



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N¹

Выражения ab , bc и ac можно представить
след. образом: $ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \cdot k$

$$(v) \quad bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{13} \cdot p, \text{ где } \{k, p, m\} \in \mathbb{N}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{15} \cdot m$$

$$\text{Тогда } ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{35} \cdot kpm$$

Заметим, что $(5^{14} \cdot k) \cdot (5^{15} \cdot p)$ должно быть
больше или равно знач. 5^{143} , иначе числа
 a, b хотя одно из чисел a, b, c будет не натур.
равным, т.к. для выполнения рав-в (v) како-
нибудь число будет представ. в виде $2^t \cdot 3^n \cdot 5^{-g}$,
т.е. 5^{-g} будет некрат. натур. где $\{t, n, g\} \in \mathbb{Z}$

Чтобы знач. abc было кратно потребуем,
чтобы $5^{32} \cdot kp = 5^{43} \cdot 1 \Rightarrow kp = 5^{11}, m=1$

$$\text{Получим, что } (abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{36}$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{21.5} \cdot 5^{18} \text{ - кратно знач.}$$

Пример:

$$\begin{aligned} a &= 2^4 \cdot 3^{13/2} \cdot 5^{21} \\ b &= 2^3 \cdot 3^{9/2} \cdot 5^0 \\ c &= 2^{10} \cdot 3^{21/2} \cdot 5^{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 2^4 \cdot 3^{13/2} \cdot 5^{21} \\ b &= 2^3 \cdot 3^{9/2} \cdot 5^0 \\ c &= 2^{10} \cdot 3^{21/2} \cdot 5^{22} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} ab &= 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{21} \\ bc &= 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{22} \\ ac &= 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{43}$$

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Проведем FE до
пересечения с AC :

$FE \cap AC = K$,
тогда по т. О касает
и секущей: $KE \cdot KF = AK^2$ (*)

2) Так как $AB \cdot BD = \frac{13}{10}$,

то пусть $AD = 3p$, $BD = 10p$

и т.к. $FK \parallel AB$, то пусть $FE = 10t$, $EK = 3t$

3) $CD^2 = BD \cdot AD = 10p \cdot 3p$

$CD = \sqrt{30} p$, аналогично $CE = \sqrt{30} t$

$AC^2 = CD^2 + AD^2 = 30p^2 + 9p^2 = 39p^2$ (м. Пифаг.)

Аналогично: $CK = \sqrt{39} t$

4) $AK = AC - CK = \sqrt{39} p - \sqrt{39} t = \sqrt{39}(p-t)$

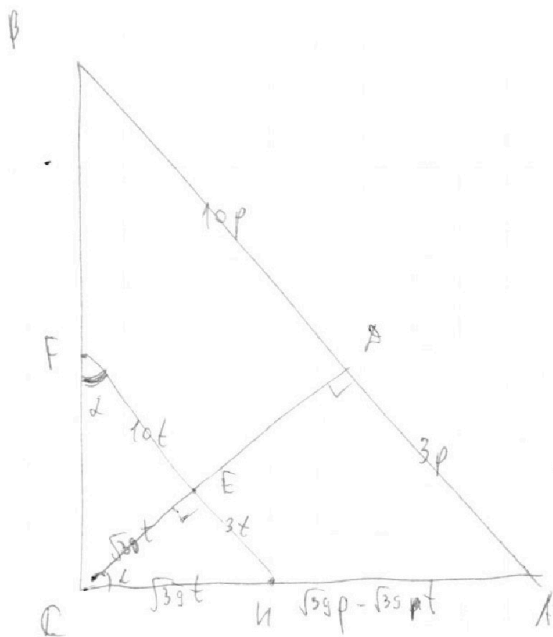
из (*) имеем: $3t \cdot 13t = 39(p-t)^2$

$$t^2 \rightarrow p^2 \cdot (p-t)^2 - t^2 = 0$$

$$(p-2t)p = 0$$

$$\begin{cases} p = 0 \text{ (н)} \\ p = 2t \text{ (к)} \end{cases}$$

стр. 1



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 (продолжение)

$$5) \frac{S_{\triangle ACSB}}{S_{\triangle CEF}} = k^2, \text{ где } k = \frac{CA}{FE} \quad (\triangle ACSB \sim \triangle CFE)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{CA}{FE} = \frac{\sqrt{30} \rho}{10t} = \frac{2\sqrt{30} \rho t}{10t} = \frac{\sqrt{30}}{5} = k \\ \rho = 2t \end{array} \right.$$

