МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3}\left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 1. $a, b, c \in \mathbb{N}$ пусть $l, n, k \in \mathbb{N}$ такие, что

$$ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot l \quad bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot k \quad ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot n$$

домножая эти три уравнения получаем $(abc)^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \cdot l \cdot k \cdot n$

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26} \cdot \sqrt{3lkn} \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{3lkn} \in \mathbb{N}$$

пусть $\sqrt{3lkn} = m \in \mathbb{N}$ $m \geq 1$

$$3lkn = m^2 \quad lkn = \frac{m^2}{3} \in \mathbb{N} \Rightarrow m \vdots 3$$

~~$m=1$: $\frac{m^2}{3} = \frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$, $m=2$: $\frac{m^2}{3} = \frac{4}{3} \notin \mathbb{N}$, $m=3$: $\frac{m^2}{3} = \frac{9}{3} = 3 \in \mathbb{N}$~~

$\Rightarrow$ ~~наименьшее $m=3$, чтобы $abc \in \mathbb{N}$~~

~~значит $abc \geq 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26} \cdot 3 = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$~~

~~пример~~: ~~$a=$~~ ! при том ~~долж~~ заметим, что lk должно хотя бы делиться на 5^4,
~~$b=$~~
~~$c=$~~ ~~т.к. $ab \cdot b \cdot c = b^2 \cdot ac$~~

пусть x_a x_b x_c - степени, с которыми число 5 входят в a b и c соответственно. x_k - в k, x_l - в l

должно выполняться:
$$\begin{cases} x_a + x_b = 11 + x_l \\ x_a + x_c = 28 \\ x_b + x_c = 13 + x_k \end{cases} \quad 2x_b + 28 = 24 + x_l + x_k$$

$\Rightarrow x_l + x_k \geq 4$ т.к. $x_b \geq 0$,

то есть итого lkn делится на $3 \cdot 5^4$, ~~минимальное m~~ $\Rightarrow$ m не меньше $3 \cdot 5^4$

$$abc \geq 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26} \cdot \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 5^4} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

пример: $b = 2^2 \cdot 3^4$ $\qquad ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$

$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{11}$ $\qquad bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot 5^4$

$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{17}$ $\qquad ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot 3$

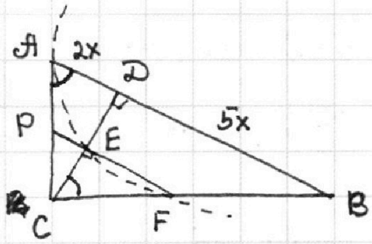
Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

задача 2.



$\frac{AB}{BD} = 1,4 = \frac{7}{5}$ $\quad AB = 7x \; : \; BD = 5x, \; AD = 2x$

$\angle BAC = \angle DCB$ т.к. CD - высота пр. Δ

$\angle CEF = \angle EDB = 90^\circ$ из $AB \parallel EF$

$\Rightarrow \Delta ACD \sim \Delta CFE$ по 2-м равным углам.

$k = \frac{AC}{CF} = \frac{EF}{CD}$ ~~т.к. CA - касательная к окр-та, а CR~~
~~пусть x = 1~~ ~~(для отношений не важно)~~

пусть $FE \cap AC = P$

т.к. AP - касательная, а PF - секущая

$AP^2 = PE \cdot PF \qquad \frac{PE}{AD} = \frac{CP}{AC} \qquad \frac{PF}{AB} = \frac{CP}{AC}$ из $PF \parallel AB$

$$AP^2 = \frac{AD \cdot CP}{AC} \cdot \frac{AB \cdot CP}{AC} = \frac{AD \cdot AB}{AC^2} \cdot CP^2 \Rightarrow \left(\frac{AP}{PC}\right)^2 = \frac{AD \cdot AB}{AC^2}$$

$CD = \sqrt{AD \cdot DB} = x\sqrt{10} \Rightarrow AC = x\sqrt{14}$ по т. Пифагора
как высота в прямоуг. Δ

$\Rightarrow \left(\frac{AP}{PC}\right)^2 = \frac{2x \cdot 7x}{(x\sqrt{14})^2} = \cancel{x\sqrt{14}}$ 1 $\quad \cancel{BC = x\sqrt{35}}$ $\quad$ ~~пусть x = 1~~

