



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

Пусть $a = 2^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \cdot 5^{\gamma} \cdot d$ $a, b, c, d, e, f, g,$

$$b = 2^{\lambda} \cdot 3^{\mu} \cdot 5^{\nu} \cdot \beta$$
 $u, k \in \mathbb{N}$

$$c = 2^{\rho} \cdot 3^{\sigma} \cdot 5^{\tau} \cdot \delta$$
 $d = \beta = \delta = 1$

"2":

$$a + d \geq 7$$

$$d + g \geq 13$$

$$a + g \geq 14$$

$$2(a + d + g) \geq 34$$

$$a + d + g \geq 17$$

$$a + d + g = 17$$

"3":

$$b + e \geq 14$$

$$e + h \geq 15$$

$$b + h \geq 12$$

$$2(b + e + h) \geq 43$$

$$b + e + h \geq \frac{43}{2}$$

$$b + e + h = 22$$

"5":

$$c + f \geq 14$$

$$f + k \geq 18$$

$$c + k \geq 43$$

$$2(f + c + k) \geq 75$$

$$f + c + k \geq \frac{75}{2}$$

$$f + c + k = 38$$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

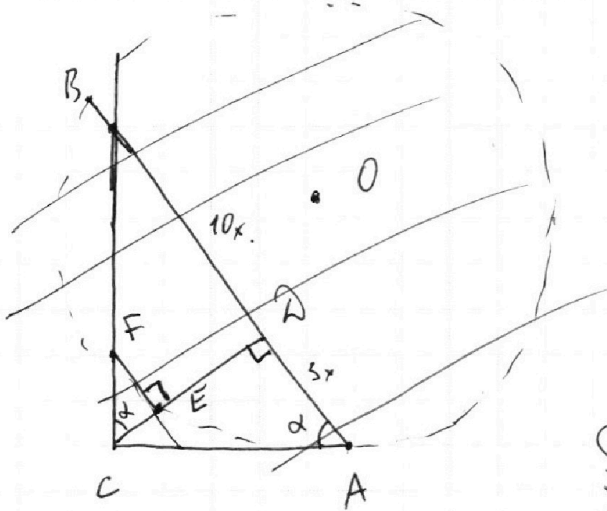
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~FE || AB~~

~~FE ⊥ CD~~

~~ΔACD ∼ ΔADC:~~

~~AE = AB · AD =~~

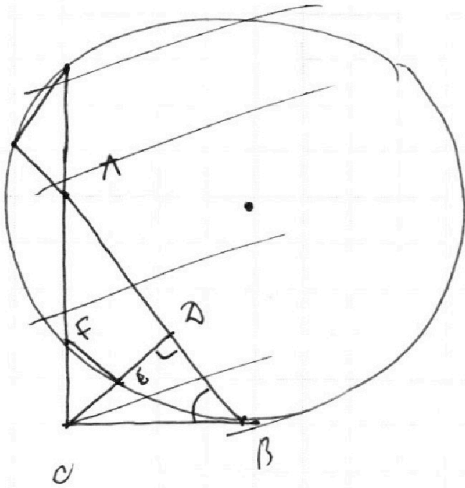
$$\begin{aligned}
 S_{ACD} &= \frac{1}{2} AC \cdot AD \cdot \sin \alpha \\
 S_{CEF} &= \frac{1}{2} CF \cdot CE \cdot \sin \alpha
 \end{aligned}$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{13}{10}$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{13}{7}$$

$$\frac{AC \cdot AD}{CF \cdot CE} = k^2$$

$$\left(\text{и, к } \frac{AC}{CF} = \frac{AD}{CE} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

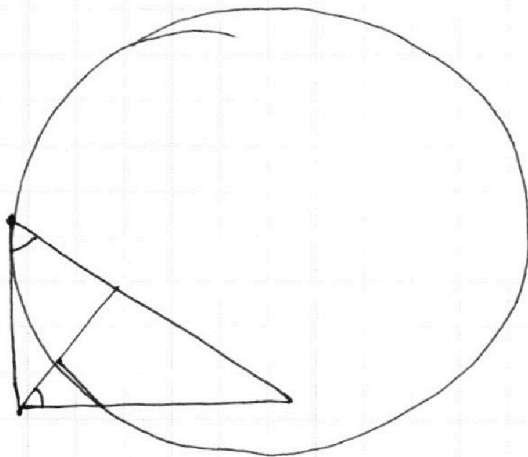
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = \sqrt{10} -$$



$$AB \parallel EF$$

$$\frac{AB}{BA} = \frac{13}{10}$$

$\triangle CAB \sim \triangle ACD \sim \triangle ABC$
(по 2м углам)