Получили, что отношение площадей тр-ков
равно $k^2 = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$ Ответ: $\frac{6}{5}$

стр. 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \sim 3$$

$$5 \arccos\left(\cos\left(\pm\frac{\pi}{2} + x\right)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

Зная, что $\arccos(\cos t) = t$, $t \in [0; \pi]$, имеем.

$$\begin{cases} 5\left(\pm\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{3\pi}{2} + x & (V) \quad \pi = 6x \\ 0 \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \pi & \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = \frac{\pi}{6} & (U) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x & (V) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X > \pi & \text{где } \cos\left(-\frac{\pi}{2} + x\right) \end{cases}$$

Ответ $\frac{\pi}{6}$

$$\begin{cases} x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Ответ $\frac{\pi}{6}, \pi$

$$\begin{aligned} 5\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) &= \frac{3\pi}{2} + x \\ \frac{15\pi}{2} + 5x &= \frac{3\pi}{2} + x \end{aligned}$$

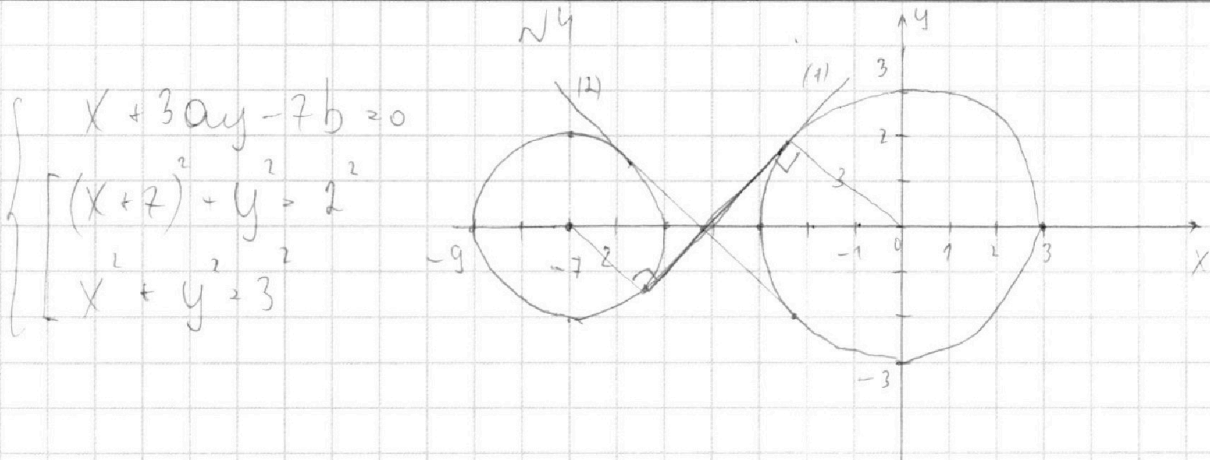
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



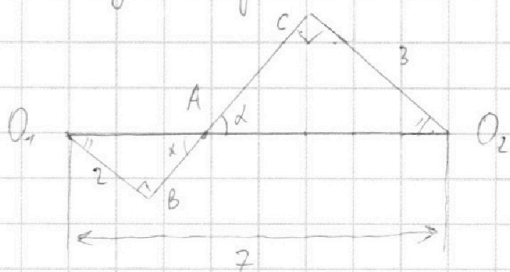
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решением данной системы являются пересечения прямой вида $y = kx + c$ с двумя данными окружностями. В нашей случае $y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$ должна

пересекать $(x+7)^2 + y^2 = 4$ и $x^2 + y^2 = 9$, чтобы было 4 решения. Т.к. в можно взять, наоборот, то нас ограничивает только угол наклона нашей пр-й, а именно он не должен быть больше или равен углу наклона прямой (1) и не д.б. \leq углу (2) (прямые (1) и (2) обозн. на графике)

