



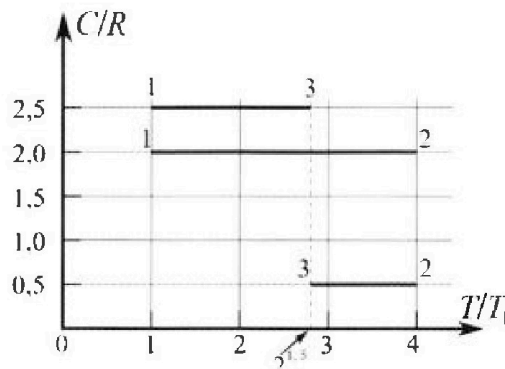
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



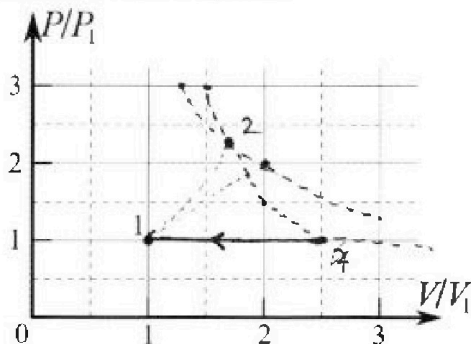
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



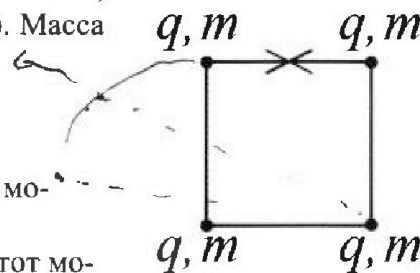
5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .

1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?



Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

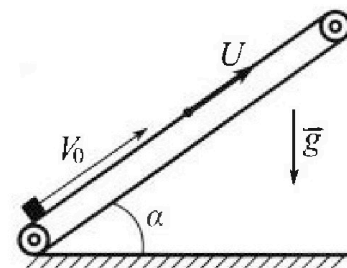
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопр отивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?

3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

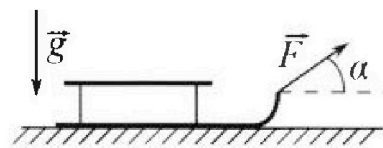
В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

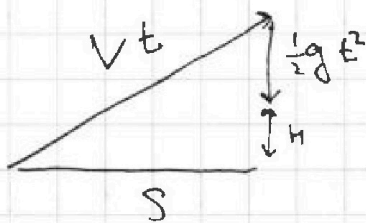
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) H-?



$$V^2 t^2 = S^2 + \left(H + \frac{1}{2} g t^2\right)^2$$

$$A^2 = X$$

$$V^2 X = S^2 + H^2 + H g X + \frac{1}{4} g X^2$$
~~$$H^2 - \frac{g}{4} X^2 + (V^2 - g H) X - S^2 = 0$$~~

~~$$400X = 400H^2 + 10gH + 2,5X^2$$~~

~~$$H^2 + H \cdot 10X = 400X - 400 - 2,5X^2$$~~

~~$$2H + 0,10X = (400X)' - 5X$$~~

~~$$2H = (200t^2)' - 5t^2 = 400t - 5t^2$$~~

~~$$H = -2,5t^2 + 200t \quad t_{\max} = -\frac{200}{-2,5 \cdot 2} = \frac{200}{5} = 40$$~~

$$V^2 X = S^2 + H^2 + H g X + \frac{1}{4} g X^2$$

~~$$V^2 \cdot 2t = \frac{8}{4} + 2H + \frac{1}{4} \cdot g \cdot 2X$$~~

~~$$2t \cdot V^2 = 2H + \frac{8}{4} \cdot t^2 \quad H = \frac{8}{4} t^2 + V^2 t$$~~

~~$$2Vt = 2H + \frac{8}{4} \cdot 2t^2 \quad H = 2,5t^2 + V^2 t \quad H = -2,5t^2 + 200t$$~~

~~$$t_{\max} = \frac{-200}{-2,5 \cdot 2} = 40 \quad H = -2,5 \cdot 16 + 20 \cdot 4 = 80 - 40 = 40$$~~

H_{\max} достигается при t_{\max}

$$H_{\max} = \frac{V_0^2 \cos^2 45}{2g} = \frac{20^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{20} = 20 \cdot \frac{2}{4} = 10 \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