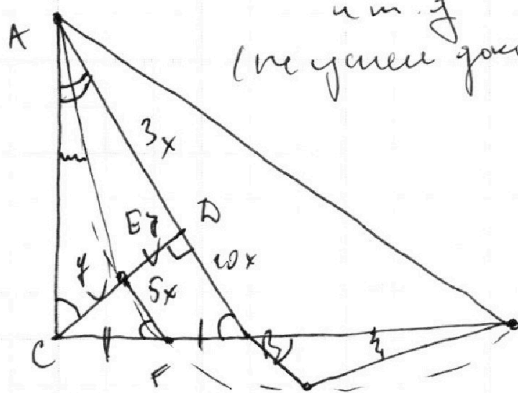
$$CF = FB$$

Из равенств
углов, сторон \rightarrow

и т.д.
(не уместно доказывать)

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{DC \cdot AD}{CE \cdot EF} =$$

$$= \frac{2y \cdot 3x}{5x \cdot y} = \frac{6}{5} = 1,2$$



Ответ: 1,2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

~~$0 \leq \arccos \leq \pi$~~
 ~~$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$~~

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

$$\begin{cases} 0 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq \pi & (1) \\ -1 \leq \sin x \leq 1 & (2) \end{cases}$$

(2): $x \in \mathbb{R}$

$$\cos(\arccos(\sin x)) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{10} - \frac{x}{5}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5} - \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{5} - \frac{x}{5}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{5} - \frac{x}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \pi - \left(\frac{\pi}{5} - \frac{x}{5}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{6x}{5} = \frac{\pi}{5} + 2\pi k \quad | \cdot 5$$

$$6x = \pi + 10\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{10\pi k}{6}$$

(1):

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq 5\pi$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$n=0: \frac{\pi}{6}$$

$$n=-1: \frac{\pi}{6} - \frac{10\pi}{6} = -\frac{9\pi}{6} = -\frac{3\pi}{2}$$

при $k > 1$ и $k < -1$
решения не найд.

$$n=1: \frac{11\pi}{6}$$

при $n > 1$ и $n < -1$ реш.
не существуют.

$$n=2: \frac{\pi}{6} + \frac{20\pi}{6} = \frac{21\pi}{6} = \frac{7\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, \pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{21}{5}$$

при углах Бюлье две кривые будут пересекаться

макс. 2 раза. (на рис. показано).

$$y = \left(-\frac{1}{3a}\right) x + \frac{7b}{3a}$$

$$\frac{1}{3a} = \frac{21}{5} : a = \frac{5}{63}$$

Ответ: $a \in \left(-\frac{5}{63}; 0\right) \cup \left(0; \frac{5}{63}\right)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{9 - \left(\frac{21}{5}\right)^2} = 21 - 4 - \left(\frac{21}{5} - 7\right)^2$$

$$9 - \left(\frac{21}{5}\right)^2 = 4 - \left(\frac{21}{5}\right)^2$$

$$9 = \left(\frac{21}{5}\right)^2 - \left(\frac{21}{5}\right)^2 + 2 \cdot \frac{21}{5} \cdot 7 + 4 \cdot 7^2$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 4 \quad ; \quad x^2 + y^2 = 9$$

$$y^2 = 4 - (x+7)^2$$

$$y = \sqrt{4 - (x+7)^2}$$

$$y' = -2(x+7) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{4 - (x+7)^2}}$$

$$y^2 = 9 - x^2$$

$$y = \sqrt{9 - x^2}$$

$$y' = -2x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{9 - x^2}}$$

$$\frac{x+7}{\sqrt{4 - (x+7)^2}} = \frac{x}{\sqrt{9 - x^2}}$$

$$\frac{(x+7)^2}{4 - (x+7)^2} = \frac{x^2}{9 - x^2}; \quad (x+7)^2 \cdot 9 - (x+7)^2 \cdot x^2 = 4x^2 - x^2(x+7)^2$$

$$4x^2 = 9x^2 + 14 \cdot 9x + 49 \cdot 9$$

$$5x^2 + 14 \cdot 9x + 49 \cdot 9 = 0$$

$$D = (14 \cdot 9)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 49 \cdot 9 = 14^2 (9^2 - 4 \cdot 5) = 14^2 \cdot 36 = 44 \cdot 6$$

$$x = \frac{-14 \cdot 9 \pm 14 \cdot 6}{10} = \left[\begin{array}{l} \frac{-14 \cdot 9}{10} = -7 \cdot 3 = -21 \\ \frac{-14 \cdot 3}{10} = -\frac{21}{5} \end{array} \right]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Образим точки с мин. макс по y коорд.

