МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \dfrac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ \left(x^2 + 14x + y^2 + 45\right)\left(x^2 + y^2 - 9\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6\log_y 7 = \log_{y^2}\left(7^5\right) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

№1

Выражения ab, bc и ac можно представить след. образом: $ab = 2^{7}\cdot 3^{11}\cdot 5^{14}\cdot k$

(V) $bc = 2^{13}\cdot 3^{15}\cdot 5^{18}\cdot p$, где $\{k, p, m\} \in N$

$ac = 2^{14}\cdot 3^{17}\cdot 5^{43}\cdot m$

Тогда $ab\cdot bc\cdot ac = (abc)^2 = 2^{34}\cdot 3^{43}\cdot 5^{75}\cdot kpm$

Заметим, что $(5^{14}\cdot k)\cdot(5^{18}\cdot p)$ должно быть больше или равно знач. $5^{43}\cdot m$, иначе ~~числа a, b~~ хотя одно из чисел a, b, c будет не натуральным, т.к. для выполнения рав-в (V) какое-нибудь число будет представл. в виде $2^{t}\cdot 3^{n}\cdot 5^{-g}$, т.е. 5^{-g} будет исключ. натур. где $\{t, n, g\} \in Z$

Чтобы знач. abc было наим. потребуем, чтобы $5^{32}\cdot kp = 5^{43}\cdot 1 \Rightarrow kp = 5^{11}$, $m = 1$

Получим, что $(abc)^2 = 2^{34}\cdot 3^{43}\cdot 5^{86}$

$abc = 2^{17}\cdot 3^{43/2}\cdot 5^{43}$ – наим. знач.

Пример: ~~$a = 2^{4}\cdot 3^{13/2}\cdot 5^{21}$~~

~~$b = 2^{13}\cdot 3^{15}\cdot 5^{22}$~~

~~$b = 2^{3}\cdot 3^{9/2}\cdot 5^{22}$~~

~~$c = 2^{10}\cdot 3^{21/2}\cdot 5^{22}$~~

$$\begin{cases} a = 2^{4}\cdot 3^{13/2}\cdot 5^{21} \\ b = 2^{3}\cdot 3^{9/2}\cdot 5^{0} \\ c = 2^{10}\cdot 3^{21/2}\cdot 5^{22} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} ab = 2^{7}\cdot 3^{11}\cdot 5^{21} \\ bc = 2^{13}\cdot 3^{15}\cdot 5^{22} \\ ac = 2^{14}\cdot 3^{17}\cdot 5^{43} \end{array}$$

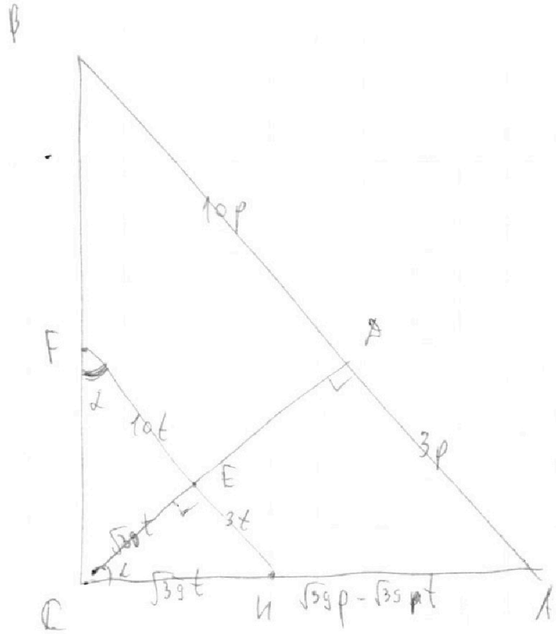
Ответ: $2^{34}\cdot 3^{43/2}\cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2



1) Продолжим FE до пересеч. с AC: $FE \cap AC = K$,

тогда по т. о касат и секущей: $KE \cdot KF = AK^2$ (*)

2) Т.к. $AB : BD = \frac{13}{10}$, то пусть $AD = 3p$, $BD = 10p$

и т.к. $FK \parallel AB$, то пусть $FE = 10t$, $EK = 3t$

3) $CD^2 = BD \cdot AD = 10p \cdot 3p$

$CD = \sqrt{30}\,p$, аналогично $CE = \sqrt{30}\,t$

$AC^2 = CD^2 + AD^2 = 30p^2 + 9p^2 = 39p^2$ (т. Пиф.)