$AP = PC$

$\cancel{\frac{AP}{PC}} \quad EF = \frac{1}{2} DB = \frac{5x}{2} \qquad k = \frac{EF}{CD} = \frac{\frac{5x}{2}}{x\sqrt{10}} = \frac{5}{2\sqrt{10}}$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{1}{k^2} = \left(\frac{2\sqrt{10}}{5}\right)^2 = \frac{40}{25} = 1,6$$

Ответ: $\boxed{1,6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

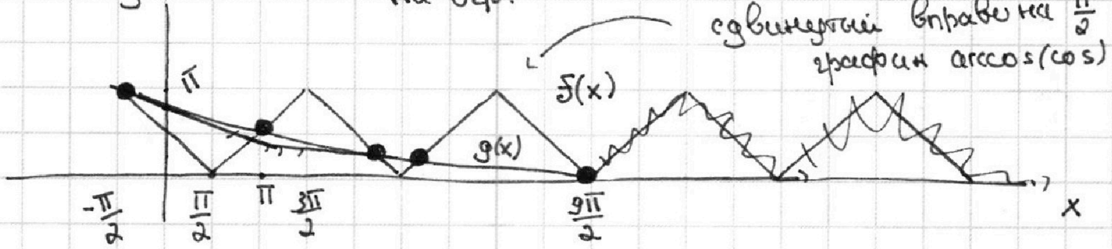
МФТИ

Задача 3.

$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x \qquad \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

$0 \le \arccos t \le \pi \Rightarrow 0 \le \frac{9\pi-2x}{10} \le \pi \qquad \frac{9\pi}{2} \ge x \ge -\frac{\pi}{2}$

$f(x) = \arccos(\underbrace{\cos(x-\frac{\pi}{2})}_{\text{на огр.}}) \qquad g(x) = \frac{9\pi-2x}{10} \qquad g(0) = \frac{9\pi}{10}$



графически видим все решения:

$-\frac{\pi}{2}+x = \frac{9\pi-2x}{10} \qquad -5\pi+10x = 9\pi-2x \qquad 12x = 14\pi \qquad x = \frac{7\pi}{6}$

$\frac{5\pi}{2}-x = \frac{9\pi-2x}{10} \qquad 25\pi-10x = 9\pi-2x \qquad 8x = 16\pi \qquad x = 2\pi$

$-\frac{5\pi}{2}+x = \frac{9\pi-2x}{10} \qquad 12x = 34\pi \qquad x = \frac{17\pi}{6} \qquad + \quad x = -\frac{\pi}{2}$

$x = \frac{9\pi}{2}$

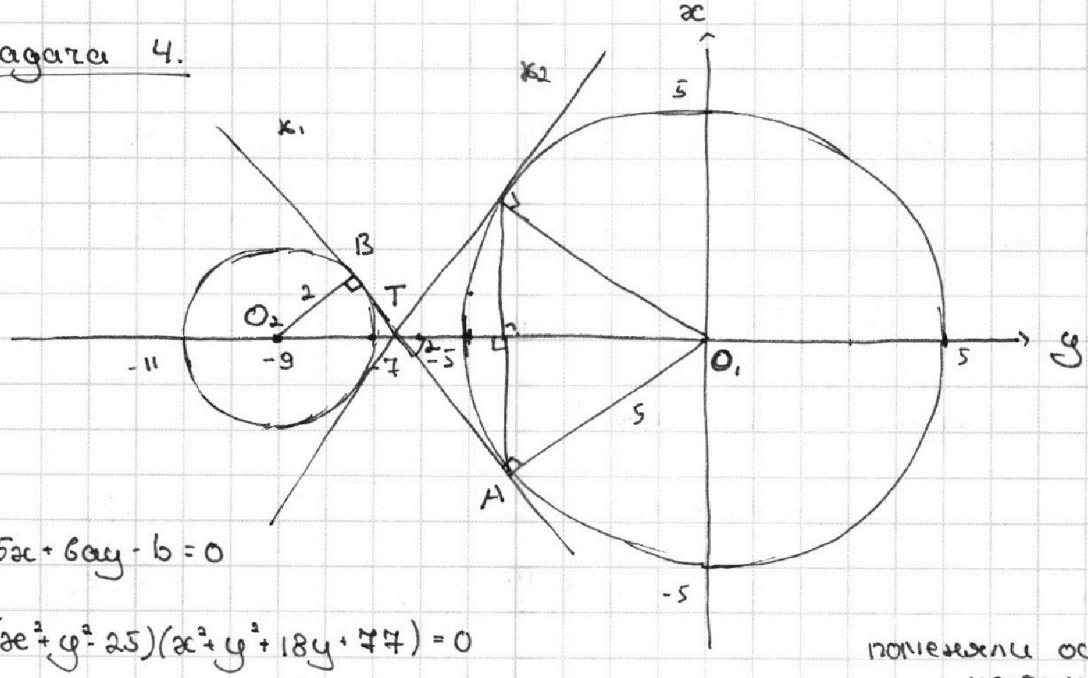
Ответ: $-\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, 2\pi, \frac{17\pi}{6}, \frac{9\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.