~~$y_1^2 = 9 - x^2$
 $y_1 = \sqrt{9 - x^2}$
 $y_1' = \frac{-2x \cdot 1}{2\sqrt{9 - x^2}}$~~

~~$y_2^2 = 4 - (x - 7)^2$
 $y_2 = \sqrt{4 - (x - 7)^2}$
 $y_2' = \frac{-2(x - 7) \cdot 1}{2\sqrt{4 - (x - 7)^2}}$~~

~~$y_1' = k$~~

~~$y_1' = y_2'$ $\frac{x}{\sqrt{9 - x^2}} = \frac{x + 7}{4 - (x + 7)^2}$~~

~~$\frac{x^2}{9 - x^2} = \frac{(x + 7)^2}{4 - (x + 7)^2}$; $4x^2 - x^2(x + 7)^2 = (9 - x^2)(x + 7)^2$
 $4x^2 - x^2(x^2 + 14x + 49) = (9 - x^2)(x^2 + 14x + 49)$~~

~~$4x^2 = x^4 - 14x^3 - 49x^2 = 9x^2 + 14 \cdot 9x + 49 \cdot 9 - x^4 - 14x^3 - 49x^2$~~

~~$5x^2 + 14 \cdot 9x + 49 \cdot 9 = 0$~~

~~$D = (14 \cdot 9)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 49 \cdot 9 = (14 \cdot 9)^2 - 14^2 \cdot 5 \cdot 9 =$
 $= 14^2(9^2 - 5 \cdot 9) = 14^2 \cdot 36 = 14^2 \cdot 6^2$~~

~~$x = \frac{-14 \cdot 9 \pm 14 \cdot 6}{10} = \left[\begin{array}{l} \frac{-14 \cdot 15}{20} = -21 \\ \frac{14 \cdot 3}{20} = -\frac{21}{5} \end{array} \right.$~~

найдены;

~~$\pi y_0 = -21 x_0 \in \mathbb{R}$. Попробовать координаты.~~

~~$x_0^2 + y_0^2 = 9$~~

~~$k_2 = y_1' = \frac{-x}{\sqrt{9 - x^2}}$~~

~~$y_0 = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 & (1) \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2): (x^2 + 14x + 49 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0.$$

$$((x+7)^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0$$

$$(x+7)^2 + y^2 - 4 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + y^2 - 9 = 0$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 4$$

уравнение окружности,
вершина которой
 $x_0 = -7, y_0 = 0$.

радиус $r_1 = 2$

$$x^2 + y^2 = 9$$

уравнение окружности,
вершина которой
 $x_0 = 0, y_0 = 0$

радиус $r_2 = 3$

(1) - представим
из себя уравнение
прямой.

Система имеет 4 решения
тогда, когда прямая (1)
перескажет каждую окр.
в 2х точках.

