



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-15;90)$ ,  $Q(2;90)$  и  $R(17;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

~~$$a \cdot b = k \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$b \cdot c = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$a \cdot c = s \cdot 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \quad (\text{или } krs = 3)$$~~

Пусть  $a = 2^{x_1} \cdot 3^{y_1} \cdot 5^{z_1}$   
 $b = 2^{y_1} \cdot 3^{y_2} \cdot 5^{y_3}$   
 $c = 2^{z_1} \cdot 3^{z_2} \cdot 5^{z_3}$

значит  $\begin{cases} (x_1 + y_1)_{\min} \geq 6 \\ (x_1 + z_1)_{\min} \geq 16 \\ (y_1 + z_1)_{\min} \geq 14 \end{cases}$ . Если эта система

имеет натуральные корни, то эти значения подходят ~~как надо~~

Решив эту систему получаем  $x_1 = 4, y_1 = 2, z_1 = 12$

$\begin{cases} (x_2 + y_2)_{\min} \geq 13 \\ (x_2 + z_2)_{\min} \geq 25 \\ (y_2 + z_2)_{\min} \geq 21 \end{cases}$

Решив систему получаем, что минимальные натуральные корни это  $x_2 = 9, y_2 = 5, z_2 = 16$

$\begin{cases} (x_3 + y_3)_{\min} \geq 11 \\ (y_3 + z_3)_{\min} \geq 13 \\ (x_3 + z_3)_{\min} \geq 28 \end{cases}$

Для этой системы минимальные корни  $x_3 = 0, y_3 = 0, z_3 = 13$ .

~~$$abc = 2^{x_1 + y_1 + z_1} \cdot 3^{y_1 + y_2 + z_2} \cdot 5^{z_1 + y_3 + z_3}$$~~

$$abc = 2^{(4+2+12)} \cdot 3^{(2+2+16)} \cdot 5^{(12+5+13)} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Ответ:  $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\text{Ограничения } \begin{cases} 9\pi - 2x \in [0; 10\pi] \\ \sin x \in [-1; 1] \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right] \text{ верно}$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5}$$

$$\cos(\arccos(\sin x)) = \cos\left(\frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5}\right)\right) \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{4\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x - \sin\left(\frac{x}{5} - \frac{2\pi}{5}\right) = 0$$

$$2 \cdot \sin \frac{x - \frac{x}{5} + \frac{2\pi}{5}}{2} \cos \frac{x + \frac{x}{5} - \frac{2\pi}{5}}{2} = 0$$

$$\sin \left(\frac{2x}{5} + \frac{\pi}{5}\right) \cos \left(\frac{3x}{5} - \frac{\pi}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{2x}{5} + \frac{\pi}{5}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{3x}{5} - \frac{\pi}{5}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x}{5} + \frac{\pi}{5} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x}{5} - \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{7\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

С учетом ограничений получаем корни  $-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; 2\pi; \frac{17\pi}{6}; \frac{9\pi}{2}$

Ответ:  $-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; 2\pi; \frac{17\pi}{6}; \frac{9\pi}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

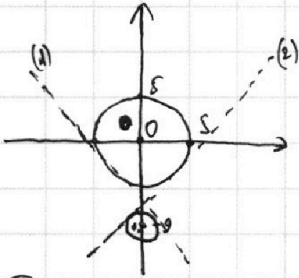
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4

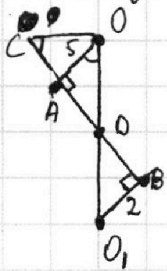
$$(x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 & (1) \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 & (2) \end{cases}$$

- (1) это окружность с центром  $(0; 0)$  и радиусом 5  
 (2) это окружности с центром  $(0; -9)$  и радиусом 2



Прямая  $5x + 6ay - b = 0$  имеет с учетом от нуля до 4 решений. Также эта прямая пересекает  $OY$  в точке  $\frac{b}{6a}$ . Это есть если ~~прямая~~ условие будет выполняться от касания прямой (1) до касания прямой (2).