Аналогично: $CK = \sqrt{39}\,t$

4) $AK = AC - CK = \sqrt{39}\,p - \sqrt{39}\,t = \sqrt{39}(p-t)$

из (*) имеем: $3t \cdot 13t = 39(p-t)^2$

$\cancel{t^2 = p^2}$; $(p-t)^2 - t^2 = 0$

$(p-2t)p = 0$

$\left[\begin{array}{l} p = 0 \ (\text{л}) \\ p = 2t \ (\text{и}) \end{array}\right.$

стр. 1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 (продолжение)

5) $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle CEF}} = k^2$, где $k = \frac{CD}{FE}$ ($\triangle ACD \overset{k}{\sim} \triangle CFE$)

$$\begin{cases} \frac{CD}{FE} = \frac{\sqrt{30}\,p}{10t} = \frac{2\sqrt{30}\,t}{10t} = \frac{\sqrt{30}}{5} = k \\ p = 2t \end{cases}$$

Получили, что отнош. площадей тр-ков равно $k^2 = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$ Ответ: $\frac{6}{5}$

стр. 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3

$$5\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5\arccos\left(\cos\left(\pm\frac{\pi}{2} \mp x\right)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

Знал, что $\arccos(\cos t) = t$, $t \in [0;\pi]$, имеем:

$$\begin{cases} 5\left(\pm\frac{\pi}{2} \mp x\right) = \frac{3\pi}{2} + x \\ 0 \le \frac{\pi}{2} - x \le \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x \quad (u) \\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

$(u)\ \ \pi = 6x$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} \quad (u) \\ x = \pi \quad \text{для } \cos\left(-\frac{\pi}{2} + x\right) \end{array}\right.$$

~~Ответ $\frac{\pi}{6}$~~

$$5\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{15\pi}{2} + 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

Ответ: $\frac{\pi}{6}$, π

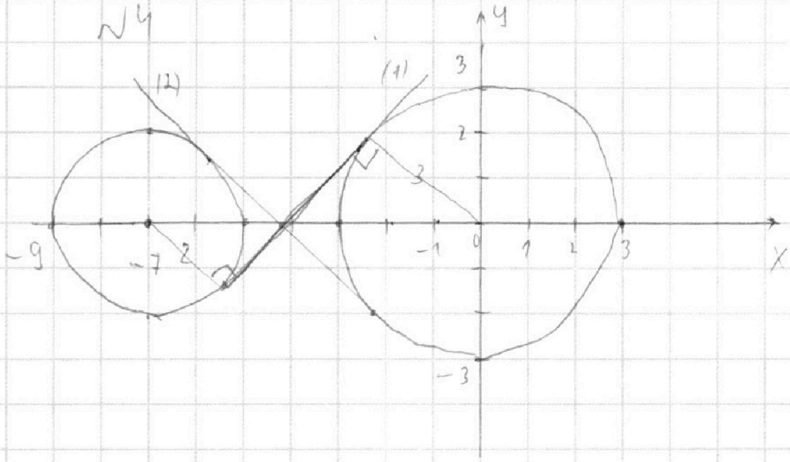
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

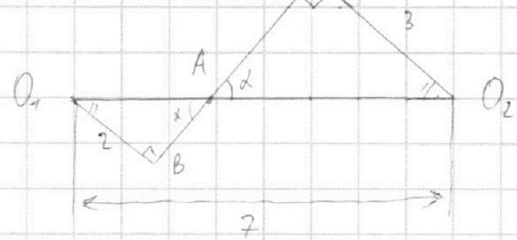
$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ \left[\begin{array}{l}(x+7)^2+y^2=2^2\\ x^2+y^2=3^2\end{array}\right.\end{cases}$$



Решениями данной системы являются пересечения прямой вида $y=kx+c$ с двумя данными окр-ми. В нашем случае $y=-\frac{x}{3a}+\frac{7b}{3a}$ должна пересекать $(x+7)^2+y^2=4$ и $x^2+y^2=9$, чтобы было 4 решения. Т.к. b можно взять любое, то нас ограничивает только угол наклона нашей пр-й, а именно он не должен быть больше или равен угла наклона прямой (1) и не д.б. $\leq$ угла (2)

(прямые (1) и (2) обозн. на граф)

Найдем угол α накл. пр-й (1):



$\triangle ABO_1 \sim \triangle ACO_2$: $\frac{O_1B}{O_2C}=\frac{O_1A}{O_2A}=\frac{2}{3}$

$O_1A+O_2A=7$

~~$2k+3k=$~~

$2t+3t=7$

$t=\frac{7}{5} \Rightarrow O_1A=\frac{14}{5}$; $O_2A=\frac{21}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

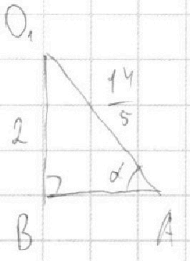
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

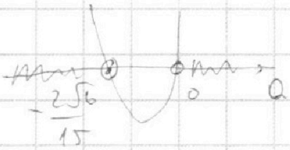
№4 (продолжение)