Найдем угол α как пр-й (1):



$$\triangle ABO_1 \sim \triangle ACO_2: \frac{O_1B}{O_1C} = \frac{O_1A}{O_2A} = \frac{2}{5}$$

$$O_1A + O_2A = 7$$

$$2k + 3k =$$

$$2t + 3t = 7$$

$$t = \frac{7}{5} \Rightarrow O_1A = \frac{14}{5}; O_2A = \frac{21}{5}$$

стр. 11

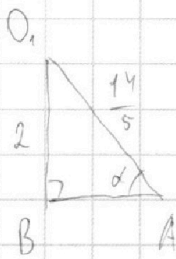
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

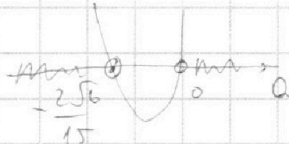


№4 (Продолжение)

$$AB = \sqrt{\left(\frac{14}{5}\right)^2 - \left(\frac{10}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{5} \cdot \frac{24}{5}} = \frac{4}{5} \sqrt{6}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{4\sqrt{6}/5} = \frac{5}{2\sqrt{6}} \Rightarrow -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

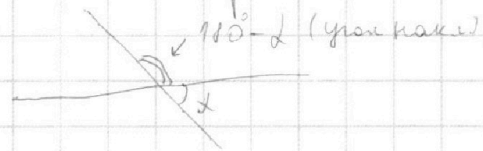
$$\frac{15a + 2\sqrt{6}}{6\sqrt{6}a} > 0$$



$$a < -\frac{2\sqrt{6}}{15}$$

В силу симметрии угол кас. пр-й (2)

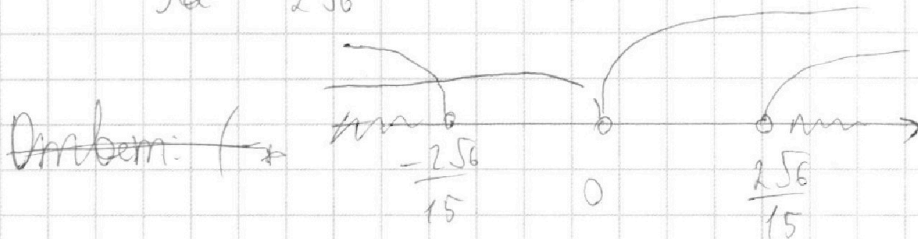
будет равен уг. отр:



$$\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha = -\frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$-\frac{1}{3a} \geq -\frac{5}{2\sqrt{6}} \quad a < \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\frac{15a - 2\sqrt{6}}{6\sqrt{6}a} > 0$$



Заметим, что при $a=0$, мы получаем пр-ю $x - 7b = 0$ и, кот. ни при каких b не имеет и пересек с окр-ми.

$$\text{Ответ: } \left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}\right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right)$$

стр. 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $t = \log_2(6x)$, $p = \log_7 y$, тогда
сист. переписывается след. образом:

$$\begin{cases} t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{24} - 4 \\ p^4 + \frac{6}{p} = \frac{5}{24} - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2t^5 + 8t - 7 = 0 \quad (1) \\ 2p^5 + 8p + 7 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) + (2): 2(t^5 + p^5) + 8(t + p) = 0$$

$$(t+p)(t^4 - t^3p + t^2p^2 - tp^3 + p^4 + 4) = 0$$

$$\begin{cases} t^4 - \frac{7}{2t} + 4 = 0 \quad (1) \\ p^4 + \frac{7}{2p} + 4 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Заметим, что вторая
скобка, это кубическая 4-е степе-
ни + 4, откуда 2-я скобка > 4

Получим след. решение: $t + p = 0$

$$\log_2 6x + \log_7 y = 0$$

$$\log_7 6xy = 0 = \log_7 1$$

$$6xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

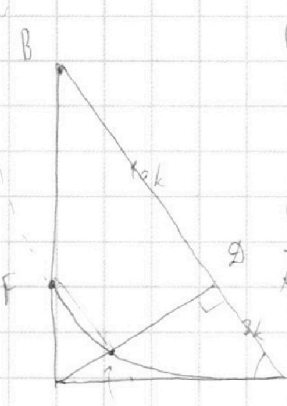
Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CE}{CF} = \frac{FE}{BF}$$

$$\frac{CE}{\sqrt{30k}}$$

$$\frac{CE}{CF} = \frac{FE}{BF} \Rightarrow \frac{CE}{CF} = \frac{FE}{\sqrt{30k}}$$