Из-за симметрии от-но  $OY$  можно рассмотреть только прямую (1). Пусть она касается верхней окр в точке  $A$ , нижней в  $B$ , пересекает  $OX$  в  $C$  и  $OY$  в  $D$ . Получаем:



$$\triangle AOD \sim \triangle BO_2D, \text{ так } \begin{cases} \frac{AO}{O_1B} = \frac{OD}{DO_2} = \frac{5}{2} \\ DO + DO_2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} OD = \frac{45}{7} \\ O_2D = \frac{18}{7} \end{cases}$$

$$\angle AOD = \angle OCD$$

$$\operatorname{tg} \angle OCD = -\frac{5}{6a}$$

$$\operatorname{tg} \angle OCD = \operatorname{tg} \angle AOD = \sqrt{1 - \frac{1}{\cos^2 \angle AOD}} = \sqrt{1 - \frac{O_1D^2}{AO^2}} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$-\frac{5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$a = -\frac{35}{24\sqrt{2}} = -\frac{35\sqrt{2}}{48}$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{35\sqrt{2}}{48}; \frac{35\sqrt{2}}{48}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$1. \log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_x^3 \frac{1}{121} - 5, \quad x \neq 1$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} - \left( -\frac{2}{3 \log_{11} x} \right) + 5 = 0.$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{16}{3 \log_{11} x} + 5 = 0.$$

$$2. \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^2} (11^{-12}) - 5.$$

$$\log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} - \left( -\frac{12}{3 \log_{11}(0,5y)} \right) + 5 = 0.$$

$$\log_{11}^4(0,5y) + \frac{16}{3 \log_{11}(0,5y)} + 5 = 0.$$

3. Заметим, что при  $\log_{11}(0,5y) = -\log_{11}(x)$  первое и второе выражения равны, то есть если  $x$  является решением первого уравнения то  $y = \frac{2}{x}$  также является решением второго.

$$\text{Значит } xy = 2$$

4. ~~Других ~~решений~~ ~~функция~~ ~~не~~ ~~имеет~~, ~~поэтому~~ ~~что~~ ~~она~~ ~~монотонно~~ ~~возрастает~~;~~

~~Пропускаем первое выражение:~~ 
$$4 \log_{11}^3(x) + \frac{16}{3 \log_{11}^2 x} = 0$$

$$f(t) = t^4 - \frac{16}{3t} + 5$$

$$f'(t) = 4t^3 - \frac{16}{3t^2} = 0 \quad t_0 = \sqrt[5]{\frac{16}{12}}$$

$$f(t_0) = \sqrt[5]{\left(\frac{16}{12}\right)^4} - \frac{16 \sqrt[5]{12}}{3 \sqrt[5]{6}} + 5 > 0$$

Поэтому функция имеет только один вещественный корень

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Для функции  $g(t) = t^4 + \frac{16}{3t} + 5$  тоже будет одно решение по той же причине. Значит  $xy = 2$  единственное удовлетворяющее нас значение.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

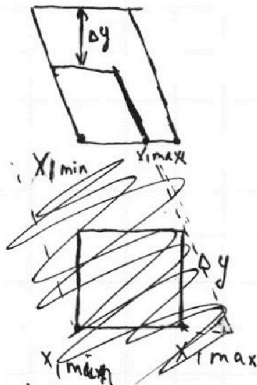
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Если  $\Delta x > 0$   $\Delta y > 0$



$$x_2 \max = 17 - \frac{\Delta y}{6}$$

$$x_1 \min = 0$$

$$x_4 \max = 17 - \frac{\Delta y}{6} - \Delta x$$

$$\left(\frac{46 - \Delta y}{6}\right) \cdot \left(17 - \frac{\Delta y}{6} - \Delta x\right) + 512 \left(17 - \frac{\Delta y}{6} - \Delta x\right)$$

$\Delta x$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Delta y$	42	36	30	24	18	12	6	0
$N_{\text{мозек}}$	135	190	245	300	355	410	465	520

Если  $\Delta x > 0$   $\Delta y < 0$

$$x_1 \min = -17$$

$$x_4 \max = -\frac{90\Delta y}{6} + 17 = 29 - \frac{\Delta y}{6}$$

$$\left(19 - \frac{\Delta y}{6}\right) \cdot \left(\frac{\Delta y}{6} + 1\right) + 512 \left(18 - \frac{\Delta y}{6}\right)$$

