



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-15;90)$ ,  $Q(2;90)$  и  $R(17;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ:  $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

Пример:  $a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14}$     $b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^{10}$     $c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{17}$

Оценка: Пусть можно меньше, чем  $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

Тогда введём обозначения:  $a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1} \cdot x$ ,  $b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3} \cdot y$ ,  
 $c = 2^{\delta_1} \cdot 3^{\delta_2} \cdot 5^{\delta_3} \cdot z$

Рассмотрим сначала степени 2.

Из условия следует, что  $\alpha_1 + \beta_1 \geq 6$

$$\alpha_1 + \delta_1 \geq 16$$

И нам нужно получить минимальное значение  $\alpha_1 + \beta_1 + \delta_1$ .

$$\beta_1 + \delta_1 \geq 14$$

Сложим эти три неравенства  $2(\alpha_1 + \beta_1 + \delta_1) \geq 36$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \delta_1 \geq 18$$

Заметим, что 18 достигается:  $\alpha_1 = 4$ ,  $\beta_1 = 2$ ,  $\delta_1 = 12$

Теперь рассмотрим степени 3.

Из условия следует, что  $\alpha_2 + \beta_2 \geq 13$

$$\alpha_2 + \delta_2 \geq 25$$

$$\beta_2 + \delta_2 \geq 21$$

Нам нужно получить минимальное значение  $\alpha_2 + \beta_2 + \delta_2$ , для это сложим 3 неравенства:  $2(\alpha_2 + \beta_2 + \delta_2) \geq 59$ , т.к.  $\alpha_2, \beta_2, \delta_2$  — целые неотрицательные.

Тогда  $\alpha_2 + \beta_2 + \delta_2 \geq 30$ . Равенство достигается.

Например  $\alpha_2 = 9$ ,  $\beta_2 = 5$ ,  $\delta_2 = 16$

Теперь рассмотрим степень 5.

Из условия следует, что  $\alpha_3 + \beta_3 \geq 11$

$$\alpha_3 + \delta_3 \geq 28$$

$$\beta_3 + \delta_3 \geq 13$$

Сложим первое и третье неравенство:  $\alpha_3 + 2\beta_3 + \delta_3 \geq 24$

Так как  $\alpha_3, \beta_3, \delta_3$  — неотрицательные целые  $\alpha_3 + 2\beta_3 + \delta_3 \geq \alpha_3 + \delta_3 \geq 28$

Равенство достигается если  $\beta_3 = 0$ , а  $\alpha_3 + \delta_3 \geq 28$ . Например  $\alpha_3 = 11$ ,  $\delta_3 = 17$

Тогда  $\alpha_3 + \beta_3 + \delta_3 \geq 28$ .

Значит  $a \cdot b \cdot c \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

← это достигается.

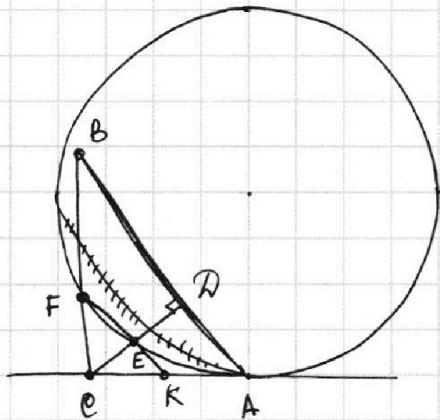
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{S_{ACD}}{S_{CBA} \cdot \left(\frac{CE}{CA}\right)^2} = \frac{S_{ACD}}{S_{CBA}} \cdot \left(\frac{CD}{CE}\right)^2 = 0,4 \cdot 4 = 1,6$$