$$a = 0:$$

$$x = 7b.$$

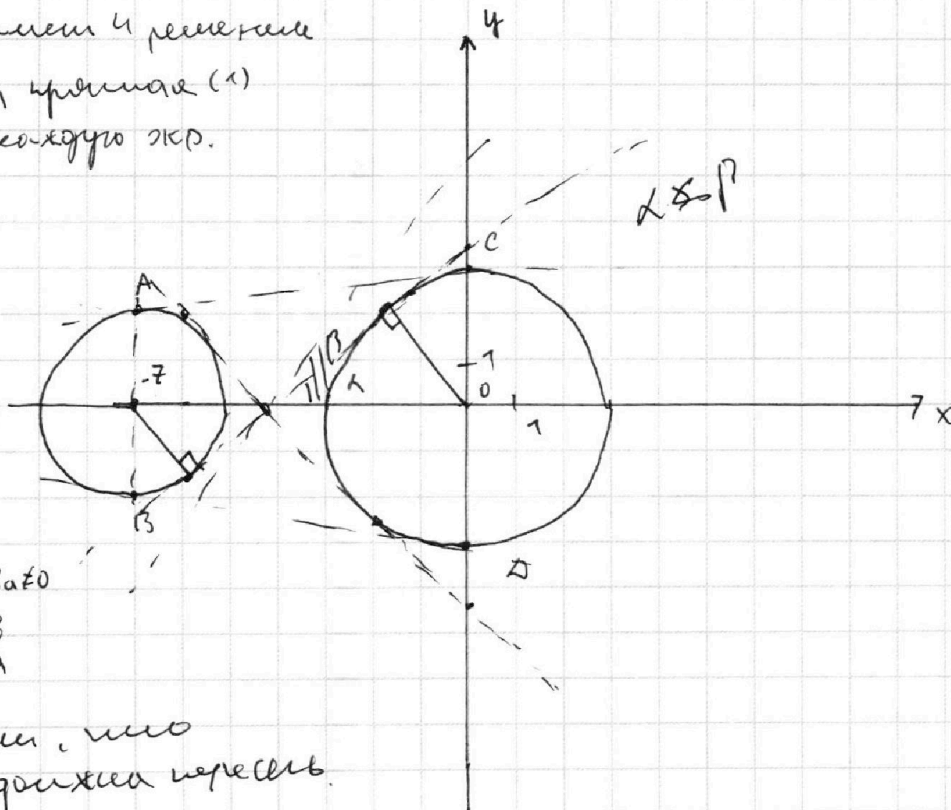
верт. прямая
макс. 2 р-и.

$$a \neq 0:$$

$$3ay = -x + 7b \quad | : 3a \neq 0$$

$$y = -\frac{1}{3a} \cdot x + \frac{7b}{3a}$$

Мы хотим, чтоб
прямая пересекала
обе окружности
в двух точках



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7(6xy) = 0$$

$$\text{или } A = 0$$

$$6xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

$$\text{Пусть } \log_7 6x = a$$

$$\log_7 y = b$$

$$4 + a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 = 0$$

$$a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 = -4$$

$$(a+b)(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3) - ab(a+b) = -4$$

$$(a+b)(a^2(a-b) + b^2(a-b)) - a^3b + a^2b^2 - ab^3$$

$$(a+b)(a-b)(a^2+b^2) - ab(a^2+b^2 - ab) = -4$$

$$(a+b)(a-b)(a^2+b^2) - ab \frac{a^3+b^3}{a+b} = -4 \quad | : (a+b)$$

$$(a+b)^2(a-b)(a^2+b^2) - ab(a^2+b^2) + 4(a+b) = 0$$

$$(a+b)$$

$$\text{Пусть } xy = A > 0, \quad x = \frac{A}{y}$$

$$\log_7 \frac{A^4}{y^4} = \log_7 A^4 - \log_7 y^4$$

$$\frac{a^4 + b^4}{a+b} = -4$$

$$a^4 + b^4 = -4(a+b)$$

$$a^4 + 4a + b^4 + 4b = 0$$

или, или.

Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2 49} 7 - 4 \quad (1)$$

$$\begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ y > 0, y \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_7^4(y) + 6 \log_y 7 = \log_y^2(7^5) - 4 \quad (2)$$

$$6x = t$$

(1):

$$\log_7^4 t - 2 \log_t 7 = \frac{3}{2} \log_t 7 - 4$$

$$\log_7^4 t - \frac{7}{2} \log_t 7 + 4 = 0$$

$$\log_7^4 t - \frac{7}{2 \log_7 t} + 4 = 0 \quad | \cdot 2 \log_7 t \neq 0$$

$$2 \log_7^5 t + 8 \log_7 t - 7 = 0 \quad (3)$$

$$2 \log_7^5 6x + 8 \log_7 6x - 7 = 0$$

$$(2): \log_7^4(y) + 6 \log_y 7 =$$

$$= \log_y^2(7^5) - 4$$

$$\log_7^4(y) + 6 \log_y 7 =$$

$$= \frac{5}{2} \log_y 7 - 4$$

$$\log_7^4(y) + \frac{7}{2} \log_y 7 + 4 = 0$$

$$\log_7^4(y) + \frac{7}{2 \log_7 y} + 4 = 0 \quad | \cdot (\log_7 y)^2$$

$$2 \log_7^5(y) + 8 \log_7 y + 7 = 0 \quad (4)$$

(3) + (4):