$$\begin{cases}5x+6ay-b=0\\(x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77)=0\end{cases}$$

поменяли оси местами!

$$\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x^2+y^2=25 \text{ - ур-е окр-ти с } R=5 \text{ и центром в } (0;0)\\ x^2+(y+9)^2=4 \text{ - ур-е окр-ти с } R=2 \text{ и центром в } (-9;0)\end{array}\right.\\ x=\underbrace{\frac{b}{5}}_{l=\frac{b}{5}}-\underbrace{\frac{6a}{5}}_{k}y \text{ - параметрическое ур-е прямой}\end{array}\right.$$

$x=l-ky$ нужно найти такие наклоны k, при которых есть l такое, что прямая пересекает обе окр-ти (не касается)

Графически: подходят все k, кроме тех, что находятся между наклонов двух отмеченных прямых (на графике - общие внутр. касательные)

$k_1=-\operatorname{tg}\alpha$

$\frac{O_2T}{TO_1}=\frac{O_2B}{O_1A}=\frac{2}{5} \Rightarrow O_1T=\frac{9\cdot5}{7}$ ~~tgα~~ $\sin\alpha=\frac{O_1A}{O_1T}=\frac{5}{\frac{9\cdot5}{7}}=\frac{7}{9}$

$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{1-\sin^2\alpha}$ $\quad 1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{1-\left(\frac{7}{9}\right)^2}=$ р. $\frac{9}{16}\cdot\frac{9}{2}$

$\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{81-32}{32}=\frac{49}{32}$ $\quad k_1=-\frac{7\sqrt{2}}{8}$

~~аналогично~~ находим $k_2=\frac{7\sqrt{2}}{8}$ из симметрии

$\Rightarrow$ ~~k~~ подходят $-\frac{7\sqrt{2}}{8}\le\frac{6a}{5}\le\frac{7\sqrt{2}}{8}$ $\quad -\frac{35\sqrt{2}}{48}\le a\le\frac{35\sqrt{2}}{48}$

Ответ: $\left[-\frac{35\sqrt{2}}{48};\frac{35\sqrt{2}}{48}\right]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

задача 5.

пусть $\log_{11} x = t$, тогда $\log_x 11 = \frac{1}{t}$, $\log_{x^3} \frac{1}{121} = -\frac{2}{3}\log_x 11 = -\frac{2}{3t}$

а $\log_{11} 0{,}5y = s$, тогда $\log_{0{,}5y} 11 = \frac{1}{s}$, $\log_{0{,}125y^3}(11^{-13}) = -\frac{13}{3s}$

$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5$ $\qquad t^4 + 5 = \frac{16}{3t}$ (1) $\qquad \cancel{s \neq 0,\ t \neq 0}$

$s^4 + \frac{1}{s} = -\frac{13}{3s} - 5$ $\qquad s^4 + 5 = -\frac{16}{3s}$ (2) заметим, что $s = -t$ - корень (2)
если t - корень (1)

$\cancel{(t^4+5)3t = 16}$ ~~имеет единственное решение, т.к. возрас~~
~~правая часть но~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