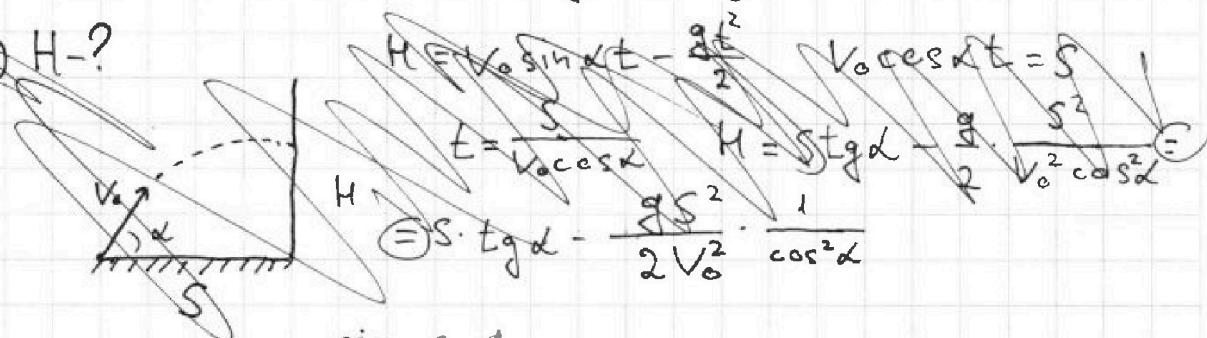


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~МФТИ~~ Задача №1
 ① V_0 -? ~~при H_{max}~~ при достижении H_{max} ,

$V=0$, а значит $V_0 = gt = 20 \frac{H}{c}$

② H -?



~~$H = V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$
 $V_0 \cos \alpha t = S$
 $t = \frac{S}{V_0 \cos \alpha}$
 $H = S \tan \alpha - \frac{g}{2} \frac{S^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha}$
 $\Rightarrow S \cdot \tan \alpha - \frac{g S^2}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha}$~~

~~$k_1 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + k_2 \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{g}{\cos^2 \alpha} \frac{S^2}{V_0^2}$
 $\frac{(\sin \alpha) \cos \alpha - \sin^2 \alpha (\cos \alpha)}{\cos^2 \alpha}$
 $\frac{g}{\cos^2 \alpha} = \frac{a'b - ab'}{b^2}$
 $(\sin \alpha)' = \cos \alpha$
 $(\cos \alpha)' = -\sin \alpha$~~

~~$\frac{S}{t} \tan \alpha = \frac{H}{t} + \frac{g}{2} t$
 $\sigma^2 t^2 = S^2 + (H + \frac{1}{2} g t^2)^2$
 $t^2 = x$
 $\sigma^2 x = S^2 + H^2 + Hg x + \frac{1}{4} g^2 x^2$
 H^2~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

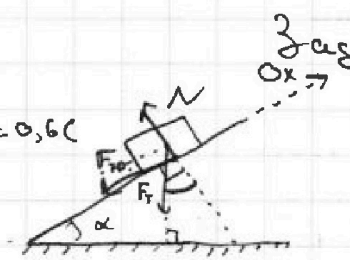
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

① $T = ?$ $T = 0,6 \text{ c}$



$O_x: ma = F_{\text{там}} \sin \alpha + F_{\text{тр}}$
 $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu \cdot F_T \cos \alpha$
 $F_T = mg$
 $ma = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$
 $a = g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha$
 $a = 0,8 \cdot 10 + 10 \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} =$
 $= 8 + \frac{10}{3} \cdot \sqrt{0,36} = 8 + \frac{10}{3} \cdot \frac{6}{10} = 10$

~~$S = \frac{v_0^2}{2a}$~~ $S = v_0 t - \frac{a}{2} \cdot t^2$
 ~~$8 = \frac{10}{2} t^2 + v_0 t - 5 t^2$~~
 ~~$-5 t^2 + 4 t - 1 = 0$~~
 ~~$5 t^2 - 4 t + 1 = 0$~~
 ~~$D = 16 - 4$~~

Заметим, что $S_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{16}{20} = 0,8 \text{ м} < 1 \text{ м}$

\Rightarrow оставшуюся часть пути S , брусок поедет в обратном направлении

~~$8 - S_{\text{max}} = \frac{a t^2}{2}$~~ $0,2 = 5 t^2$ $t^2 = 0,04$ $t = 0,2$

~~$t_{\text{обг}} = t + \frac{v_0}{a} = 0,2 + \frac{10}{10} = 1,2$~~ $t_{\text{обг}} = t + \frac{v_0}{8 \sin \alpha - g \mu \cos \alpha} = \frac{13}{15} \text{ c}$