$AB = \sqrt{\left(\frac{14}{5}\right)^2 - \left(\frac{10}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{5} \cdot \frac{24}{5}} = \frac{4}{5}\sqrt{6}$

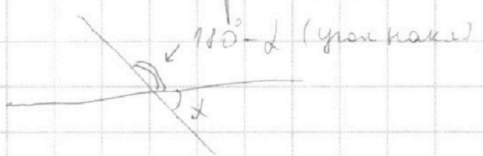
$tg\,\alpha = \frac{2}{4\sqrt{6}/5} = \frac{5}{2\sqrt{6}} \Rightarrow -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}}$

$\frac{15a + 2\sqrt{6}}{6\sqrt{6}a} > 0$



$a \in \ldots -\frac{2\sqrt{6}}{15}$

В силу симметрии угол накл. пр-й (2) будет вычисл. след. обр.:

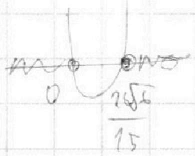


$tg(\pi - \alpha) = -tg\,\alpha = -\frac{5}{2\sqrt{6}}$

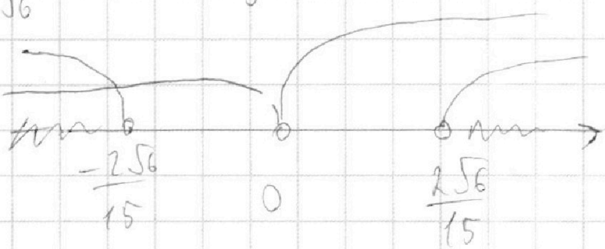
$\Downarrow$

$-\frac{1}{3a} > -\frac{5}{2\sqrt{6}}$ $a \ldots \frac{2\sqrt{6}}{5}$

$\frac{15a - 2\sqrt{6}}{6\sqrt{6}a} > 0$



~~Ответ: (~~



Заметим, что при $a = 0$, мы получаем пр-ю $x - 7b = 0$ и, кот. ни при каких b не имеем 4 пересеч. с окр-ми.

Ответ: $\left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}\right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

Пусть $t = \log_7(6x)$, $p = \log_7 y$, тогда сист. перепишется след. образом:

$$\begin{cases} t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4 \\ p^4 + \frac{6}{p} = \frac{5}{2p} - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2t^5 + 8t - 7 = 0 \quad (1) \\ 2p^5 + 8p + 7 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^4 - \frac{7}{2t} + 4 = 0 \quad (1) \\ p^4 + \frac{7}{2p} + 4 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$(1)+(2)$: $2(t^5+p^5) + 8(t+p) = 0$

$(t+p)(t^4 - t^3p + t^2p^2 - tp^3 + p^4 + 4) = 0$

Заметим, что вторая скобка, это неполная 4я степень $+4$, откуда 2я скобка > 4

Получили ед. решение: $t + p = 0$

$\log_7 6x + \log_7 y = 0$

$\log_7 6xy = 0 = \log_7 1$

$\Downarrow$

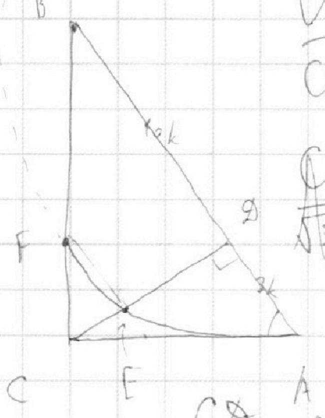
$6xy = 1$

$xy = \frac{1}{6}$ Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{CE}{CD} = \frac{FE}{BD}$