$\Delta x$	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$\Delta y$	-6	-12	-18	-24	-30	-36	-42	-48	-54
$N_{\text{мозек}}$	135								



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

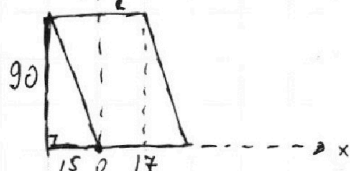
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

1. Числа считаются параллельно грани с высотой 90 и с боковыми сторонами  $y = -6x$  и  $y = -6x + 102$



$$2. 6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$$

$$6\Delta x + \Delta y = 48, \text{ где } \Delta x = x_2 - x_1, \Delta x \in [-17; 17]$$

$$\Delta y = y_2 - y_1, \Delta y \in [-90; 90].$$

3. Возьмем значения:

$\Delta x$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$\Delta y$	90	84	78	72	66	60	54	48	42	36	30	24	18	12	6	0	-6	-12	-18	-24	-30	-36	-42	-48	-54
$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

4. При  $\Delta y = 90$   $x_{1\max} = 17 - \frac{1}{6} \cdot 90 = 2$ ,  $x_{2\max} = -7 + 2 = -5$ .

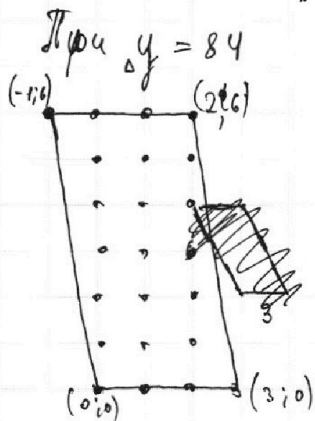
$x_{1\min} = 0$ ,  $x_{2\min} = -7$

$y_{1\max} = y_{1\min} = 0$  количество пар: 3

При  $\Delta y = 84$

$x_{1\max} = 17 - \frac{1}{6} \cdot 84 = 3$   $x_{1\min} = 0$

$y_{1\max} = 6$   $y_{1\min} = 6$



Количество пар:  $3 \cdot \frac{(x_{1\max} - x_{1\min}) \cdot (y_{1\max} - y_{1\min})}{5} + 1 \cdot \frac{(x_{1\max} - x_{1\min} + 1) \cdot (y_{1\max} - y_{1\min})}{6} = 3 \cdot \frac{3 \cdot 6}{5} + 1 \cdot \frac{4 \cdot 6}{6} = 23$

Эта формула справедлива для любой пары  $\Delta x$  и  $\Delta y$ , где  $\Delta y \geq 0, \Delta x \leq 0$

5. Преобразуем это выражение  $\frac{(17 - \frac{1}{6}\Delta y) - 0}{5} + \frac{(17 - \frac{1}{6}\Delta y + 1) \cdot (90 - \Delta y)}{6}$

Посчитаем для каждого из  $\Delta y \geq 0$  и  $\Delta x \leq 0$

$\Delta y$	90	84	78	72	66	60	54	48	42	36	30	24	18	12	6	0
Пары	3	23	33	43	53	63	73	83	93	103	113	123	133	143	153	163