② Перейдем в СО движущейся ленты, тогда

$v_0 - v = v$ ~~$t = \frac{v^2}{2a}$~~ ~~$L = v_0 t - \frac{a}{2} t^2$~~

~~$t = \frac{v^2}{2a}$~~ $t = \frac{v}{a}$ $t = \frac{2}{10} = 0,2$

$L = 4 \cdot 0,2 - 5 \cdot 0,2^2 = 0,8 - 5 \cdot 0,04 = 0,8 - \frac{10}{2} \cdot 0,04 =$

$0,8 - \frac{0,4}{2} = 0,8 - 0,2 = 0,6 \text{ м}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

③ H-?

$$H = L \sin \alpha \quad L = L_2 + \frac{v^2}{2(g \sin \alpha - g \mu \cos \alpha)} = 0,6 + \frac{4}{2 \cdot 6} =$$
$$= 0,6 + \frac{4}{12} = \frac{6}{10} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{9+5}{15} = \frac{14}{15}$$

$$H = 0,8 \cdot \frac{14}{15} = \frac{8}{10} \cdot \frac{14}{15} = \frac{4 \cdot 14}{5 \cdot 15} = \frac{56}{75} \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №3

$$\frac{v_0}{t_1} = a_1 \quad \frac{v_0}{t_2} = a_2$$

① μ -?

$$v_0 = a_1 t_1 = a_2 t_2 \quad t_1 = t_2 = t \Rightarrow a_1 = a_2 = a$$

$$m a_1 = F - \mu m g$$

$$\frac{F}{m} = \mu g + a$$

$$m a_2 = F \cos \alpha - \mu (m g - F \sin \alpha)$$

$$\frac{F}{m} - \mu g = \frac{F}{m} \cos \alpha - \mu g + \mu \frac{F}{m} \sin \alpha \quad \frac{F}{\mu} = \frac{F}{\mu} \cos \alpha + \frac{F}{\mu} \mu \sin \alpha$$

$$1 = \cos \alpha + \mu \sin \alpha \quad \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

② T -?

$$T = t_1 = t_2 \quad t_1 = \frac{v_0}{a_1} \leftarrow m a_1 = \mu m g$$

$$t_1 = \frac{v_0}{g \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №4

① ~~Q = A + ΔU~~
~~A₁₂ = ?~~

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = C V \Delta T$$

$$A_{12} = C V \Delta T - \Delta U_{12} = 2R \cdot V \cdot (4T_1 - T_1)$$

$$\Rightarrow 2R \cdot V \cdot (4T_1 - T_1) - \frac{3}{2} V R (4T_1 - T_1) = 2R \cdot V \cdot 3T_1 - 1,5 V R \cdot 3T_1 = 6 V R T_1 - 4,5 V R T_1 = 1,5 V R T_1$$

$$= 2 \cdot V R \cdot 3T_1 - 1,5 \cdot V R \cdot 3T_1 = 6 V R T_1 - 4,5 V R T_1 = 1,5 V R T_1$$

$$= 1,5 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 400 = 1,5 \cdot 4 \cdot 831 = 6 \cdot 831 = 4986 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 831 \\ \hline 4986 \end{array}$$

② η = ?

$$A = \eta Q \quad A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$$

$$Q = A + \Delta U \quad A = Q - \Delta U = C V \Delta T - 1,5 V R \Delta T = \Delta T V (C - 1,5 R)$$

$$A_{23} = 1 \cdot (2^{1,5} T_1 - 4 T_1) (0,5R - 1,5R) = V R T_1 (4 - 2\sqrt{2})$$

$$A_{31} = 2 \cdot V (T_1 - 2\sqrt{2} T_1) (2,5R - 1,5R) = V R T_1 (1 - 2\sqrt{2})$$

$$A = V R T_1 (1,5 + 4 - 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2}) = V R T_1 (6,5 - 4\sqrt{2}) = 831 \cdot 4 \cdot (6,5 - 4\sqrt{2}) = 21606 + 12296\sqrt{2} \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 12 \\ \times 8324 \\ \hline 19944 \end{array} \quad \frac{3324}{2} = 1500 + 150 + 12 = 1662 \quad \begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ \times 3324 \\ \hline 12296 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ 199 + 19944 \\ \hline 1662 \\ \hline 21606 \end{array}$$

$$Q = Q_{12} = 2R \cdot V \cdot (4T_1 - T_1) = 6 V R T_1$$

$$\eta = \frac{V R T_1 (6,5 - 4\sqrt{2})}{6 V R T_1} = \frac{6,5}{6} - \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{13}{12} - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2} = \frac{13 - 4\sqrt{2}}{12}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