$$2 \log_7^5 6x + 8 \log_7 6x + 2 \log_7^5(y) + 8 \log_7 y = 0 \quad | : 2$$

$$4(\log_7 6x + \log_7 y) + \log_7^5 6x + \log_7^5 y = 0$$

$$4 \cdot \log_7(6xy) + \log_7^5 6x + \log_7^5 y = 0$$

$$4 \log_7(6xy) + (\log_7 6x + \log_7 y) (\log_7^4 6x - \log_7^3 6x \cdot \log_7 y + \log_7^2 6x \cdot \log_7^2 y -$$

$$- \log_7^3 6x \cdot \log_7^3 y + \log_7^4 y) = 0$$

A (все слагаемые)
||

$$\log_7(6xy) (4 + \log_7^3 6x - \log_7^2 6x \cdot \log_7 y + \log_7 6x \cdot \log_7^2 y - \log_7^2 6x \cdot \log_7^2 y + \log_7^4 y)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$b \geq 0, \quad b \leq 40, \quad b = |y_1 - y_2|$$

$$a \geq 0, \quad a \leq 10, \quad a = |x_1 - x_2|$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

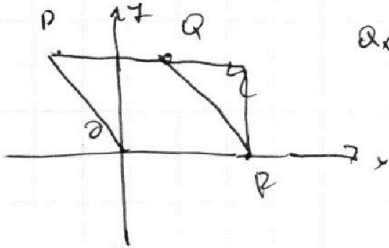
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$P(-17, 68), Q(2, 68), R(19, 0)$ $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{Z}$

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$



$$\begin{aligned} a_x = PR &= \sqrt{(-17-19)^2 + 68^2} = \sqrt{36^2 + 68^2} = \\ &= \sqrt{4^2 \cdot 9^2 + 4^2 \cdot 17^2} = 4 \sqrt{9^2 + 17^2} = \\ &= 4 \sqrt{81 + 289} = 4 \sqrt{370} < \\ &< 4 \cdot 20 = 80 \end{aligned}$$

$$4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 40$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \leq a_x^2$$

$\begin{matrix} a \geq 0 & b \geq 0 \end{matrix}$

$$\begin{cases} 4a + b = 40 \\ a^2 + b^2 \leq 80^2 \end{cases}$$

$$b = 40 - 4a$$

$$a^2 + (40 - 4a)^2 \leq 80^2$$

$$a^2 + 16a^2 + 320a + 40^2 - 80^2 \leq 0$$

$$17a^2 + 320a + (40 - 80)(40 + 80) \leq 0$$

$$17a^2 + 320a - 40 \cdot 120 \leq 0$$

$$\begin{aligned} D &= 320^2 + 4 \cdot 17 \cdot 4800 = 10^2 \cdot 2^2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 3 \cdot 10^2 = \\ &= 10^2 (16^2 \cdot 2^2 + 4 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 3) = 10^2 (1024 + 3264) = \\ &= 10^2 (4288) \end{aligned}$$

$$= 10^2 (4288)$$

$$a \leq \frac{-320 \pm 10 \sqrt{4288}}{34}$$

$$\begin{aligned} a &\leq \frac{-320 + 10 \cdot 66}{34} = \\ &= \frac{340}{34} = 10 \end{aligned}$$

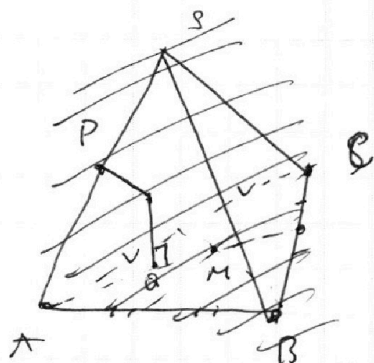
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