$\frac{CE}{\sqrt{30}k}$

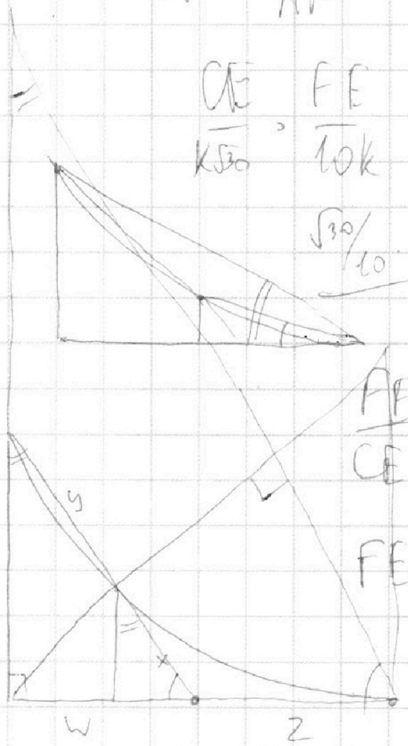
$CE = \frac{FE\sqrt{30}}{10}$

$\frac{CE}{CD} = \frac{FH}{AB}$

$10CE = FE\sqrt{30}$

$\frac{CE}{k\sqrt{30}} = \frac{FE}{10k}$

$\frac{\sqrt{30}}{10} FE$



$\frac{CE}{CD} = \frac{FH}{AB}$

$\frac{CD}{AD} = \frac{BD}{CD}$

$CD^2 = AD \cdot BD$

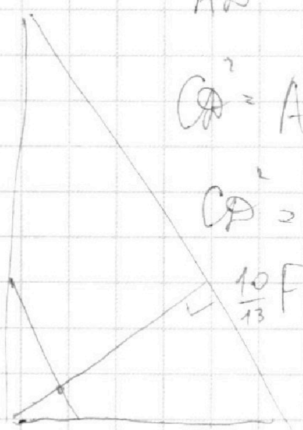
$CD^2 = 30k^2$

$\frac{CE}{\sqrt{30}k} = \frac{FH}{13k}$

$13CE = FH\sqrt{30}$

$\frac{10}{13} FH = \frac{43}{10} FE$

$\frac{13}{10} = \frac{FH}{FE}$



$\frac{FE}{CE} = \frac{CE}{HE}$

$FE \cdot HE = CE^2$

$HE = FH - FE$

$HE = \frac{3}{10} FE$

$\frac{CD}{BC} = \frac{AD}{AC}$

$x(x+y) = z^2$

$\frac{HE}{CE} \cdot FC \cdot CH = AH^2$

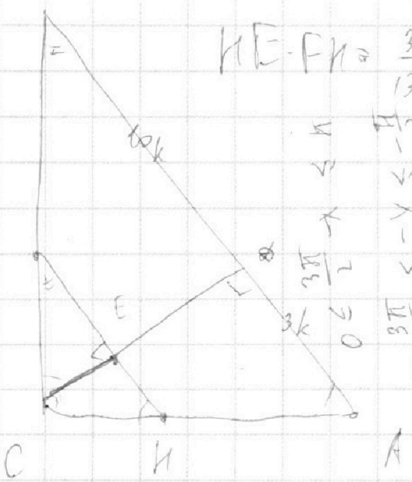
$HE = \frac{3}{13} FH$

$x + y =$

$HE \cdot FH = \frac{3}{13} FH^2 = AH^2$

$HE \cdot HF = AH^2$

$\frac{HC}{AC} = \frac{EH}{AD}$



$\frac{CE}{CD} = \frac{FE}{AD}$

$\frac{FE}{FC} = \frac{CE}{CH} \cdot \frac{FC}{FH}$

$HF = \frac{FC \cdot CH}{CE}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