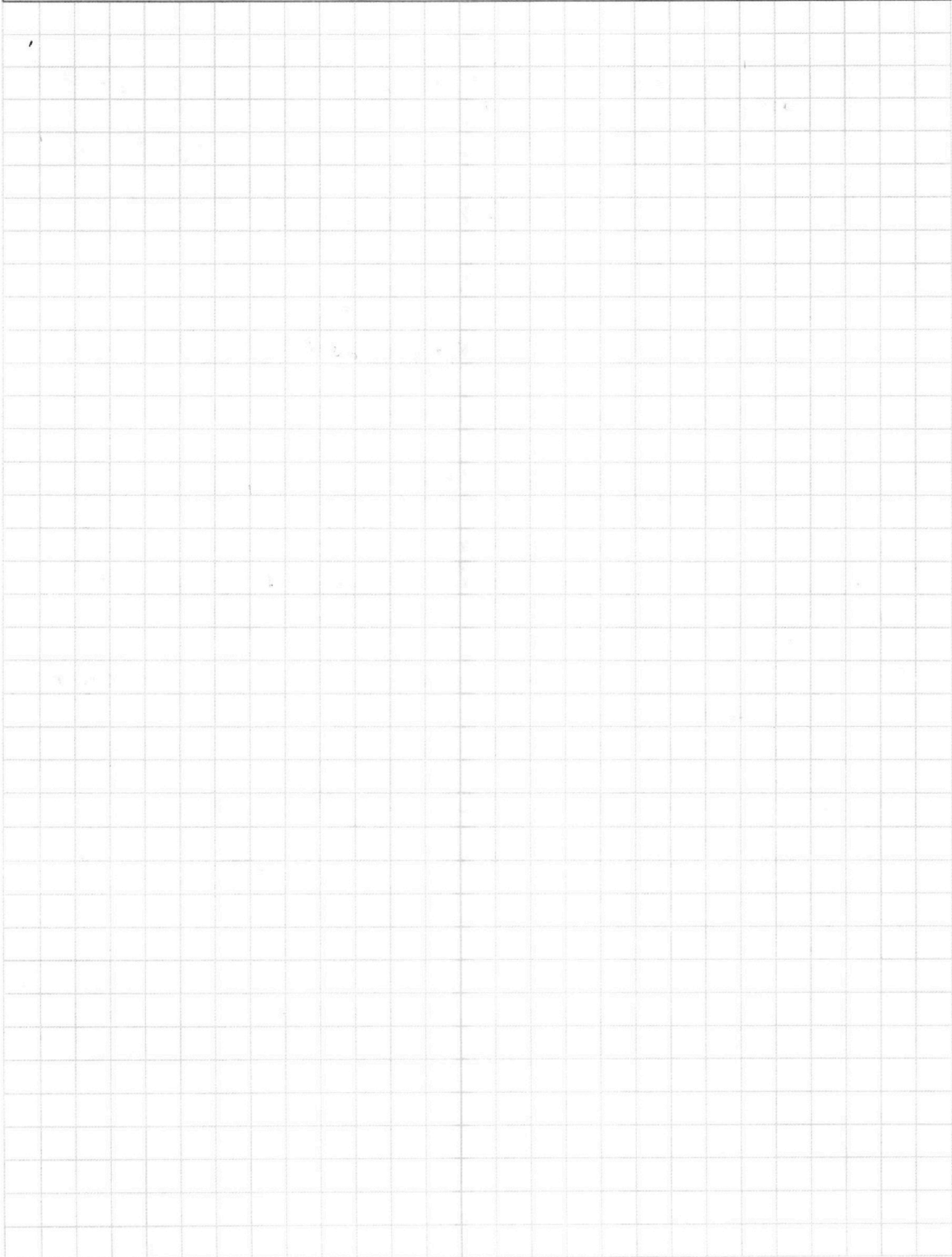
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



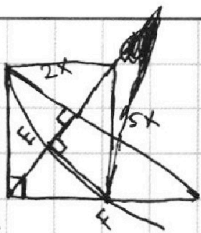
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

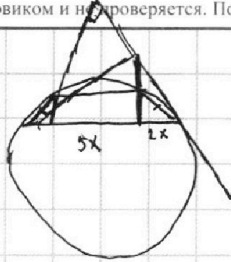
- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



- 90 + 90
- 100 + 90
- 110 + 135
- 120 + 180
- 130 + 225
- 140 + 270
- 150 + 315
- 160 + 360