$\triangle CFE \sim \triangle CBA$

т.к.  $FE \parallel BD$  и  $\angle C$  - общий

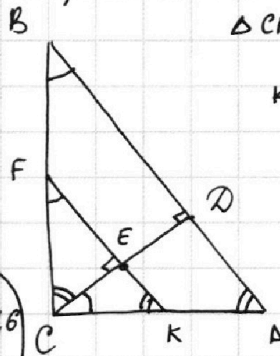
тогда  $\frac{S_{CEF}}{S_{CBA}} = \left(\frac{CE}{CA}\right)^2$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CBA}} = \frac{AD \cdot CD}{BD \cdot CD} = \frac{AD}{BD} \quad \text{т.к. } \frac{AB}{BD} = 1,4 \Rightarrow 1 + \frac{AD}{BD} = 0,4 + 1$$

Ответ: 1,6

Продолжим FE до пересечения с AC. (точка K)

Заметим, что степень точки K  
равна  $KE \cdot KF$  и равна  $KA^2$



$\triangle CFK \sim \triangle ECK$ , т.к.  $\angle FCK = 90^\circ$   
 $\angle CEK = 90^\circ$

$KE \cdot KF = CK^2$   
и  $KE \cdot KF = KA^2$

$\Rightarrow CK = AK$

$\Rightarrow K$  - середина AC

$\Rightarrow \frac{CD}{CE} = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x & \quad \} \Rightarrow 10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 9\pi - 2x & \quad \text{или } x = \frac{9\pi}{2} \\ \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) & & \quad \text{тогда } 0 = 0 \\ \text{или} & & \quad 5\pi - 10x = 9\pi - 2x \\ & & \quad x = -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

При подстановке  $x = -\frac{\pi}{2}$

$$10 \arccos(-1) = 10\pi$$

$$10\pi = 10\pi$$

Ответ:  $-\frac{\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

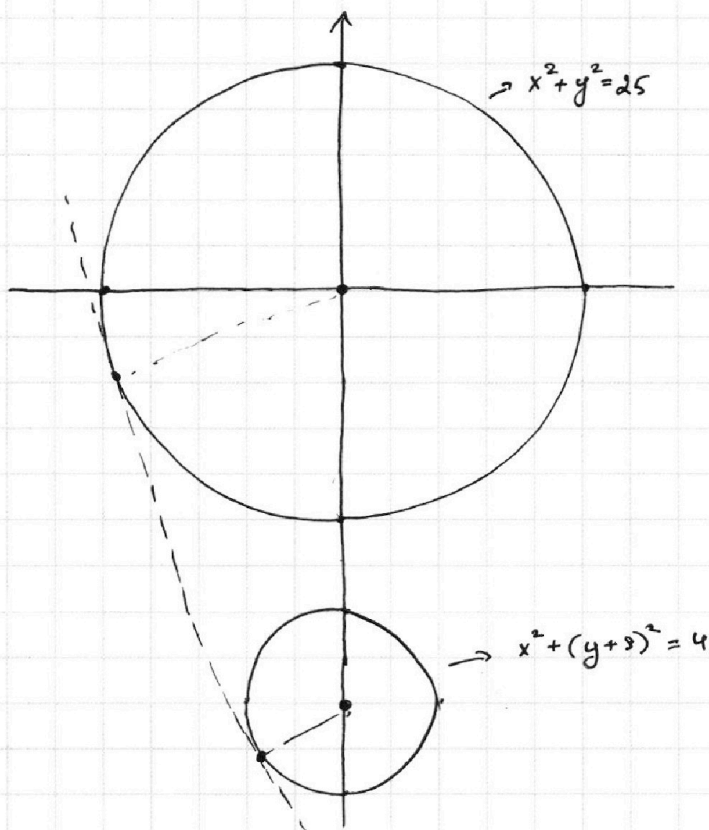
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 + 18y + 77 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \rightarrow \text{прямая} \\ \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \rightarrow \text{окружность с центром } (0; 0) \text{ и радиусом } 5 \\ x^2 + (y + 9)^2 = 4 \rightarrow \text{окружность с центром } (0; -9) \text{ и радиусом } 2 \end{cases} \end{cases}$$



В 1-ой точке касательных  
в обеих касательных к  
этим двум окружностям  
 $\hat{=}$  решения

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 2 и других решений нет.