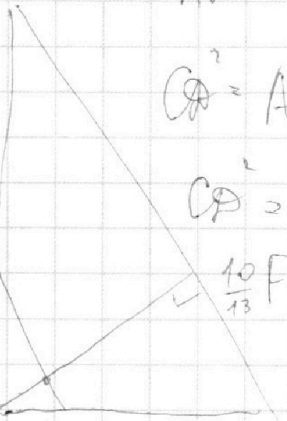
$$10CE = FE \sqrt{30}$$

$$\frac{CE}{\sqrt{30k}} = \frac{FE}{10k}$$

$$\sqrt{30} / 10 \cdot FE$$

$$\frac{CE}{CF} = \frac{FH}{AB}$$

$$\frac{CF}{AD} = \frac{BF}{CA}$$



$$\frac{CE}{\sqrt{30k}} = \frac{FH}{13k}$$

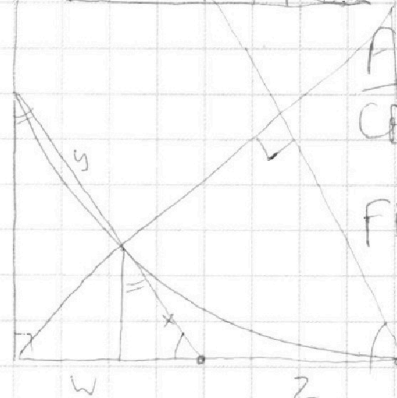
$$CF^2 = AD \cdot DB$$

$$CF^2 = 30k^2$$

$$13CE = FH \sqrt{30}$$

$$\frac{13}{10} = \frac{FH}{FE}$$

$$\frac{10}{13} FH = \frac{43}{10} FE$$



$$\frac{FE}{CE} = \frac{CE}{HE}$$

$$FE \cdot HE = CE^2$$

$$HE = FH - FE$$

$$\frac{CF}{CE} = \frac{AH}{AC}$$

$$x(x+y) = z^2$$

$$HE = \frac{3}{10} FE$$

$$\frac{HE}{CE} \cdot FC \cdot CH = AH^2$$

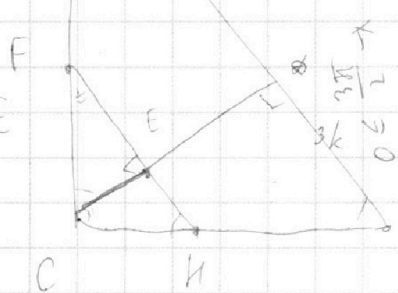
$$HE = \frac{2}{13} FH$$

$$HE \cdot FH = \frac{3}{13} FH^2 = AH^2$$

$$HE \cdot HF = AH^2$$

$$\frac{HE}{AC} = \frac{FH}{AB}$$

$$\frac{CE}{CF} = \frac{FE}{AB}$$



$$\frac{3k}{10} < \frac{3k}{10}$$

$$KF = \frac{FC \cdot CH}{CE}$$

$$\frac{FC}{FH} = \frac{CH}{AH}$$

$$\frac{FC}{FH} = \frac{CH}{AH}$$

$$4x^2 = 3k^2$$

$$\frac{15k}{2}$$

$$CF = 2x$$

$$x = \frac{15k}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{cccccccc}
 & & & & & & & t=p \\
 & & & & & & & t^4 + t^3 p + t^2 p^2 + t p^3 + p^4 - 4 = 0 \\
 & & & & & & & t^2(t+p) + t p^2(t+p) + p^4 \\
 & & & & & & & (t+p)(t^3 + t p^2) + p^4 - 4 = 0 \\
 & & & & & & & FH = \frac{\sqrt{30}}{3}
 \end{array}$$