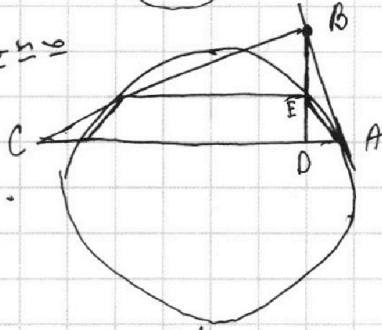


$$\log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11} 0,5y} + \frac{13}{3} \log_{11} 0,5y + 5.$$

$$\log_{11}^4(0,5y) + \frac{16}{3} \log_{11} 0,5y + 5 = 0.$$

$$\log_{11} 0,5y = -\log_{11} x.$$

$$0,5y = \frac{1}{x}.$$



$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} + \frac{2}{3 \log_{11} x} + 5 = 0.$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{16}{3 \log_{11} x} + 5 = 0.$$

$$\frac{4 \log_{11} x + \frac{16}{x \log_{11} x}}{3 \log_{11} x \log_{11} x}$$

$$\frac{\pm}{2\sqrt{2}} = \frac{2\pm}{\sqrt{32}} =$$

$$= \frac{5y}{8} - 1 = \sqrt{1 - \frac{16}{12}} =$$

$$\frac{5}{\pm} = \pm 4 - \frac{16}{3\pm} + 5$$

$$= \frac{5y}{\pm} = \cos y = \pm 4 - \frac{16}{3\pm} + 5$$

$$2z = 2s - \left(\frac{\pm}{\sqrt{5}}\right) \frac{12t^5 + 16}{3t^2} = 0.$$

$$t^5 = -\frac{16}{12},$$

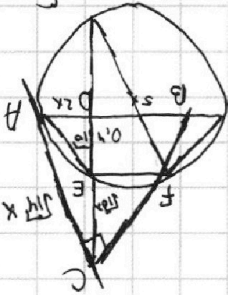
$$t = \sqrt[5]{-\frac{16}{12}}.$$

$$40 + 45 = 85$$

$$20 \cdot 2 + 5 \cdot 19 = 85$$

$$\frac{45}{22} = \frac{5y}{8} - 1$$

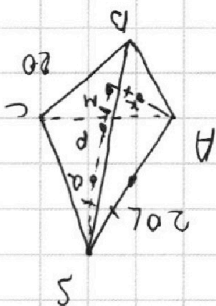
$$\frac{18}{5y} = \frac{5}{\pm} = \frac{\pm}{5y}$$



$$\frac{\pm}{5y} = x$$

$$a = 14 \sqrt{10}$$

$$h = 14$$



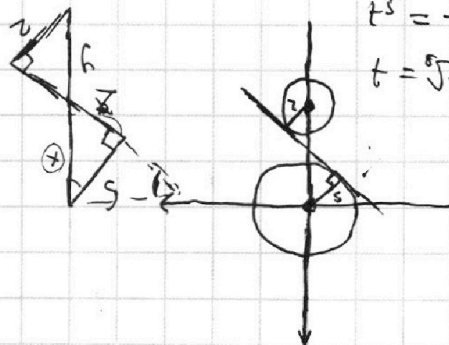
$$R_1 \cdot 2 = x$$

$$2x = 5y$$

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{2}$$

$$y = R + x$$

$$y = \frac{a}{9 + 5x} =$$





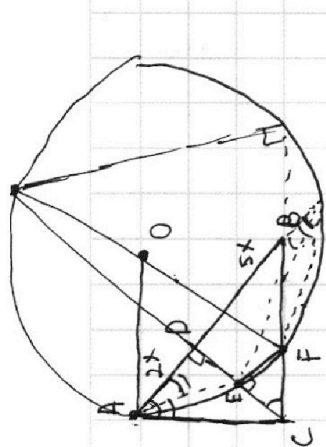
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