ОДЗ:  $x > 0, x \neq 1$   
 $0,5y > 0 \Rightarrow 0,5y \neq 1$   
 $y \neq 2$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_x^3 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3 \log_{11} x} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{16}{3 \log_{11} x} + 5 = 0$$

$$\frac{3 \log_{11}^5 x + 15 \log_{11} x - 16}{3 \log_{11} x} = 0$$

$$(1) 3 \log_{11}^5 x + 15 \log_{11} x - 16 = 0$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,5y}^3 (11^{-13}) - 5 \quad t = 0,5y \text{ (замена)}$$

и будем искать не  $xy$ , а  $2xt = xy$

$$\log_{11}^4 t + \frac{1}{\log_{11} t} = -\frac{13}{3 \log_{11} t} - 5$$

$$\log_{11}^4 t + \frac{16}{3 \log_{11} t} + 5 = 0$$

$$\frac{3 \log_{11}^5 t + 15 \log_{11} t + 16}{3 \log_{11} t} = 0$$

$$(2) 3 \log_{11}^5 t + 15 \log_{11} t + 16 = 0$$

$$(1) + (2): 3(\log_{11}^5 t + \log_{11}^5 x) + 15 \log_{11} xt = 0$$

$$3 \log_{11}^4 xt \cdot (\log_{11} t + \log_{11} x)$$

Первое слагаемое:  
~~второе слагаемое~~  $3 \log_{11}^4 xt \cdot (\log_{11}^4 t - \log_{11}^3 t \cdot \log_{11} x + \log_{11}^2 t \cdot \log_{11}^2 x - \log_{11} t \cdot \log_{11}^3 x + \log_{11}^4 x)$

$$\text{Тогда } 3 \log_{11}^4 xt \cdot (\log_{11}^4 t - \log_{11}^3 t \cdot \log_{11} x + \log_{11}^2 t \cdot \log_{11}^2 x - \log_{11} t \cdot \log_{11}^3 x + \log_{11}^4 x + 5) = 0$$

Одно из решений:  $xt = 1 \Rightarrow xy = 2xt = 2$ .

Посмотрим на скобку: докажем что скобка больше 0  $\Rightarrow$  решение будет одно:  $\log_{11} xt = 0$

$$\log_{11}^4 t - \log_{11}^3 t \cdot \log_{11} x + \log_{11}^2 t \cdot \log_{11}^2 x - \log_{11} t \cdot \log_{11}^3 x + \log_{11}^4 x + 5 \quad a = \log_{11} t, b = \log_{11} x$$

Докажем что  $a^4 - a^3 b + a^2 b^2 - a b^3 + b^4 \geq 0$ , тогда мы докажем что скобка  $\geq 5$

$$a^4 - a^3 b - a b^3 + b^4 = a^3(a-b) - b^3(a-b) = (a-b) \cdot (a^3 - b^3) = (a-b)^2 \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$a^2 - ab + b^2 \geq a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow \text{скобка хотя бы } \geq 5 \Rightarrow \log_{11} xt = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

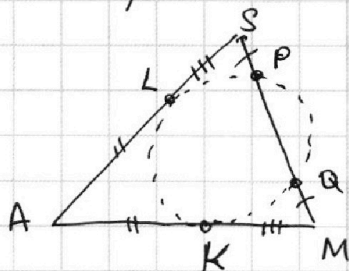
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим плоскость  $APM$ .



$AL = AK$ , т.к. отрезки касательных к окр.

Степень точки  $S = SL^2 = SP \cdot SQ$

Степень точки  $M = KM^2 = MQ \cdot MP$

П.к.  $SP = MQ \Rightarrow SQ = MP \Rightarrow SL^2 = KM^2 \Rightarrow SL = KM$

Тогда  $AS = AM = dO$

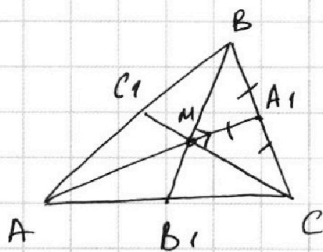
П.к.  $AA_1$  - медиана, и  $M$  - точка пересечения медиан

значит  $M$  делит  $AA_1$  в отношении  $2:1$

Тогда  $AA_1 = 3O$

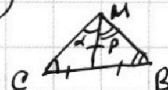
$MA_1 = 2O$

Рассмотрим плоскость  $ABC$ .