$$t^4 + p^4 + tp(t^2 + p^2) + t^2 p^2 = 4$$

$$(2, 6) \quad tp(t^2 + tp + p^2)$$

$$\frac{\sqrt{30} \cdot FE^2}{10 \cdot 3 \sqrt{30} k^2} = \frac{FE^2}{30 k^2}$$

$$\frac{CF}{CA} = \frac{CH}{AC} = \frac{EH}{AA}$$

$$\frac{CF}{\sqrt{30}k} = \frac{EH}{3k}$$

$$FH = \frac{13 CF}{\sqrt{30}}$$

$$FH = AH \sqrt{\frac{13}{3}}$$

$$3 CF = EH \sqrt{30}$$

$$\frac{AC - AH}{AC} = \sqrt{\frac{3}{13}} \cdot \frac{AH}{AB}$$

$$\frac{CH}{AC} = \frac{EH}{AA} = \frac{3 FH}{13 AA} = \frac{3 CF}{13 CA}$$

$$\frac{CH}{AC} = \frac{3 \cdot CF}{\sqrt{30} AA}$$

$$\frac{CH}{AC} = \frac{FH}{AB} = \frac{3}{13} \cdot \sqrt{\frac{13}{3}} \cdot \frac{AH}{AA} = \frac{AH}{AB}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CE}{CF} = \frac{CH}{AC} = \frac{AC-AH}{AC} = 1 - \frac{AH}{AC}$$