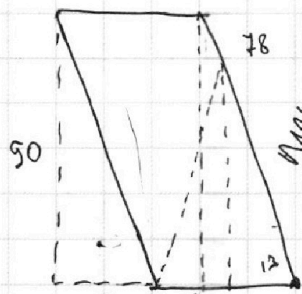


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AD}{BD}$$

$$\frac{S_{AOD}}{S_{COB}} = \frac{S_{AOD}}{S_{COB}}$$



$$\Delta x =$$

$$17x = 90$$

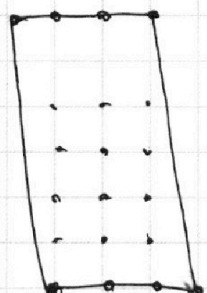
$$6 \Delta x + 5y = 48$$

$$\Delta y_{\max} = 90$$

$$\Delta y_{\min} = -90$$

$$\Delta x_{\max} = 17$$

$$\Delta x_{\min} = -17$$



$$\frac{S_{AOD}}{S_{COB}} =$$

$$(17-8)(6n-1) + (18-8) \cdot 8$$

$$80 - 9 \cdot 71$$

$\Delta x$	$\Delta y$
1) -7	90
2) -6	84
3) -5	78
4) -4	72
-3	66
-2	60
-1	54
0	48
1	42
2	36
3	30
4	24
5	18
6	12
7	6
8	0
9	-6
10	-12
11	-18
12	-24
13	-30
14	-36
15	-42
16	-48
17	-54

$2x + 9y = 13$   
 $5x + 9y = 6$   
 $5x + 9y = 6$

- $(17-15) \cdot 5 \cdot 0 + (18-15) \cdot \frac{36-30}{5}$
- $2 \cdot 5 \cdot 0 + 3 \cdot 1$
- $3 \cdot 5 \cdot 1 + 4 \cdot 2$
- $4 \cdot 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3$
- $5 \cdot 5 \cdot 3 + 6 \cdot 4$
- $6 \cdot 5 \cdot 4 + 7 \cdot 5$
- $7 \cdot 5 \cdot 5 + 8 \cdot 6$
- $8 \cdot 5 \cdot 6 + 9 \cdot 7$
- $9 \cdot 5 \cdot 7 + 10 \cdot 8$

$$90 \cdot 17 = 75 + 24$$

$$48 + 175$$

$$(17-8)(6n-1) + (18-8) \cdot 7$$

$$8(6n-1) + 70 = 7$$

$$6n-1 = -\frac{63}{6} = -10.5$$

$$9 \cdot 44 + 10 \cdot 8 = 80 + 396 = 474$$

$$8 \cdot 35 + 9 \cdot 7 = 63 + 270 = 333$$

$$7 \cdot 29 + 8 \cdot 6 = 48 + 203$$

$$6 \cdot 23 + 7 \cdot 5 = 35$$

$$138 + 35$$

$$4 \cdot 11 + 5 \cdot 3$$

$$5 \cdot 17 + 6 \cdot 4 = 24 + 85$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_2 = \frac{17}{2}$$

$$y_2 = 4$$

$$z_2 = 16$$

$$2z_3 + 11 = 49 \quad 38$$

$$z_3 = 19$$

~~$$x_3 = 9$$~~  
~~$$y_3 = 12$$~~

$$\sin x - \cos y =$$

$$\frac{5\pi}{10} - \frac{9\pi}{10}$$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = -\frac{2}{3} \log_{11} 11 - 5$$

$$2x + 2y_3 = 32$$

$$y_3 = 2$$

$$\log_{11}^4 x - 6$$

$$\frac{1}{\log_{11} x} + \frac{2}{3} \log_{11} x + 5 = 0$$

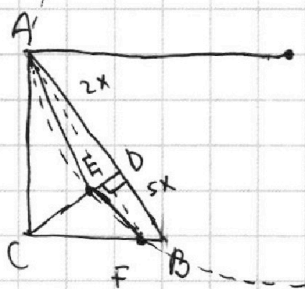
$$x_3 = 9$$

$$z_3 = 19$$

$$t^4 - \frac{6}{t} + \frac{2}{3t} + 5 = 0$$

$$9 + 9 + 4$$

$$3t^5 - 18 + 2 + 15t = 0$$



$$3t^5 + 15t - 16 = 0$$

$$11 + 15 + 28 = 26$$

$$\frac{2x}{5} + \frac{\pi}{5} = \pi k$$

$$9 + 2 = 11$$

$$2x + \pi = 5\pi k$$

$$2z_3 + 11 = 41$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi k}{2}$$

$$z_3 = 15$$

$$3x - \pi = \frac{5\pi}{2} + 5\pi n$$

$$x_3 = 13$$

$$3x = \frac{7\pi}{2} + 5\pi n$$

$$y_3 = 0$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3}$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{9\pi}{10} - \frac{2x}{10}\right)$$

$$\frac{1}{2} = \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x+y}{2}$$

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) \in [0; \pi]$$

$$10 \arccos(\sin x) \in [0; 10\pi]$$

$$\sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{6} = \frac{2}{3} \sin \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{6} =$$

$$\sin x + \cos y = \frac{1}{2} \sin(x)$$

$$= 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$9\pi - 2x \in [0; 10\pi]$$

$$-\frac{\pi}{2}; 2\pi; 4,5\pi$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right]$$

$$\frac{7\pi}{6} - \frac{10\pi}{6} - \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{27\pi}{6} = \frac{9\pi}{2}$$