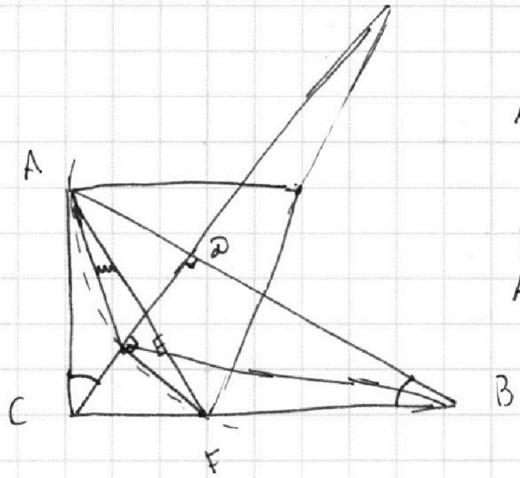
МФТИ

$\sqrt{10}$

$2\cdot 6$

$\frac{CF}{AC} = \frac{CE}{AD} = \frac{EF}{CD}$

$\frac{CF}{AC} - ?$



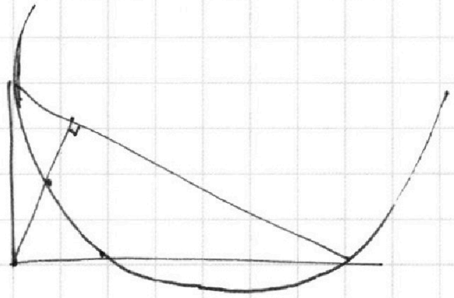
$\frac{PF}{AB} = \frac{CP}{AC}$

$\frac{PE}{AD} =$

$PF = \frac{AB\cdot CP}{AC}$

$PE = \frac{AD\cdot PC}{AC}$

$\frac{AB\cdot AD\cdot PC^2}{AC^2} = AP^2$

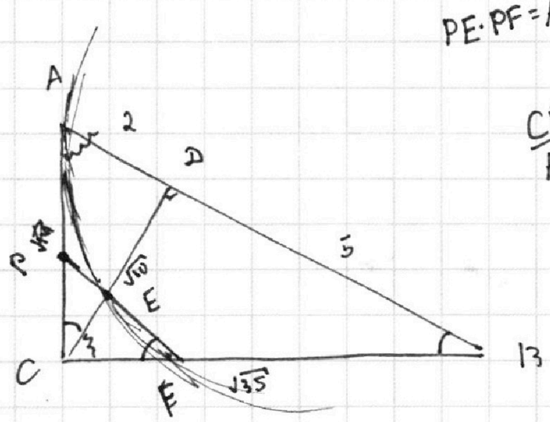


$\frac{AP}{PC}$

$\sqrt{10}$

$PE\cdot PF = AP^2$

$\frac{4\cdot 10}{25}$ $\frac{40}{25}$



$\frac{CF}{AC}$

$\frac{8}{5}$

$\sqrt{6}$

МФТИ

задача 4.

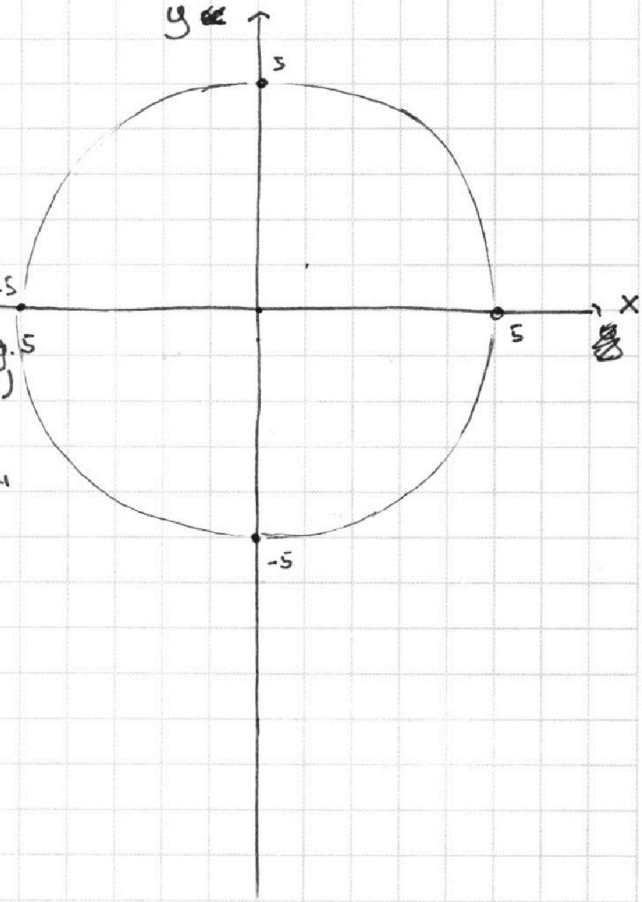
$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77) = 0 \end{cases}$$