$t = p$

$t^4 + t^3p + t^2p^2 + tp^3 + p^4 - 4 = 0$

$t^3(t+p) + t^2p^2(t+p) + p^4$

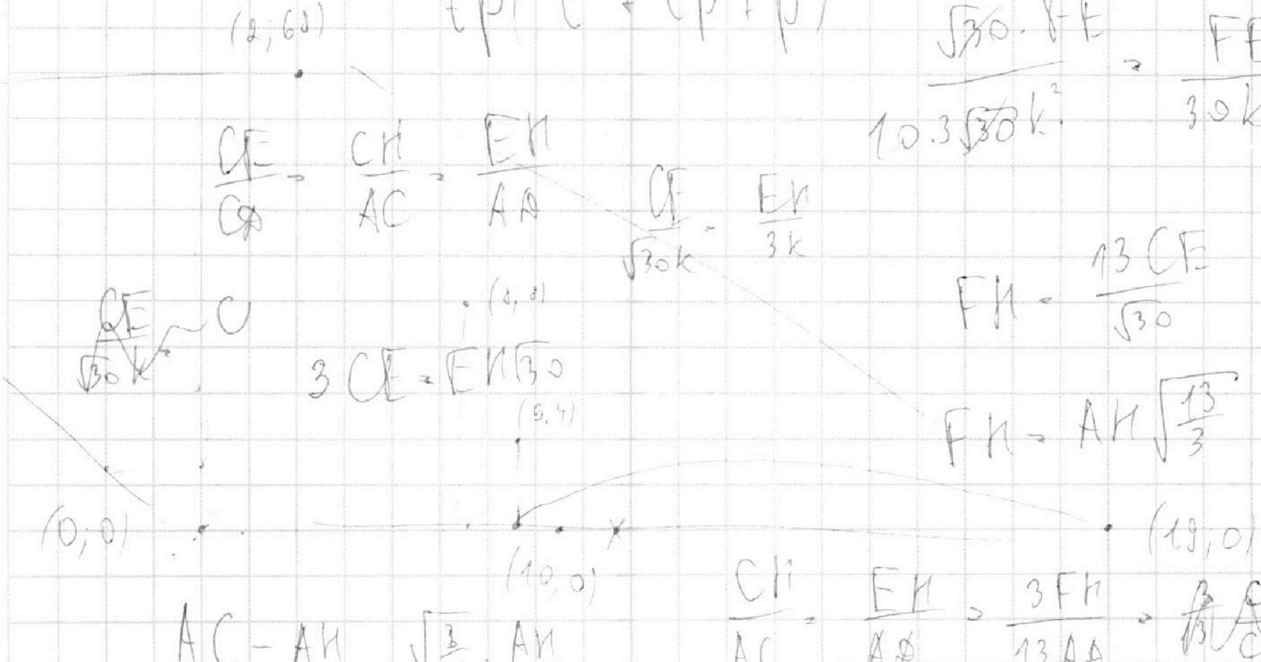
$(t+p)(t^3 + tp^2) + p^4 - 4 = 0$

$FH = \frac{\sqrt{30}}{1}$

$t^4 + p^4 + tp(t^2 + p^2) + t^2p^2 = 4$

$tp(t^2 + tp + p^2)$

$\frac{\sqrt{30} \cdot FE^2}{10 \cdot 3\sqrt{30}k^2} = \frac{FE^2}{30k^2}$



$\frac{CE}{CA} = \frac{CH}{AC} = \frac{EH}{AA}$

$\frac{CE}{\sqrt{30}k} = \frac{EH}{3k}$

$\frac{CE}{\sqrt{30}k} \sim C$

$3CE = EH\sqrt{30}$

$FH = \frac{13CE}{\sqrt{30}}$

$FH = AH\sqrt{\frac{13}{3}}$

$\frac{AC - AH}{AC} = \sqrt{\frac{3}{13}} \cdot \frac{AH}{AB}$

$\frac{CH}{AC} = \frac{EH}{AA} = \frac{3FH}{13AA} = \frac{3}{13}\frac{CE}{CA}$

$\frac{CH}{AC} = \frac{3 \cdot CE}{\sqrt{30}\,AA}$

$\frac{CH}{AC} = \frac{FH}{AB} = \frac{3}{13}\sqrt{\frac{13}{3}} \cdot \frac{AH}{AA}$

$= \sqrt{\frac{13}{3}} \cdot \frac{AH}{AB}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\frac{CE}{CD} = \frac{CH}{AC} = \frac{AC-AH}{AC} = 1 - \frac{AH}{AC}$

$AC^2 = 9p^2 + 30p^2$

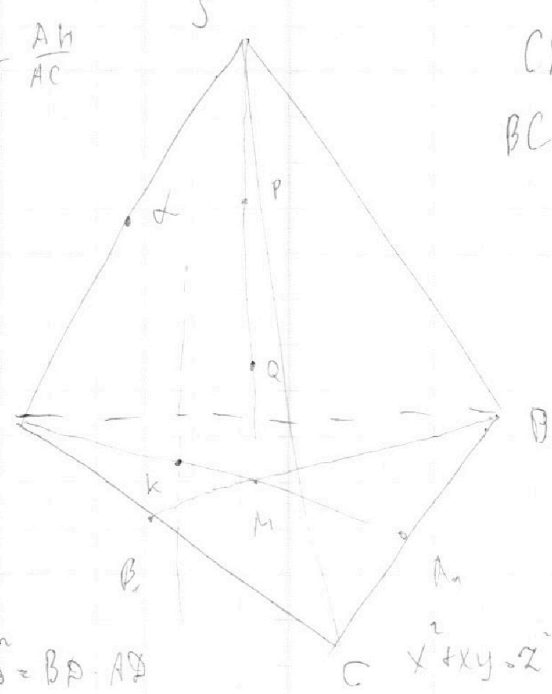
$AC = \sqrt{39}\,p$

$BC^2 = 100p^2 + 30p^2$

$BC = \sqrt{130}\,p$

$\frac{CE}{p\sqrt{30}} = \frac{CH}{\sqrt{39}\,p}$

$CE = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{30}} CH$



$CD \cdot BC = 130p^2$

$BC = \frac{130p}{\sqrt{30}}$

$\frac{EH}{AD} = \frac{CH}{AC}$

$3p$ $\quad p\sqrt{39}$

$CD = \sqrt{30}\,p$

$EH = \frac{3}{\sqrt{39}} CH$

$HE = \frac{3}{10} FE$

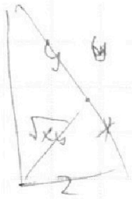
$HE = \frac{3}{13} FH$

$x^2 + xy = z^2$

$CD^2 = BD \cdot AD$

$x(x+y) = (p\sqrt{39} - z)^2$ $\quad HE \cdot HF = AH^2$

$3t \cdot 13t = (p\sqrt{39} -$ $\quad \cancel{BD p^2 + 100p^2 = \frac{130^2}{30} p}$