$MA_1 = 1O$ ,  $BA_1 = 1O$ ,  $A_1C = 1O$  (т.к.  $BC = 2O$ )

значит  $\angle BMC = 90^\circ$



$$180 - 2\alpha + 180 - 2\beta = 180^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

Заметим, что медианы делят треугольник на 6 равновеликих частей

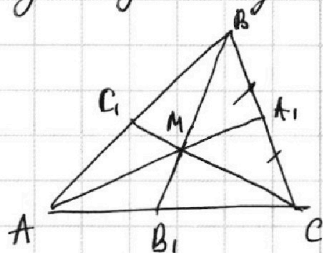
$$\text{Тогда } \frac{BM \cdot MC}{S_{BMC}} = \frac{180}{3} = 60$$

$$\text{П.е. } BM \cdot MC = 120 \Rightarrow BV_1 \cdot CV_1 = \frac{3BM}{2} \cdot \frac{3CM}{2} = \frac{9 \cdot 120}{2} = 540$$

$$\text{Тогда } AA_1 \cdot BV_1 \cdot CV_1 = 30 \cdot 540 = 16200$$

Ответ на пункт а: 16200

Почему медианы делят треугольник на 6 равновеликих:



$S_{ABA_1} = S_{ACA_1}$ , т.к. общая высота на  $BC$  и основания равны

$S_{BMA_1} = S_{CMA_1}$ , т.к. общая высота на  $BC$  и основания равны (аналогично для двух других пар)

$$\text{Пусть } S_1 = S_{BMA_1} = S_{CMA_1}$$

$$S_2 = S_{AMB} = S_{CMB}$$

$$S_3 = S_{AMC} = S_{BMC}$$

$$\text{Тогда } S_{ABA_1} = 2S_3 + S_1 = 2S_2 + S_1 = S_{ACA_1}$$

$$\Downarrow$$

$$S_3 = S_2 \text{ (аналогично докажем это)}$$

$$S_1 = S_2$$

Тогда  $S_1 = S_2 = S_3 \Rightarrow$  6 равновеликих  $\Delta$ -ка.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



- №1 децимальность, оценка + пример
- №2 подобие?
- №3 арктангенс
- №4 параметр
- №5 логарифмы
- №6 координатная плоскость
- №7 стереометрия

$$\frac{9\pi}{2}$$

I  
II  
2

№1

$$ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot k$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot l$$

$$ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot m$$

$$\left. \begin{aligned} a^2 b^2 c^2 &= 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{92} \cdot klm \\ abc &= 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{46} \cdot \sqrt{\frac{klm}{3}} \end{aligned} \right\}$$

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

$$\begin{aligned} d_3 &= 11 \\ \beta_3 &= 17 \\ \alpha - \beta &= 15 \\ \alpha + \beta &= 17 \\ \alpha &= 16, \beta = 1 \\ &32 \end{aligned}$$

$$\alpha + \beta = 6$$

$$\alpha - \beta = 2$$

$$2\alpha = 8 \quad \alpha = 4$$

$$\alpha + \beta = 11$$

$$\alpha - \beta = 15$$

$$2\alpha = 26$$

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3} \cdot x$$

$$b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3} \cdot y$$

$$c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3} \cdot z$$

$$ab = 2^{\alpha_1 + \beta_1} \cdot 3^{\alpha_2 + \beta_2} \cdot 5^{\alpha_3 + \beta_3} \cdot xy$$

$$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{16}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^1$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{12}$$

$$\alpha_1 + \beta_1 \geq 14$$

$$\beta_2 + \gamma_2 \geq 21$$

$$\beta_3 + \gamma_3 \geq 13$$

$$\alpha_1 + \beta_1 \geq 6$$

$$\alpha_2 + \beta_2 \geq 13$$

$$\alpha_3 + \beta_3 \geq 11$$

$$\alpha_1 + \gamma_1 \geq 16$$

$$\alpha_2 + \gamma_2 \geq 25$$

$$\alpha_3 + \gamma_3 \geq 28$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 18 \Rightarrow \text{достигаются } a^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{92} \cdot \frac{klm}{c}$$