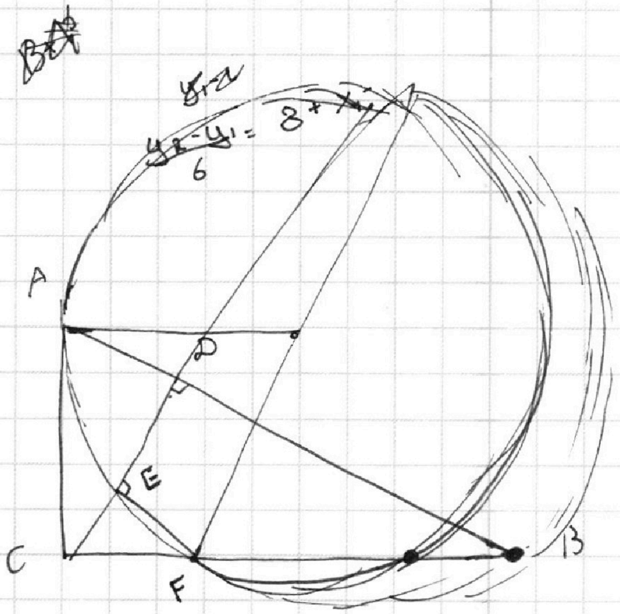
$x^2+y^2 = 25$ - ур-е окр-ти с рад. 5 и центром $(0;0)$

$x^2+(y+9)^2 = 4$ - ур-е окр-ти с рад. 2 и центром $(0;-9)$

~~$x = \frac{b}{5} - \frac{6a}{5}y$~~

параметрическое ур-е прямой.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\log_{11} x$ $\quad \frac{1}{-\frac{3}{2}\log_{11} x} - 5$ $\quad t^4 - 6\frac{1}{t} = \frac{1}{-\frac{3}{2}t} - 5$ $\quad 121$

$-1 - 5$

$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5$ $\quad t^4 + 5 = \frac{18}{3t} - \frac{2}{3t} = \frac{16}{3t}$

$(t^4+5)3t = 16$ $\quad 8\cdot 2$

$s^4 + \frac{1}{s} =$ $\quad \log_{(0,5y)^3}(11^{-13}) = \frac{-13}{3}\log_{0,5y} 11 = -\frac{13}{3}\cdot s$