$QC \quad b^2 \geq QC$

$b^2 \geq Q1$

42

21 21

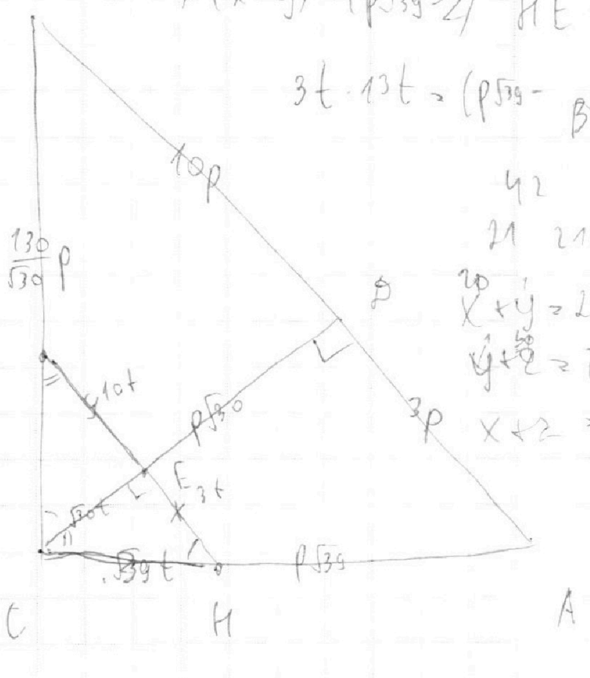
20

$x + y = 21$

$y + z = 21$

$x + z = 42$

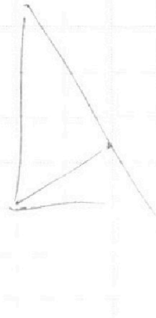
$\sqrt{39}(p-t)^2 = 39t^2$



$FH = \sqrt{\frac{13}{3}} AH$

$CE = \frac{\sqrt{30}}{10} FE$

$\frac{FE}{CE} = \frac{CE}{CH}$



$\frac{CE}{CD} = \frac{CH}{AC}$ $\quad \frac{CE}{p\sqrt{30}} = \frac{CH}{\sqrt{39}\,p}$

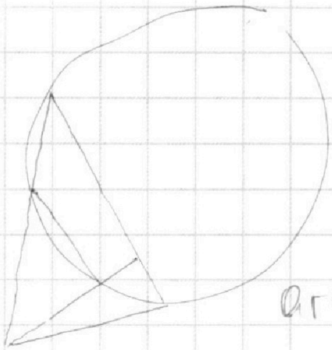
$CH \cdot FE = CE^2$

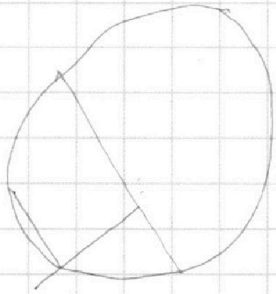
$\frac{10}{\sqrt{30}} CE^2 \cdot \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{39}}$ $\quad CH \cdot \frac{10}{\sqrt{39}} CE = CE^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