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

$$a = 2^{18} \cdot 3^{19} \cdot 5^{10} \cdot \sqrt{\frac{5klm}{c}}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_3 + \beta_3 &= 11 \\ \beta_3 + \gamma_3 &= 13 \\ \alpha_3 + \gamma_3 &= 28 \end{aligned} \right. \text{ решается}$$

$$d_3 + 2\beta_1 + \gamma_1 \geq \alpha_3 + \gamma_3$$

тогда  $a$  либо  $b$  больше на  $\alpha_3 + \gamma_3$  или  $b$ .



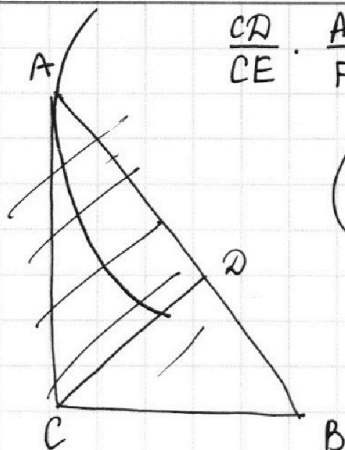
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

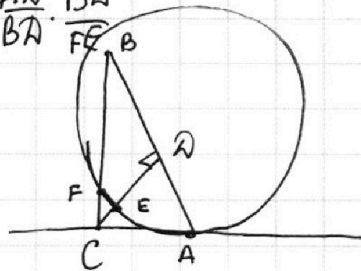
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CD}{CE} \cdot \frac{AD}{FE} = \frac{BD}{FE} \cdot \frac{AD}{BA} \cdot \frac{BA}{FE}$$

$$\left(\frac{BD}{FE}\right)^2 = ?$$



$$\frac{CK}{KA} \cdot \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{FE}$$

$$\parallel$$

$$\frac{CK \cdot AK}{FK \cdot EK}$$

$$\frac{EK}{AD} =$$

$$\frac{AG}{AK} = \frac{CK}{AK}$$

$$\frac{AK}{AE} = \frac{CK}{AC}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{CD \cdot AD}{FE \cdot CE} =$$

$$= \frac{CD}{CE} \cdot \frac{AD}{FE} =$$

$$\frac{CK}{KA} \cdot \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{FE} \parallel \frac{BC}{FC} = \frac{AC}{CK}$$

Алгебра  $\frac{CK}{KA} = \frac{1}{k}$   
 $KA = k \cdot CK$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{A}{B}$$

$$\frac{CK}{CA} = \frac{CF}{CB}$$

$$\frac{CA}{CE} \cdot \frac{AD}{FE} = \frac{AD \cdot BD}{CE \cdot FE}$$

$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$

$$\frac{AK}{CK} = \frac{BF}{FC}$$

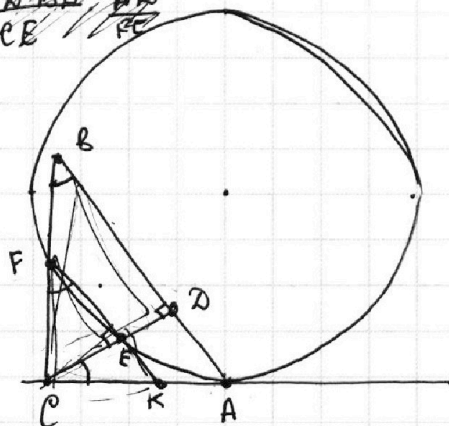
$$\frac{BD}{FE} \cdot \frac{AD}{FE}$$

$$\frac{AD}{BA} = 0,4$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{AD}{FE} \cdot \frac{AD}{FE}$$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}$$



$$AK^2 = FK \cdot EK$$

$$\frac{S_{CAD}}{S_{BED}} = 0,4$$

$$\frac{KE}{AD} = \frac{FK}{BD}$$

$$KE \cdot KF = KA^2$$

$$\frac{KE}{KA} = \frac{KA}{KF}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МОФИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N^3 \quad 10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