$-\frac{2}{3}$

$s^4 + \frac{13}{3s} = -\frac{13}{3s} - 5$ $\quad (s^4+5) = -\frac{16}{3s}$

$\frac{k^4+5l^4}{l^4}\cdot 3\frac{k}{l} = 16$ $\quad t^4+5 = \frac{16}{3t}$

$\frac{3k(k^4+5l^4)}{l^5} = 16$ $\quad t = 16$

$(t^4+5)3t = 16$

$(s^4+5)3s = -16$

$t^4 = \frac{16}{3t} - 5 = \frac{16-15t}{3t}$

$s^4 = \frac{16}{-3s} - 5 = -\frac{16+15s}{3s}$ $\quad -\frac{16}{3s} - 5$

$(s\cdot t)^4 = -\frac{(16-15t)(16+15s)}{9st}$

$\frac{1}{3}$ $\quad -2$ $\quad (t^4+5)t = \frac{16}{3}$

$3^4 = 81$

$\frac{1}{3}+5$ $\quad \frac{1}{3^4}+5$ $\quad \frac{86}{3^5} = \frac{16}{3}$

$\frac{16}{3}$

$\frac{86}{3^4} = 16$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

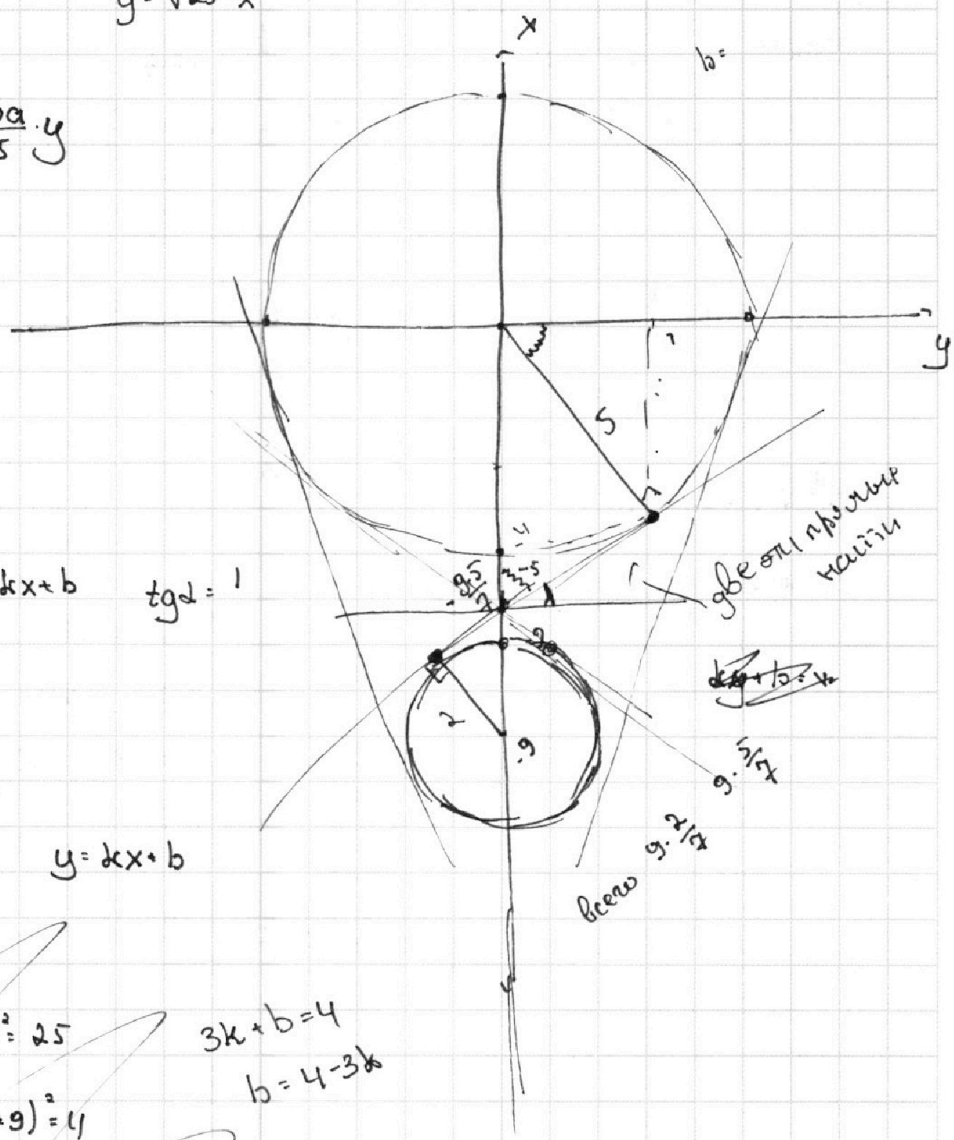
$x^2+y^2=25$ $\qquad y=\sqrt{25-x^2}$

$x^2+(y+9)^2=4$

$\cancel{y}$ $\quad x=\frac{b}{5}-\frac{6a}{5}\cdot y$

$x=c-dy$

наклон нужен.



$kx_1+b=y_1$

$x^2+(y+9)^2=4 \qquad y=kx+b \qquad tg\,\alpha=1$

$x^2+(kx+b)^2=4$

$y'_x=$

$\cancel{x_1^2+y_1^2=25}$ $\qquad y=kx+b$

$\cancel{x^2+(y+9)^2=4}$

$\cancel{x_1^2+(kx_1+b)^2=25}$ $\qquad 3k+b=4$

$b=4-3k$

$x_2^2+(kx_2+b+9)^2=4$

$x_2^2+(\underbrace{k(x_2+3)+13}_{=2})^2=4$

$3k+13=2$

$k=-5$ $\qquad \cdot\frac{49}{64}\cdot 2$

$b=$

$1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\frac{81-32}{32}$ $\qquad \frac{7}{8}\sqrt{}$