$\frac{AB}{BD} = \frac{13}{10}$

$\sin x = t$, $\cos x = \sqrt{1-t^2}$

$\frac{AB}{CB} = \frac{BC}{BD}$

$\arccos(\cos t) = t$

$0 \le \frac{\pi}{2} - x \le \pi$

$t \in [0, \pi]$

$AB \cdot BD = CD \cdot BC$

$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle CEF}} = k^2$

$-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

$x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

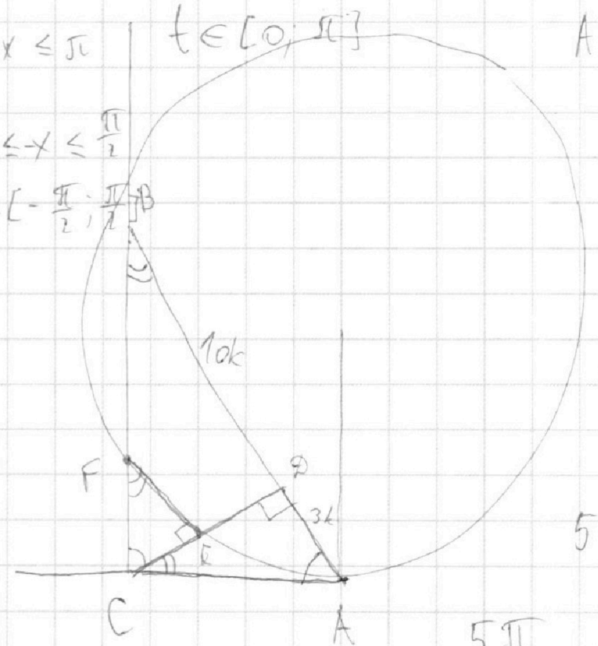
$130k^2 = CD \cdot BC$

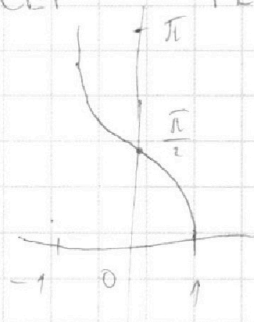
$\cos(\frac{\pi}{2} - x)$

$\arccos(\sin x) =$

$= \arccos(\sqrt{1-t^2})$

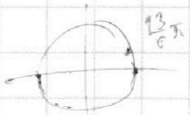
$\frac{\triangle ACD}{\triangle CEF} = k = \frac{CD}{FE}$





$5\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x$

$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$



$\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{BC} = \frac{FE}{CD}$

$\frac{11}{6}$

$\pi = 6x$

$x = \frac{\pi}{6}$

$\cos(2\pi k + \alpha) = \cos\alpha$

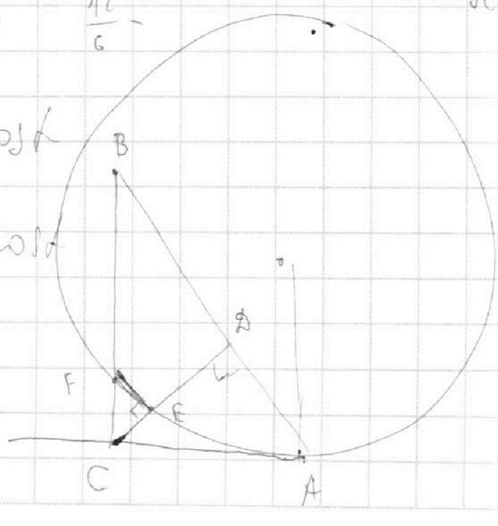
$\cos(\pi + \pi t + \alpha) = -\cos\alpha$

$0 \le \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \le \pi$

$-\frac{\pi}{2} \le x + 2\pi t \le \frac{\pi}{2}$

$\frac{12}{6} - \frac{13}{6} = -\frac{\pi}{6}$

$-\frac{5\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} + \frac{13}{6}\pi$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \cdot k^{5^7}$

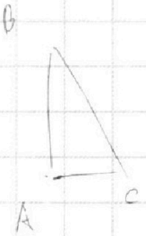
$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \cdot p^{5^4}$

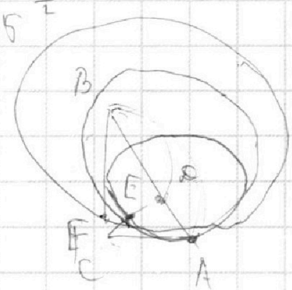
$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}\, m$

$(abc)^2 = a^x b^x c^4 =$

$= ab \cdot bc \cdot ac = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75} \cdot kpm$

