$\cos \alpha = \cos 2\alpha = 4 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$$

$$\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$$

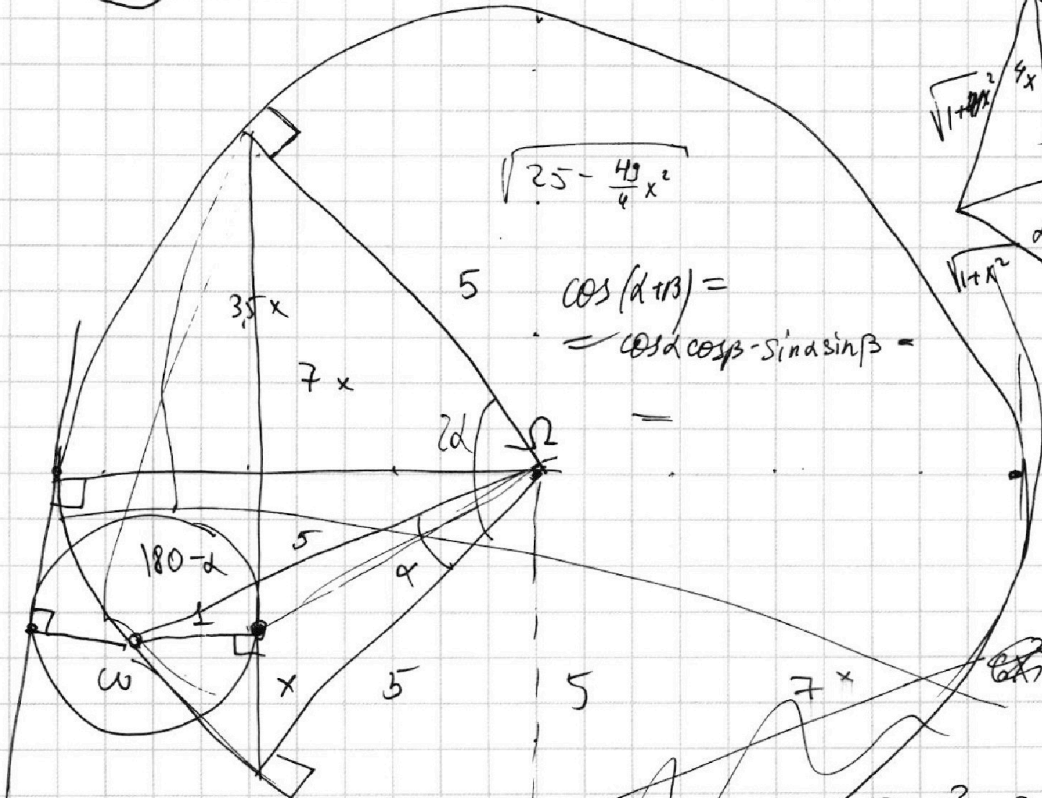
$$d = \frac{\sqrt{25 - 16x^2}}{5}$$



$$\sqrt{25 - \frac{49}{4}x^2}$$



$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta =$$



$$64x^2 = 2 + 50x^2$$

$$1 + x^2 = 50 - 50 \cos \alpha$$

$$1 + 49x^2 = 50 - 50 \cos \beta$$

$$64x^2 = 50 - 50(\cos \alpha + \beta)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