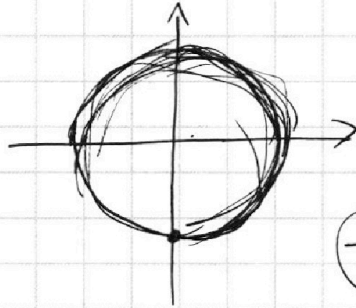
$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$-x - 8x = 4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$



$$\begin{array}{r} 18 = 2 \cdot 9 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ \times 18 \\ \hline 180 \\ \hline 324 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 = 2 \cdot 9 \\ 18 = 2 \cdot 9 \\ \hline 324 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 77 \\ \hline 4 \\ \hline 308 \end{array}$$

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 & x = \frac{-6ay + b}{5} \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

4 решения.

$$(x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y - 77) = 0$$

$$x^2 + y^2 - 25 = 0$$

отн. y.

$$y^2 + x^2 - 25 = 0$$

$$D = -4x^2 + 100$$

$$y = \frac{\pm \sqrt{100 - 4x^2}}{2}$$

или  $x^2 + y^2 + 18y - 77 = 0$

отн. y.

$$y^2 + 18y + (x^2 - 77) = 0$$

$$D = 324 - 4x^2 + 308$$

$$y = \frac{-18 \pm \sqrt{632 - 4x^2}}{2}$$

$$\begin{cases} 5x + 3a \frac{\pm \sqrt{100 - 4x^2}}{2} - b = 0 \\ 5x - 3a \frac{\pm \sqrt{100 - 4x^2}}{2} - b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 3a \frac{(-18 + \sqrt{632 - 4x^2})}{2} - b = 0 \\ 5x - 3a \frac{(-18 + \sqrt{632 - 4x^2})}{2} - b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 3a \frac{(-18 + \sqrt{632 - 4x^2})}{2} - b = 0 \\ 5x - 3a \frac{(-18 + \sqrt{632 - 4x^2})}{2} - b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a \sqrt{100 - 4x^2} = b - 5x \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} b - 5x \geq 0 \\ 9a^2(100 - 4x^2) = (b - 5x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b - 5x \geq 0 \\ 900a^2 - 36a^2x^2 = b^2 - \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_x^3 \frac{1}{121} - 5$$

OD3:

$$x > 0$$

$$x \neq 1$$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \frac{1}{13} \cdot 2 \cdot \log_x 11 - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3} \log_{11} x - 5$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y}^3 (11^{-13}) - 5$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{11} (0,5y) = \frac{13}{3 \log_{11} (0,5y)} - 5$$

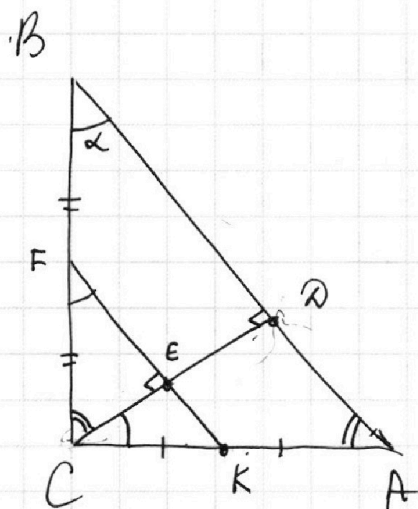
2xt - ?