$abc = 2^{17} \cdot 3^{\frac{43}{2}} \cdot 5^{\frac{75}{2}}$





$26+17 \quad 32+43$

$x + y = 7$

$y + z = 13$

$x + z = 14$

$a = 2^4 \cdot 3^{13/2}$

$b = 2^3 \cdot 3^{9/2}$

$c = 2^{10} \cdot 3^{21/2}$

$x + y = 11$

$y + z = 15$

$x + z = 17$

$x - z = -4$

$x + z = 17$

$x = \frac{13}{2} \quad y = \frac{9}{2} \quad z = \frac{25}{2}$

$x + y = 14$

$y + z = 18$

$x + z = 43$

$y = -\frac{11}{2}$

$2x = 39$

$x = 39/2 = 19{,}5$

$5^{39/2} \cdot 5^{-\frac{11}{2}}$

$21 + 22$

$x - z = -4$

$x + z = 43$

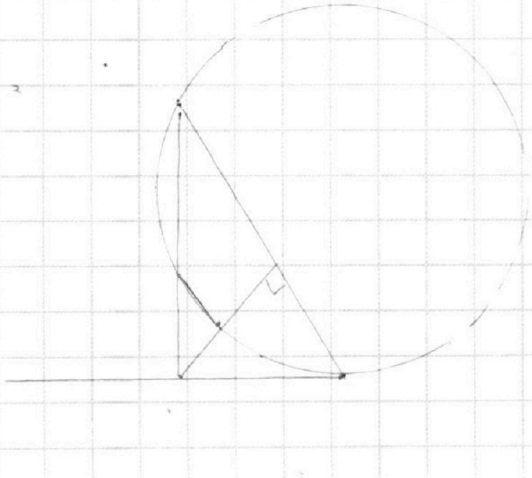
$x + y =$

$x + y = 21$

$y + z = 22$

$x + z = 43$

$k + p =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

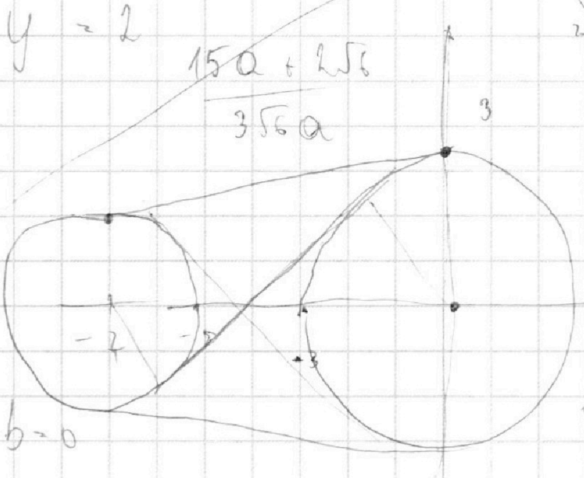
$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 3^2 \\ (x+7)^2 + y^2 = 2^2 \end{array}\right. \end{cases}$$

$(x+7)^2 + y^2 = -45 \quad | +49$

$\frac{5}{2\sqrt{6}} + \frac{1}{3a} > 0$

$\frac{15a + 2\sqrt{6}}{3\sqrt{6}a}$

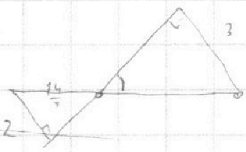
$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$



7

$2k + 3k = 2$

$k = \frac{2}{5}$



$16 \cdot 6$

$-\frac{1}{3a} <$

7

$12 \quad \frac{196}{25}$

$x - 7b = 0$

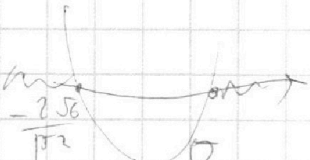
$y = kx + b$

$x^2 + y^2 = 3^2$

$(x+7)^2 + y^2 = 2^2$

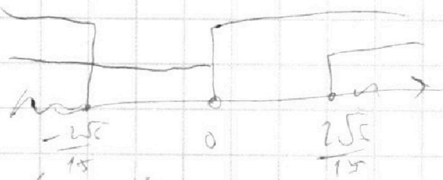
$x^2 + 14x + k^2x^2 + x \cdot 2kb + b^2 + 45 = 0$

$x^2(k^2+1) + 2x(kb+7)$



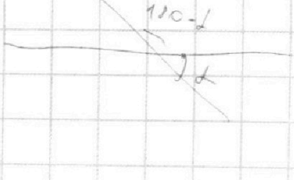
$x^2 + k^2x^2 + 2xkb + b^2 = 9 \qquad 9k^2 - b^2 + 9 = 0$

$x^2(1+k^2) + x \cdot 2kb + b^2 - 9$



$D/4 = k^2b^2 - (k^2+1)(b^2-9) = \cancel{k^2b^2} - \cancel{k^2b^2} + 9k^2 - b^2 + 9$

$\operatorname{tg}\alpha \quad \operatorname{tg}(\pi - \alpha)$



$\frac{5}{2\sqrt{6}} - \frac{1}{3a} > 0 \qquad = \frac{15a - 2\sqrt{6}}{6\sqrt{6}a}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\log_7^4 6x - 2\log_{6x} 7 = \frac{1}{2}\log_{(6x)^2} 343 - 4$

$343 \,|\, 7$
$28 \,|\, 49$
63

$x > 0$
$x \neq \frac{1}{6}$
$x \neq -\frac{1}{6}$

$36x^2 \neq 1$
$x^2 \neq \frac{1}{36}$

$t^4 + p^4 = -8$

$y > 0$
$y \neq 1$
$y \neq -1$

$\log_7^4 6x - \frac{2}{\log_7 6x} = \frac{3}{2\log_7 6x} - 4$

$t^4 - \frac{21}{2t} = \frac{3}{2t} - 4$

$p^4 + \frac{18}{2p} = \frac{5}{2p} - 4$

$p^4 + \frac{7}{2p} + 4 = 0$

$t^4 - \frac{7}{2t} + 4 = 0$

$2p^5 + 8p + 7 = 0$

$2t^5 - 8t + 7 = 0$

$\log_7 y - \log_7 6x$

$2(p^5 + t^5) + 8(p - t) = 0$

$\log_7 \frac{y}{6x}$

$p^5 + t^5 + 4(p - t) = 0$

$(t-p)(t^4 + t^3p + t^2p^2 + tp^3 + p^4) + 4$

$2t^5 - 2p^5 - 8t + 8p = 0$

$4(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 40$

$t^5 - p^5 - 4(t - p) = 0$

$t^2 + p^2 = 2^2$

$4t + p = 40$