49

$1+\frac{7}{9}=\frac{16}{9}$

$\frac{2}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab = \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot k$

$bc = \ldots \cdot l$

$ac = \ldots \cdot m$

$(abc)^2 = k \cdot l \cdot m \cdot 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$

$abc = 2^{18} \cdot 5^{26} \cdot 3^{29} \sqrt{3klm} \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow \sqrt{3klm} \in \mathbb{N}$

$ac = \ldots \cdot 3$

$\frac{bc}{ab} =$

$a = 2$
$b = 2$
$c = 2$

$x+y=6$
$x+z=14$
$z+y=16$

$2x = 4$

$x=2 \quad y=4 \quad z=12$

34

$x+y=13$
$x+z=21$
$z+y=26$

$2x = 8$

$x=4 \quad y=9 \quad z=17$

$x+y=11$
$x+z=13$
$x+y+z=28$

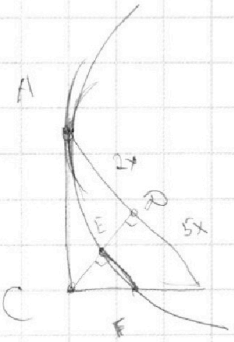
$x=0$
$y=11$
$z=13$

$b = 2^2 \cdot 3^4$.
$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{11}$
$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{4+13}$
5^{17}

$AB = EF$

4

$\frac{AB}{BD} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$



$34+26=$

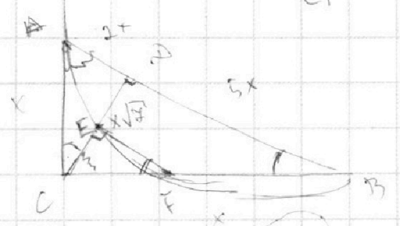
$B = 60$

$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} - ?$

$AC^2 = CB \cdot CF = AB^2 - BC^2$

$CB(CF + BC) = AB^2$

$\frac{AC}{CF} = \frac{BC}{ABC}$

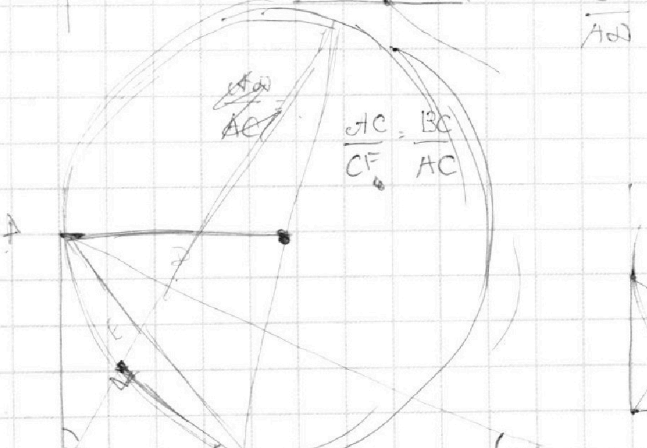


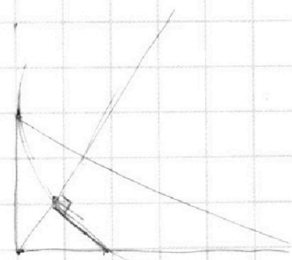
$\frac{11+17+28}{2} =$

$= 28$

$\frac{CF}{AD} = \frac{CF}{AC} \cdot \frac{ABC}{BC} = \frac{AD}{CD}$

$\frac{AC}{CF} = \frac{BC}{AC}$

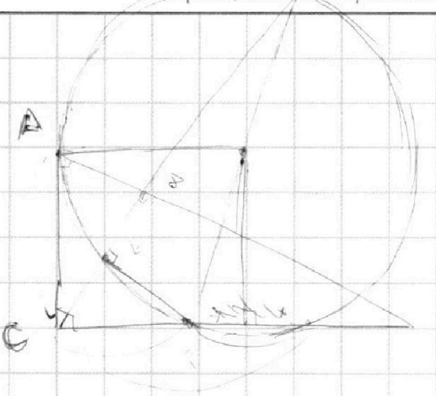




На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AC^2 = (AC-x)(AC+x)$

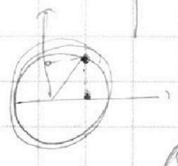
$0 \le \frac{9\pi-2x}{10} \le \frac{4}{\pi}$