$$AC^2 = 9p^2 + 30p^2$$

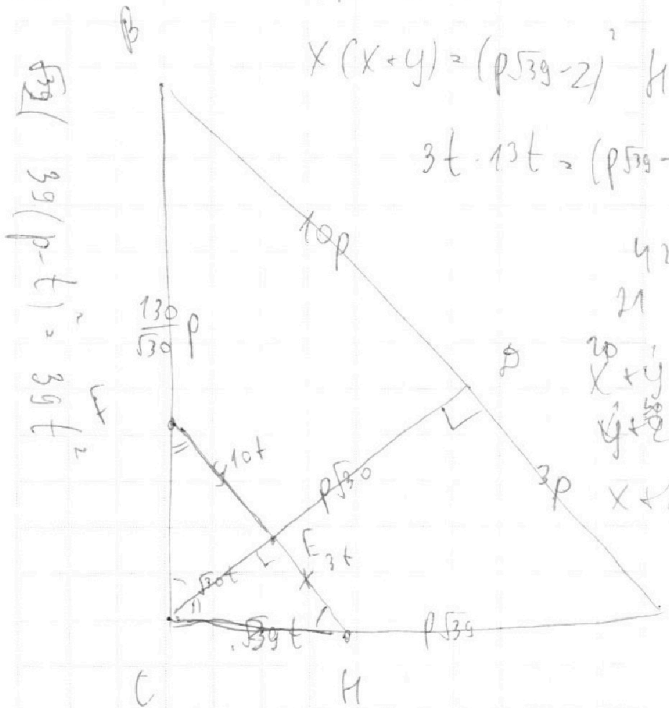
$$AC = \sqrt{39}p$$

$$BC^2 = 100p^2 + 30p^2$$

$$BC = \sqrt{130}p$$

$$\frac{CE}{p\sqrt{130}} = \frac{CH}{\sqrt{39}p}$$

$$CE = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{130}} CH$$



$$CA^2 = BA \cdot AB$$

$$x(x+y) = (p\sqrt{39}-z)^2 \quad HE \cdot HF = AH^2$$

$$3t \cdot 13t = (p\sqrt{39} - \sqrt{100p^2 + 30p^2})^2 = \frac{130}{70}p^2$$

$$\begin{aligned} x+y &= 21 \\ y+z &= 21 \\ x+z &= 42 \end{aligned}$$

$$FH = \sqrt{\frac{13}{3}} AH$$

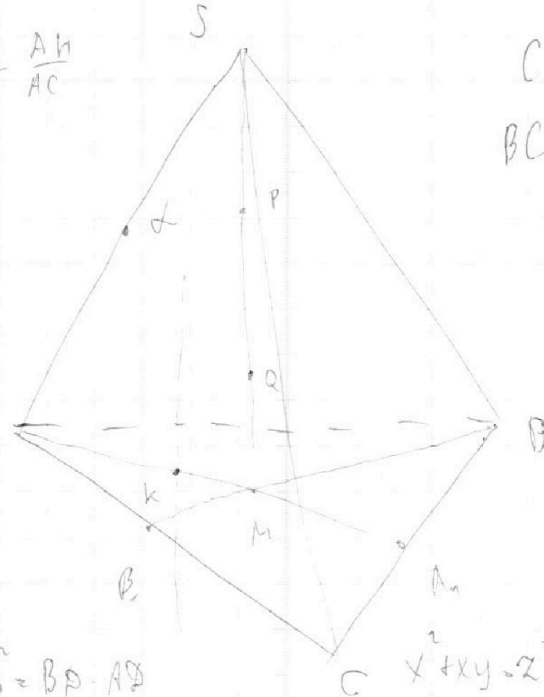
$$CE = \sqrt{\frac{50}{10}} FE$$

$$\frac{FE}{CE} = \frac{CE}{CH}$$

$$CH \cdot FE = CE^2$$

$$\frac{10}{\sqrt{30}} CE^2 = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{39}}$$

$$CH \cdot \frac{10}{\sqrt{30}} CE = CE^2$$



$$CD \cdot BC = 130p^2$$

$$BC = \frac{130p}{\sqrt{130}}$$

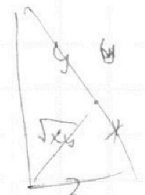
$$\frac{EH}{AF} = \frac{CH}{AC}$$

$$CD = \sqrt{30}p$$

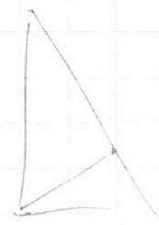
$$EH = \frac{3}{\sqrt{39}} CH$$

$$HE = \frac{3}{10} FE$$

$$HE = \frac{3}{13} FH$$



$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &\geq ac \\ b^2 &\geq ac \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

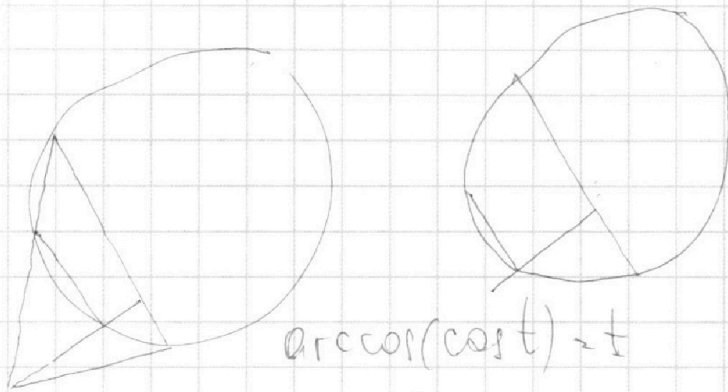
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{BC} = \frac{13}{40}$$

$$\sin x = t, \cos x = \sqrt{1-t^2}$$

$$\frac{AB}{CB} = \frac{BC}{BA}$$

$$\arccos(\cos t) = t$$

$$0 \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \pi \quad t \in [0, \pi]$$

$$AB \cdot BC = CA \cdot BC$$

$$130k^2 = CA \cdot BC$$

$$\frac{S_{\triangle ACB}}{S_{\triangle CEF}} = k^2$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

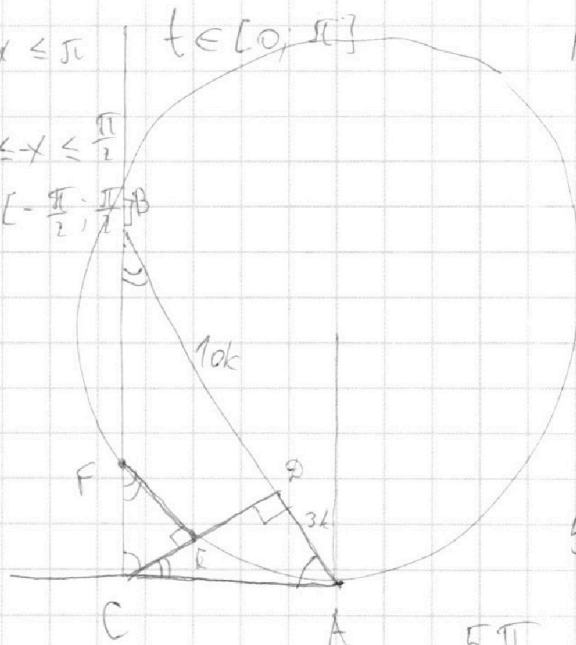
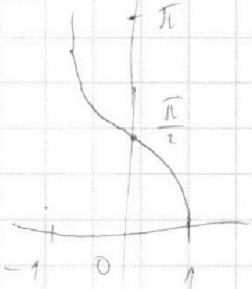
$$\cos(\frac{\pi}{2} - x)$$