$$\log_{11}^4 t + \frac{1}{\log_{11} t} = -\frac{13}{3 \log_{11} t} - 5$$

$$\log_{11}^4 x = \frac{16}{3 \log_{11} x} + 5 = 0 \quad \left| \quad \log_{11}^4 t + \frac{14}{3 \log_{11} t} + 5 = 0 \right.$$

$$3 \log_{11}^5 x - 16 + 15 \log_{11} x = 0 \quad \left| \quad 3 \log_{11}^5 t + 14 + 15 \log_{11} t = 0 \right.$$

$$3(\log_{11}^5 x + \log_{11}^5 t) + 15 \log_{11} x t - 2 = 0$$



$$AK^2 = KE \cdot KF$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CFE}} = \frac{AD}{CE} = \frac{AD}{BD} \cdot \frac{BD}{CE}$$

$$\frac{BD}{CE} = \frac{BD}{CD} \cdot \frac{CD}{CE} = \frac{BD}{CD}$$

$$S_{CFE} = S_{CBA} \cdot \left(\frac{CE}{BD}\right)^2 \quad 0,4 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\frac{BD}{CE} = \frac{2}{1}$$

$$KE \cdot KF = KC^2 = AK^2$$

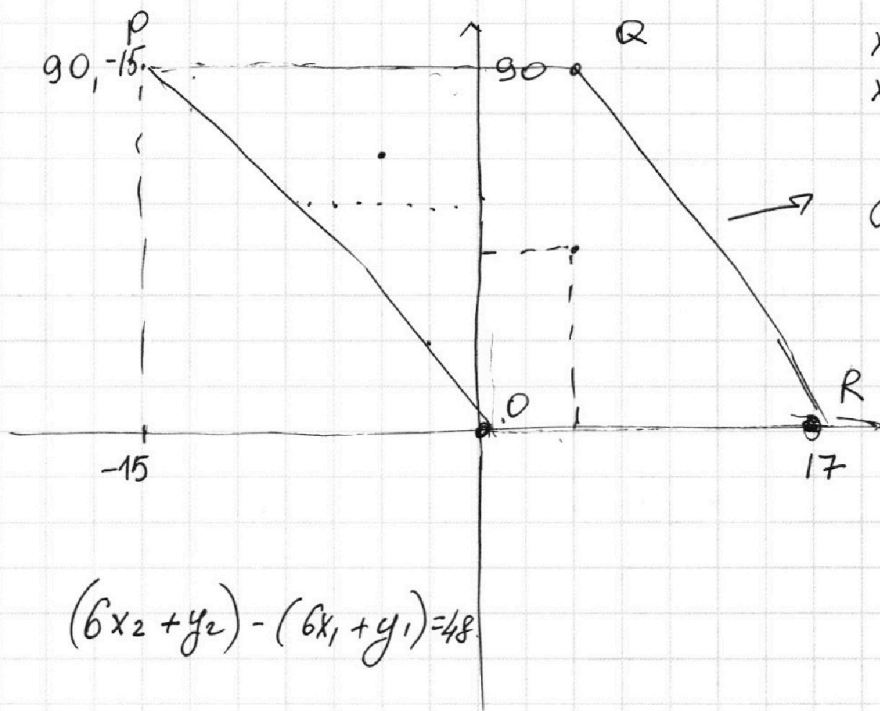
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} x_1 &= 2 & y_1 &= 90 \\ x_2 &= 17 & y_2 &= 0. \end{aligned}$$

$$y = -6x + 102$$

$$(6x_2 + y_2) - (6x_1 + y_1) = 48$$

$$\begin{aligned} b &= 0 \\ -6k. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2k + b &= 90 \\ 17k + b &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -12 + b &= 90 \\ \underline{\underline{b = 102}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^5 + b^5 &= (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) \\ a^4 - a^3b - ab^3 + b^4 &> 0 \\ a^3(a-b) - b^3(a-b) & \\ (a^3 - b^3)(a-b) & \\ (a-b)^2 \cdot (a^2 + b^2 - ab) & \end{aligned}$$