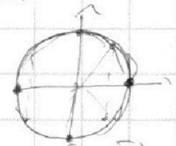
$x \le \frac{9\pi}{2}$

$9\pi - 2x \le 10\pi$

$2x \ge -\pi$

$\frac{9\pi}{2} \ge x \ge -\frac{\pi}{2}$





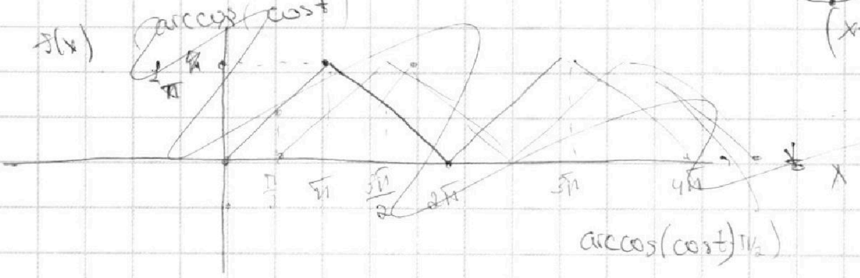
$(x-\frac{\pi}{2})$

cos

arccos(sin x)

arccos(cos($\frac{\pi}{2}$-x))

arccos(cos t)



arccos(cos t)+$\pi/2$

$x_1 = -\pi$

$\frac{\pi}{2} - x = \frac{9\pi-2x}{10}$

$5\pi - 10x = 9\pi - 2x$

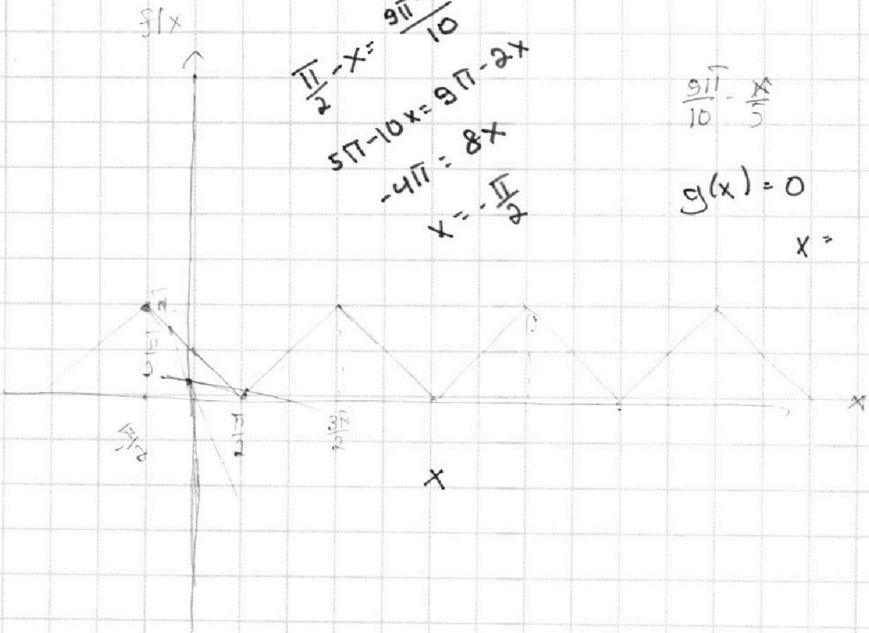
$-4\pi = 8x$

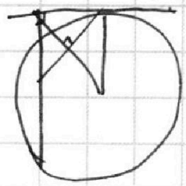
$x = -\frac{\pi}{2}$

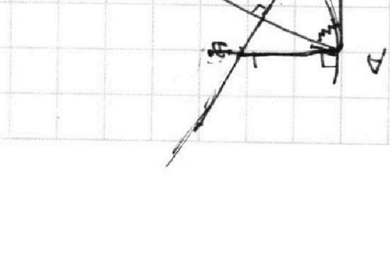
$\frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5}$

$g(x) = 0$

$x =$







$\frac{AC}{CF} = \frac{CF}{CD} = \frac{CF\sqrt{13}}{CD\sqrt{13}} = \frac{CF}{BC}$