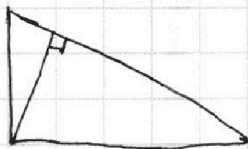
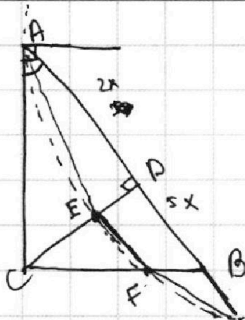
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

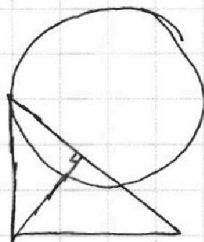
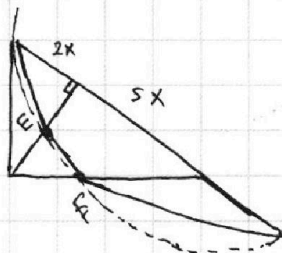


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{10}x^2$$

$$2x \cdot 5x$$



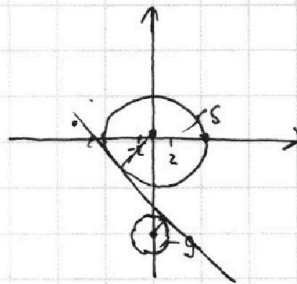
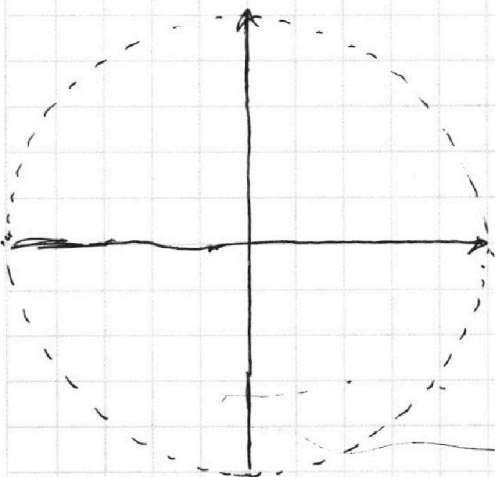
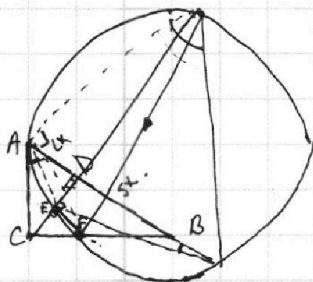
$$AC^2 = CF \cdot \dots$$

$$x^2 + (y+s)^2$$

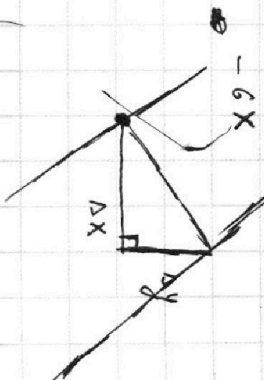
$$x = \frac{b}{5}$$

$$a = 0$$

$$\frac{b}{5} e \begin{pmatrix} -5i - 2j \\ 2i \end{pmatrix}$$



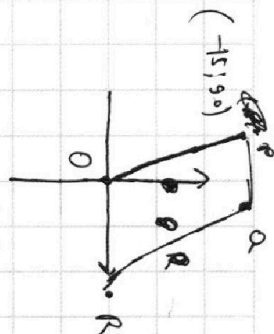
$$Q = kTj$$



$$\Delta X_{\max} = 17$$

$$\Delta Y_{\max} = 80$$

$$6(0k) + \Delta y = 48$$



0.78