$$\arccos(\sin x) =$$

$$= \arccos(\sqrt{1-t^2})$$

$$5 \cos(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{S_{\triangle ACB}}{S_{\triangle CEF}} = k = \frac{CA}{FE}$$



$$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{BC} = \frac{FE}{CA}$$



$$\pi = 6x$$

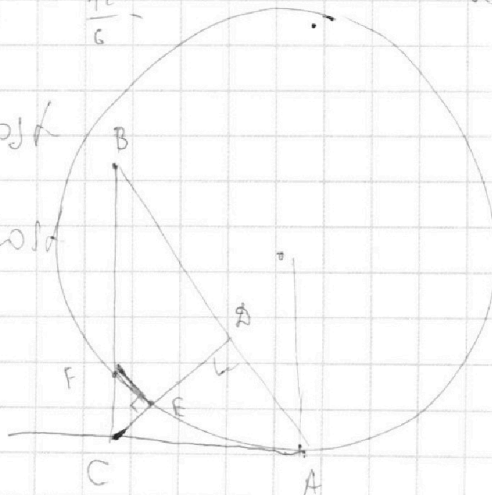
$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$\cos(\pi k + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(\pi + \pi k + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$0 < \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \leq \pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x + 2\pi k \leq \frac{\pi}{2}$$



$$\frac{\pi}{6} - \frac{13}{6} = -\frac{\pi}{6}$$

$$-\frac{5\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} + \frac{13}{6}\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{13} \cdot k$$

$$(abc)^2 = a^2 b^2 c^2 =$$

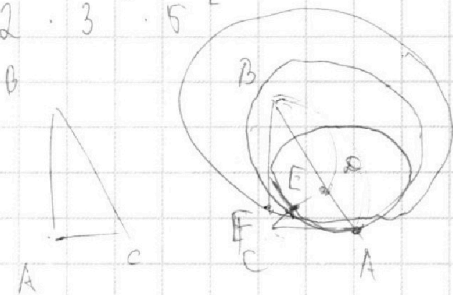
$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{17} \cdot p$$

$$= ab \cdot bc \cdot ac = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{45} \cdot kpm$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{19} \cdot m$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{21} \cdot 5^{25}$$

$$26+17 \quad 32+17$$



Q, B

$$x+y=7$$

$$y+z=13$$

$$x+z=14$$

$$x+y=11$$

$$y+z=15$$

$$x+z=17$$

$$a = 2^4 \cdot 3^{12}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^9$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{21}$$

$$x-z = -4$$

$$x+z = 17$$

$$x = \frac{13}{2} \quad y = \frac{9}{2} \quad z = \frac{25}{2}$$

$$21+22$$

$$x+y=14$$

$$y+z=18$$

$$x+z=23$$

$$y = -\frac{11}{2}$$

$$x-z = -4$$

$$2x = 39$$

$$x+z = 13$$

$$x = \frac{39}{2} = 19,5$$

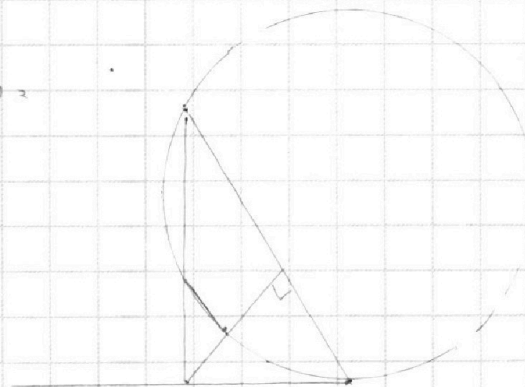
$$x+y=21$$

$$x+y=$$

$$y+z=22$$

$$k+p=$$

$$x+z=43$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 & (x+7)^2 + y^2 = -45 \quad | +45 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \\ (x+7)^2 + y^2 = 2^2 \end{cases}$$