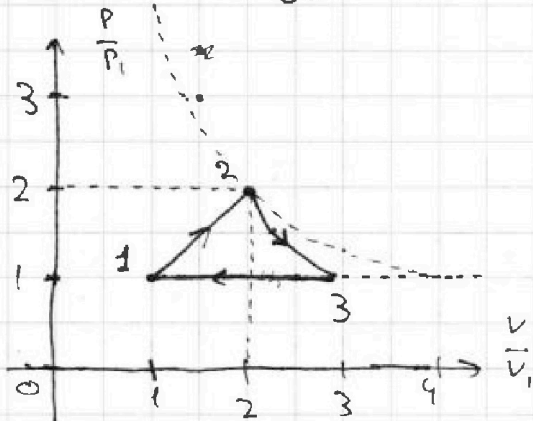
3

$$\delta Q = dU + \delta A = \cancel{1,5 \nu R d\bar{T}} + P dV$$

$$C_V d\bar{T} = 1,5 \nu R d\bar{T} + P dV \left(\frac{C}{R} - 1,5 \right) \nu R d\bar{T} = P dV \quad \nu R d\bar{T} = P dV + \cancel{V dP} dP V$$

$$C = 2,0 R \quad 0,5 P dV + 0,5 dP V = P dV \quad 0,5 dP V = 0,5 P dV$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{dV}{V} \quad \frac{dP}{dV} = \frac{P}{V} \quad \frac{dP}{dV} = k_{PP} \quad P = k_{PP} V \Rightarrow P(V) - \text{линия}$$



$$P_2 V_2 = 4 P_1 V_1 \quad A = 1,5 P V_1$$

пролезем изотерму $P_2 V_2$, и рассчитаем возможные конечные точки с работой $1,5 P V_1$

$$C = 2,5 R \quad P dV + dP V = P dV \Rightarrow dP \cdot V = 0 \Rightarrow dP = 0 \Rightarrow P = \text{const}$$

$$C = 0,5 R \quad -P dV - dP V = P dV \quad -dP \cdot V = 2 P dV$$

$$\frac{dP}{dV} = -2 \cdot \frac{P}{V}$$

$$T_3 = 2^{1,5} T_1 = 2\sqrt{2} T_1 \approx 2,8 T_1$$

~~...~~

$$A_{005} = (6,5 - 4\sqrt{2}) P_1 V_1 \approx (6,5 - 4 \cdot 1,4) P_1 V_1 = (6,5 - 5,6) P_1 V_1 =$$

$$\approx 0,9 P_1 V_1 \Rightarrow \text{кривая 23 возвращает}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

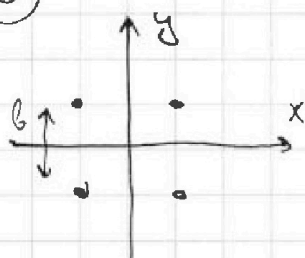
$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 4m \cdot v^2 = 2mv^2$$

$$W_0 - W_1 = \frac{kq^2}{b} \left(2\sqrt{2} - \frac{2}{3} \right)$$

$$\frac{kq^2}{b} \left(2\sqrt{2} - \frac{2}{3} \right) = 2mv^2 \quad \sqrt{2} - \frac{1}{3} = \frac{3\sqrt{2}-1}{3}$$

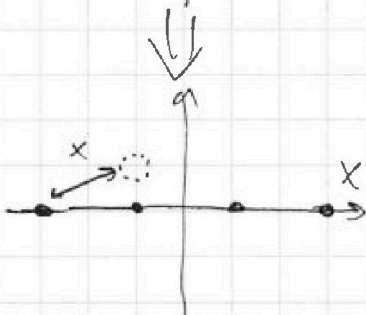
$$v^2 = \frac{kq^2}{mb} \cdot \frac{3\sqrt{2}-1}{3} \quad v = \sqrt{\frac{kq^2}{mb} \cdot \frac{3\sqrt{2}-1}{3}}$$