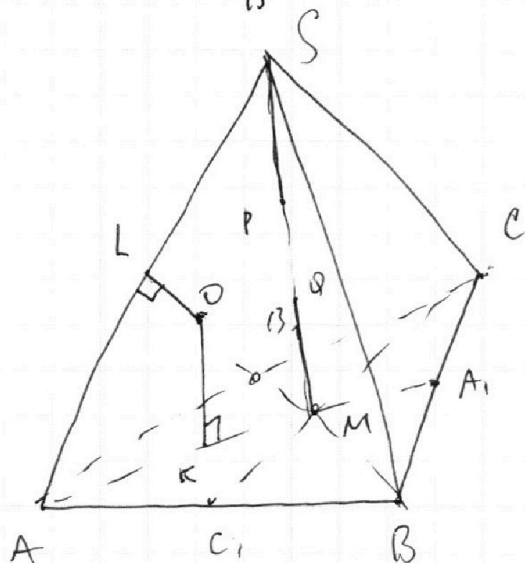
$$SA = BC = 10$$

$$S_{\text{пл. ABC}} = 60, \quad SP = MQ.$$

Точка касания лежит
на AM

↓
перпендикуляр из центра

$$LO = OK$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

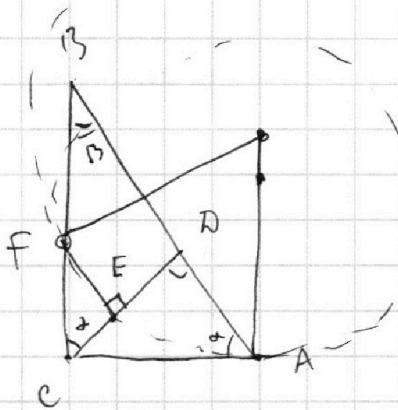
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНОВИК



$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = ?$$

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{1} \cdot \frac{13}{10}$$

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

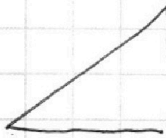
$$\begin{aligned} a^2 - a^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta &= a^2 \sin^2 \theta = -4 \\ a^2 \sin^2 \theta &= -4 \\ a^2 \sin^2 \theta &= -4 \end{aligned}$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\sin x = \cos \left(\frac{3\pi}{2} + x \right)$$

$$\begin{cases} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ 0 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq \pi \end{cases}$$



$$\begin{aligned} 5\pi - \frac{3\pi}{2} \\ = \frac{10\pi - 3\pi}{2} \\ = \frac{7\pi}{2} \end{aligned}$$

a, b, c

$$ab : 2 \cdot 3 \cdot 5$$

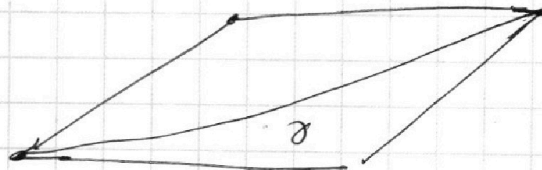
$$bc : 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$ac : 2 \cdot 3 \cdot 5$$

abc

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ a^2 + b^2 &= c^2 \\ a + b &= c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z^2 &= (x^2 - y^2) + (y^2 - x^2) \\ 0z &= (x^2 - y^2) + (y^2 - x^2) \\ 0z &= x^2 - y^2 + y^2 - x^2 \end{aligned}$$



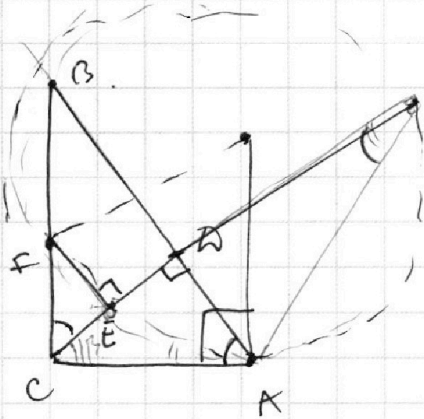
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{FC}{CE} = \frac{CB}{CA}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC^2 = AB \cdot AD$$

$AD \parallel EF$

$$\frac{AB}{BA} = 1,3 = \frac{13}{10}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{AD \cdot AC}{CE \cdot CF} = \frac{AD}{CE}$$

$$\sqrt{42 \cdot 24}$$

$$\frac{AD \cdot AC}{CE \cdot CF} = \frac{42 \cdot 24}{42 \cdot 24} = 1$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{\frac{1}{2} AD \cdot AC \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2} CE \cdot CF \cdot \sin \alpha} = \frac{AD \cdot AC}{CE \cdot CF}$$