$15k = -90$   
 $k = -6$

$$f(x) = 3 \log_{11}^5 x + 15 \log_{11} x$$

$$\begin{aligned} 3 \log_{11} x (\log_{11}^4 x + 5) &= 16 \\ 3 \log_{11} t (\log_{11}^4 t + 5) &= -16 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_x^2 \frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3 \log_{11} x} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{16}{\log_{11} x} + 5 = 0$$

$$\log_{11}^5 x - 16 + 5 \log_{11} x = 0$$

$$\log_{11} x (\log_{11}^4 x + 5) - 16 = 0$$

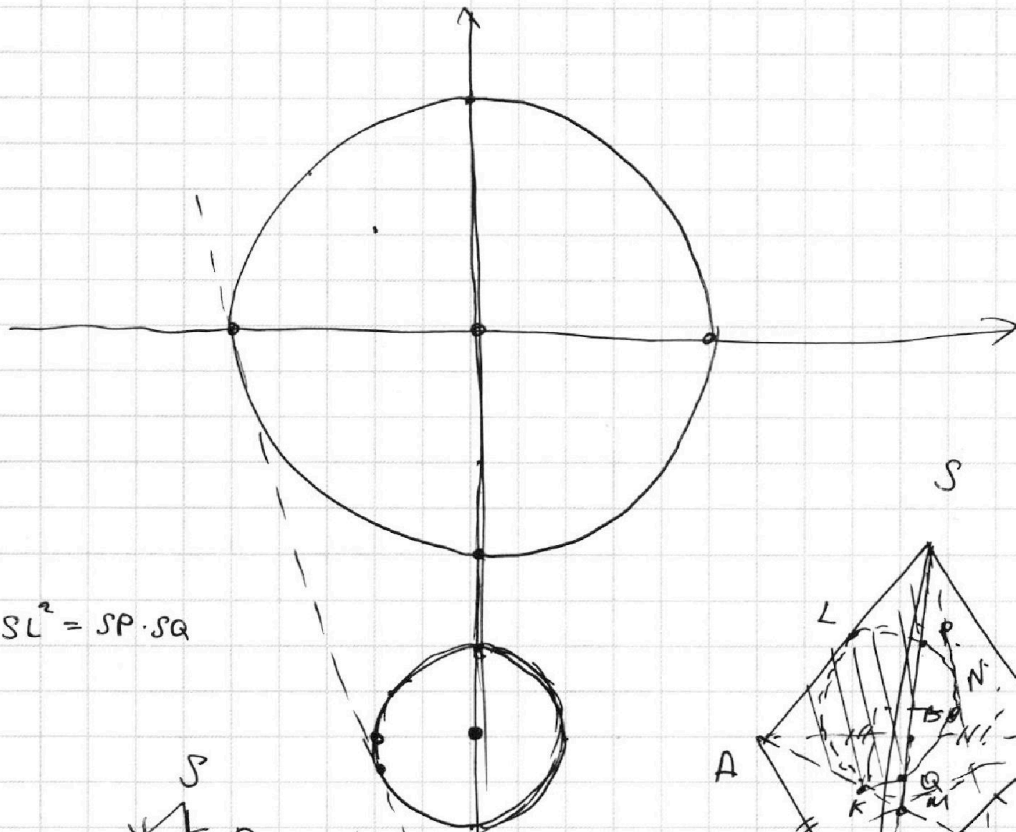
$$(x^2 + (y+9)^2 - 4)$$

Уравнение  
касательной

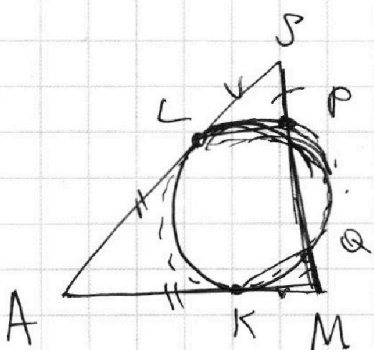
$$g(x) = f(x_0) + (x - x_0) f'(x_0)$$

$$y = -\frac{5}{6a} + \frac{b}{6a^2}$$

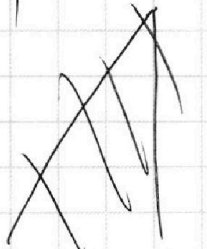
$$g(x) =$$



$$SL^2 = SP \cdot SQ$$



$$AM = BC = 20$$



$$AA_1 = 30$$