3



$x_{ц.м.} = 0$ т.к. возмущения
 $y_{ц.м.} = 0$ внешних сил не было, т.е.
~~положение центра~~
масс изменяется не должно

$$x^2 = \frac{1}{4}b^2 + b^2 = \frac{5}{4}b^2 \quad x = b\sqrt{\frac{5}{4}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

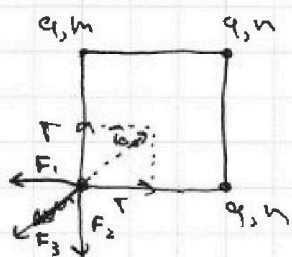
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача ~ 5

① $q_{on} T$?



$$F_{рез} = F_{рез} \quad F_{рез}^2 = \sqrt{2}^2 F^2 + F^2 \quad F_{рез} = \sqrt{2} F$$

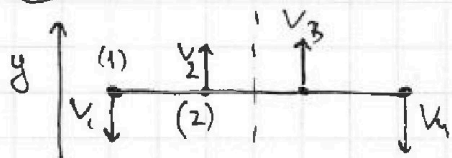
$$F_{рез} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2} = \sqrt{2} F + F$$

$$F_1 = F_2 = F \quad F = k \frac{q^2}{b^2} \quad F_3 = k \frac{q^2}{2b^2}$$

$$F_{рез} = k \frac{q^2}{b^2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right) \quad \sqrt{2} T = k \frac{q^2}{b^2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right)$$

$$T = k \frac{q^2}{b^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) = \dots$$

②



~~по симметрии~~ по симметрии

по симметрии сис-мЫ

$$v_1 = v_4 \quad v_2 = v_3$$

по закону

$$2mv_2 - 2mv_1 = 0 \Rightarrow v_1 = v_2$$

$$\Rightarrow v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v$$

СИМ ЗСЭ: $W_0 = W_1 + E_k$ $W = \sum p_i q_i$

$$W_0 = 4q \cdot \varphi \quad \varphi = 2 \frac{kq}{b} + \frac{kq}{\sqrt{2}b} = \frac{kq}{b} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$W_0 = \frac{kq^2}{b} \left(8 + \frac{4}{\sqrt{2}} \right) = \frac{kq^2}{b} \left(8 + \frac{4\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{kq^2}{b} (8 + 2\sqrt{2})$$

$$W_1 = 2 \cdot 2q \cdot \varphi_1 + 2q \cdot \varphi_2 = 2q (\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$\varphi_1 = kq \left(\frac{1}{1b} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{3b} \right) = kq \left(\frac{6q + 3q + 2q}{6b} \right) = kq \cdot \frac{11}{6b}$$

$$\varphi_2 = kq \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{2b} \right) = kq \left(\frac{2+2+1}{2b} \right) = kq \frac{5}{2b}$$

$$W_1 = \frac{kq^2}{b} \left(\frac{22}{6} + \frac{10}{2} \right) \quad \frac{22}{6} + \frac{10}{2} = \frac{22+30}{6} = \frac{52}{6} = \frac{26}{3} = 8 \frac{2}{3}$$

$$W_1 = \frac{kq^2}{b} \cdot \frac{26}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{B}{12} = \frac{2}{3} \sqrt{2}$$

3

~~$dQ = dU + dA$~~ $c_V dT = 1,5 R dT + P dV$
 ~~$(\frac{c}{R} - 1,5) V dT = P dV$~~
 ~~$\frac{dP}{P} = \frac{1}{\gamma} \frac{dV}{V}$~~
 ~~$(\frac{c}{R} - 1,5) V R dT = P dV$~~
 ~~$\frac{P dV}{P dV + dP V} = 1$~~

$T_2 = 4 T_1$ $P_2 V_2 = 4 P_1 V_1$ $A_{12} = 1,5 R T_1 = 1,5 P_1 V_1$

~~$dQ = dU + dA$~~ $c_V dT = 1,5 R dT + P dV$ $(\frac{c}{R} - 1,5) V R dT = P dV$
 ~~$(\frac{c}{R} - 1,5) = \frac{P dV}{P dV + dP V} = 1$~~ ~~$P dV = P dV + dP V \Rightarrow dP = 0 \Rightarrow P = \text{const}$~~

~~$dP = 0$~~ ~~$P dV = P dV + dP V$~~ ~~$dP = 0$~~ ~~$P dV = P dV$~~
 $P_2 V_2 = 4 P_1 V_1$ $A_{12} = 1,5 P_1 V_1$