$$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

16.6

$$-\frac{1}{3a} <$$

$$x - 7b = 0$$

$$y = kx + b$$

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 2^2$$

$$x^2 + 14x + k^2x^2 + x - 2kb + b^2 + 45 = 0$$

$$x^2(k+1) + 2x(kb+7)$$

$$x^2 + k^2x^2 + 2xkb + b^2 - 9 = 0$$

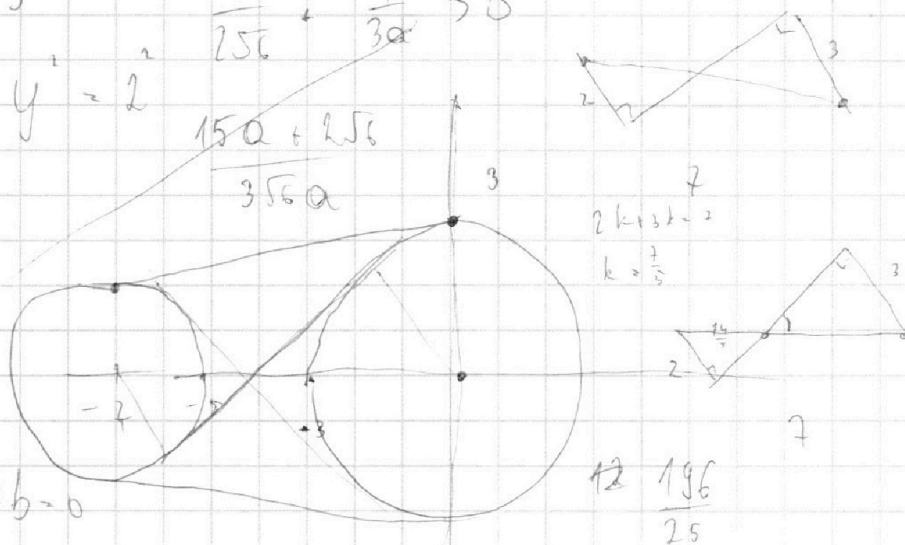
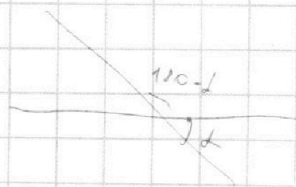
$$9k^2 - b^2 + 9 = 0$$

$$x^2(1+k^2) + x \cdot 2kb + b^2 - 9$$

$$\Delta/k = k^2b^2 - (k+1)(b^2-9) = k^2b^2 - k^2b^2 + 9k^2 - b^2 + 9$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\pi - 2) =$$

$$\frac{5}{25a} - \frac{1}{3a} = \frac{15a - 25}{55a}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7^4 6x - 2 \log_7 6x^7 = \frac{1}{2} \log_7 343 - 4$$

$$\begin{array}{r} 343 : 7 \\ 21 \quad \overline{) 49} \\ 63 \end{array}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \\ x \neq -\frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 36x^2 &\neq 1 \\ x^2 &\neq \frac{1}{36} \end{aligned}$$

$$x \neq \frac{1}{6}$$

$$t^4 + p^4 = -8$$

$$\begin{cases} y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_7^4 6x - \log_7 6x^2 = \frac{3}{2} \log_7 6x - 4$$

$$y \neq -1$$

$$t^4 - \frac{2t}{2t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$p^4 + \frac{18}{2p} = \frac{5}{2p} - 4$$

$$t^4 - \frac{7}{2t} + 4 = 0$$

$$p^4 + \frac{7}{2p} + 4 = 0$$

$$2p^5 + 8p + 7 = 0$$

$$2t^5 - 8t + 7 = 0$$

$$\log_7 y - \log_7 6x$$

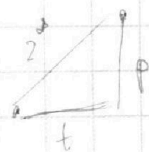
$$2(p^5 + t^5) + p(p - t) = 0$$

$$\log_7 \frac{y}{6x}$$

$$p^5 + t^5 + 4(p - t) = 0 \quad (t - p)(t^4 + t^3p + t^2p^2 + tp^3 + p^4) + 4(p - t) = 0$$

$$2t^5 - 2p^5 - 8t + 8p = 0 \quad 4(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 40$$

$$t^5 - p^5 + 4(t - p) = 0$$



$$\begin{aligned} t^4 + p^4 &= 2^2 \\ 4t + 8p &= 40 \end{aligned}$$