$$a^4 + b^4 = (a^2 - a^2b + a^2b^2 - a^2b^3) + (a^2b^3 + a^2b^2 - a^2b + a^2)$$

$$\frac{AB}{BA} = \frac{13}{10}$$

$$AC^2 = \frac{13}{10} BD^2 \Rightarrow AC = \frac{13}{10} BD$$

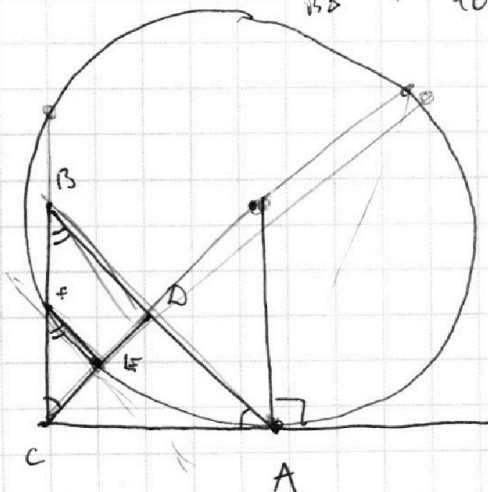
$$\frac{AB}{BA} = 1,3 = \frac{13}{10}$$

$$\frac{FE}{BE} = \frac{FC}{AB}$$

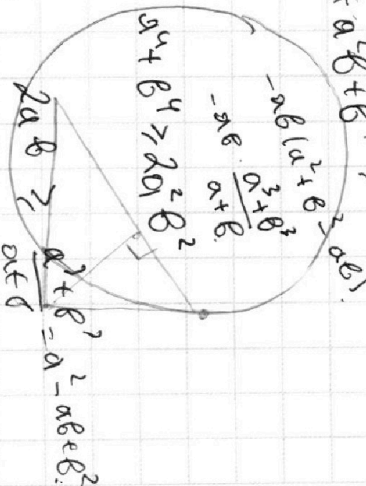
$$\frac{FE}{BE} = \frac{FC}{AB}$$

$$a^4 + b^4 > 0 \quad a^2c^2 > 0$$

$$a^4 + a^2b^2 + b^4 - a^2b^2 - a^2b^2 = 0$$



$$a^2 + b^2 \leq c^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x}^{343} - 4$$

$$\frac{343}{28} = \frac{7^3}{6^2}$$

$$\log_7^4(y) + 6 \log_y 7 = \log_y^2(7^5) - 4$$

$$\frac{7^3}{9^2} = \frac{7^3}{9^2}$$

$$\log_7^4(t) - 2 \log_t 7 = \log_t^2$$

$$\frac{7^3}{9^2} = \frac{7^3}{9^2}$$

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = 3 \log_{6x}^2 7 - 4$$

$$\frac{7^3}{9^2} = \frac{7^3}{9^2}$$

$$\log_7^4(y) + 6 \log_y 7 = 5 \log_y^2 7 - 4$$

$$\frac{7^3}{9^2} = \frac{7^3}{9^2}$$

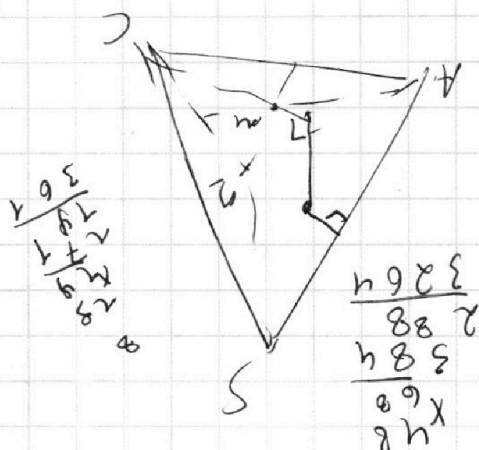
$$\log_7^4(y) + 6 \log_y 7 = \frac{5}{2} \log_y^2 7 - 4$$

$$\log_7^4(y) + \frac{7}{2} \log_y^2 7 + 4 = 0$$

$$2 \log_7^4(y) + 7 \log_y^2 7 + 8 = 0$$

$$2 \log_7^5(y) + 8 \log_7^4(y) + 7 = 0$$

$$2t^5 + 8t + 7 = 0$$



$$a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) =$$

$$= a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + ab^4 + a^4b - a^3b^2 + a^2b^3 - ab^4 + b^5 =$$

$$\begin{matrix} h & b \\ h & \pm v \\ h & \pm v \\ h & \pm v \end{matrix}$$

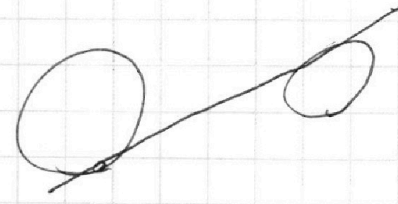
$$\frac{h \pm v}{h \pm v} = 1$$

$$\frac{a^5}{9^2} = \frac{a^5}{9^2}$$

$$\frac{a^5}{9^2} = \frac{a^5}{9^2}$$

±2

$$\frac{a^5}{9^2} = \frac{a^5}{9^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновики

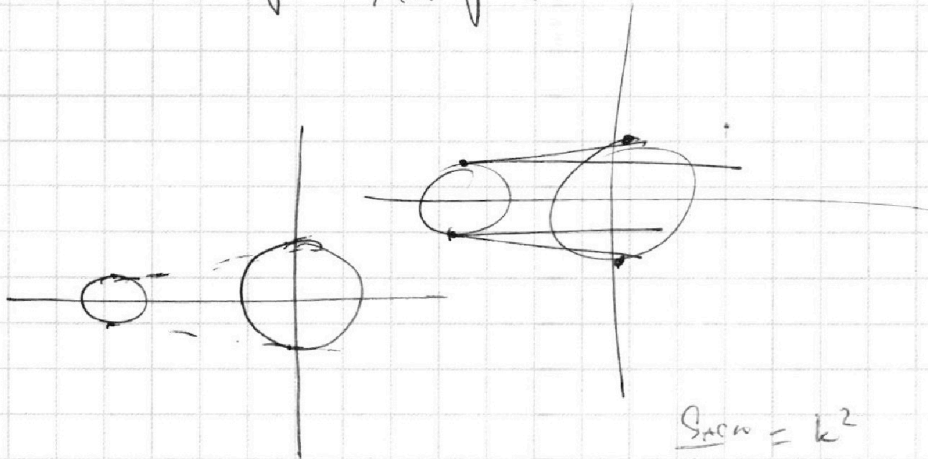
21
5

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 4y)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

BC: 2, 1, 5
AB: 2, 1, 5
AC: 2, 1, 5
b=1, c=2, a=5

$$(x^2 + 14x + 4y + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0$$

2, 1, 5
a + b = 2



$$\frac{S_{ACB}}{S_{CEF}} = k^2$$

a =
a · b

$$\frac{EF}{AC} \left(\frac{CA}{EF} \right)^2 = \left(\frac{AC}{EF} \right)^2 \quad \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 5}$$

AB = 13
BC = 16

ab: 2⁷ 3¹¹ 5¹⁴

~~2¹⁴ 3¹⁷~~

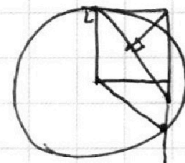
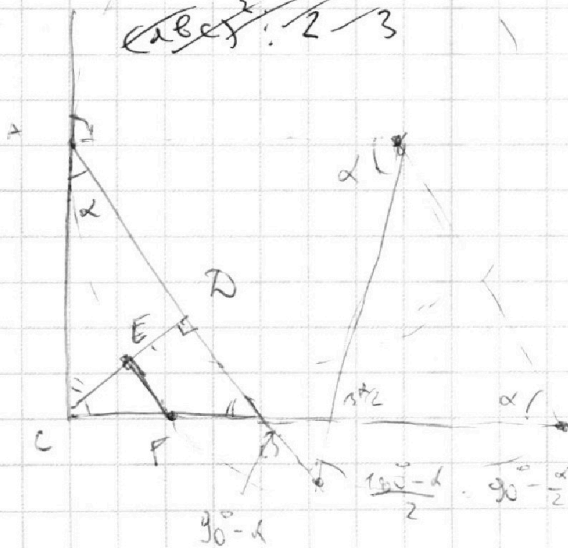
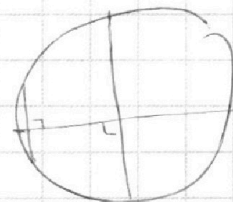
bc: 2¹³ 3¹⁰ 5¹⁸

~~b = 2⁷ 3¹¹ 5¹⁴~~

ac: 2¹⁴ 3¹⁷ 5¹⁷

ab =

~~ab = 2¹⁴ 3¹⁷~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!