



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^8 3^{14} 5^{12}, bc : 2^{12} 3^{20} 5^{15}, ac : 2^{14} 3^{27} 5^{39}$$

Пусть $a : 2^x$, тогда $b : 2^{8-x}$, $c : 2^{14-(8-x)} = 2^{6+x}$
 $c : 2^{14-x}$, тогда $14-x = 6+x \Rightarrow x = 5$

Проверим сами $a : 2^5, b : 2^3$ то $ab : 2^8$,
 $c : 2^9$ тогда $bc : 2^{12}, ac : 2^{14}$ - верно!

Пусть $a : 3^y$, тогда $b : 3^{14-y}$, $c : 3^{27-(14-y)} = 3^{13+y}$
 $c : 3^{27-y}$, тогда $27-y = 13+y \Rightarrow y = 15$

т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, то рассм. $\frac{y}{2}$ или $\frac{y}{3}$, значит $y \in \mathbb{N}$, получим:

При $y = 2$: $a : 3^2 \Rightarrow b : 3^{12} \Rightarrow c : 3^{25} \Rightarrow abc : 3^{39}$, а необходимо $abc : 3^{39}$ - верно!
 Проверим: $a : 3^2, b : 3^{12}, c : 3^{25} \Rightarrow abc : 3^{39}$ - верно!

При $y = 3$: $a : 3^3, b : 3^{11}, c : 3^{24} \Rightarrow abc : 3^{38}$ - не подходит

Пусть $a : 5^z$, тогда $b : 5^{12-z}$, $c : 5^{15-(12-z)} = 5^{3+z}$

$c : 5^{15-z}$, тогда $3z - z = 5 + z \Rightarrow 3z = 2z + 5 \Rightarrow z = 5$
 Проверим: $a : 5^5 \Rightarrow b : 5^7 \Rightarrow c : 5^{10} \Rightarrow abc : 5^{22}$,
 $ab : 5^{12}$ (удовлет.) $bc : 5^{17}$ (удовлет.)

Итого $abc = 2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ - мин. возм. произв.

Ответ $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

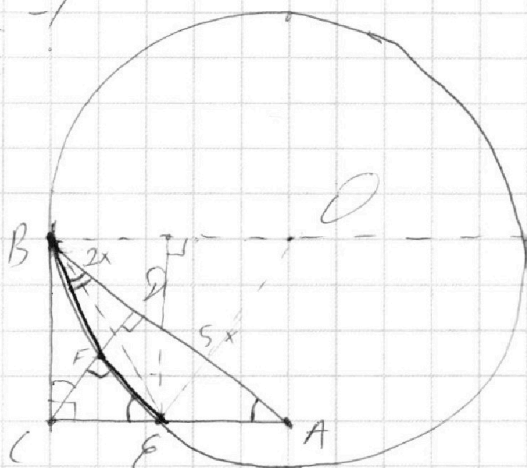
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$S_{ABC} \rightarrow$
 S_{CFE}



1) Пусть $AD = 5x$, тогда $BD = 2x$

2) $ABFE \sim \triangle ABC$

т.к. $FE \parallel AB$ и $AB \perp DC$,
то $FE \perp DC \Rightarrow \angle CFE = 90^\circ$

3) $\triangle ABC \sim \triangle CFE$
 $CB^2 = CE \cdot CA$

4) $CD = \sqrt{BD \cdot AD}$ т.к. $AB \perp CD$
 $CD \perp AB$ - высота в $\triangle ABC$
в $\triangle ABC$ - CD

$$CD = \sqrt{2x \cdot 10x} = 2\sqrt{5}x$$

5) Пусть O - центр окружности, тогда $OB \perp BC$ по свойству касательной к окружности.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CD \cdot AB; \quad S_{CFE} = \frac{1}{2} CF \cdot FE$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CFE}} = \frac{CD \cdot AB}{CF \cdot FE} = \frac{\triangle CFE \sim \triangle CDA \text{ по 2 уг. } \angle A}{\triangle CFE \sim \triangle CDA \text{ по 2 уг. } \angle A}$$

$$\text{по 2 уг. } \angle C = \angle C, \quad \angle CFE = \angle CDA = 90^\circ$$

$$\text{по 2 уг. } \frac{CF}{CA} = \frac{CE}{CD} = \frac{FE}{DA}, \text{ тогда } \frac{S_{ABC}}{S_{CFE}} = \frac{AB \cdot AD}{FE \cdot FE} = \frac{45x^2}{FE^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \sin(\cos x) = 2 - 2x$$

$$\sin(\cos x) = \sqrt{2 - x^2}, \text{ при } x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$$

$$\sqrt{2 - x^2} = 2 - 2x, \text{ т.к. } x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}], \text{ то } 2 - 2x > 0$$

т.к. $\sqrt{2} \approx 1,41$, $2x \leq 2$

следов. возв. в квадрат обе части уравн.

$$2 - 2x = \sqrt{2 - x^2} \Rightarrow 2 - 4x + 4x^2 = 2 - x^2$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 4x = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot 5 \cdot 0 = 16 \Rightarrow \sqrt{D} = 4$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16}}{10} = \frac{4 \pm 4}{10}$$

$$\frac{4 + 4}{10} = 0,8 \text{ и } \frac{4 - 4}{10} = 0$$

$$\Rightarrow 0,8 \text{ и } 0 \text{ — корни уравнения}$$

$$0,8 \text{ и } 0 \text{ — корни уравнения}$$

$$380 \cdot 100 < 796 \cdot 196$$

5835
796

+ 796
1796

+ 796
2596

+ 196
2796

2796 > 30000

следов. корт.

основание > 0

$$\frac{4 \pm \sqrt{16}}{10} = 0,8 \text{ и } 0$$

$$\text{т.к. } \frac{4 \pm \sqrt{16}}{10} = 0,8 \text{ и } 0$$

$$\text{Ответ: } \frac{4 \pm \sqrt{16}}{10} = 0,8 \text{ и } 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

предел не равен

$$\operatorname{tg} \angle B C = \frac{\alpha}{3} \quad \operatorname{tg}^2 \angle B C + 7 = \frac{7}{\cos^2 \angle B C} \rightarrow$$

$$\rightarrow \operatorname{tg}^2 \angle B C = \left(\frac{70}{7}\right)^2 - 7 = \frac{700 - 49}{49} = \frac{57}{49} \rightarrow$$

$$\rightarrow \operatorname{tg} \angle B C = \pm \frac{\sqrt{57}}{7} = \frac{\alpha}{3} \rightarrow \alpha = \pm \frac{3}{7} \sqrt{57}$$

Всегда при $\alpha \in (-\infty; -\frac{3}{7} \sqrt{57})$ - 4 рещ. ~~то~~
при нек. зн. α

$\alpha \in [-\frac{3}{7} \sqrt{57}; \frac{3}{7} \sqrt{57}]$ - все 4 рещ. ~~то~~ при
люб. зн. α

$\alpha \in (\frac{3}{7} \sqrt{57}; +\infty)$ - 4 рещ. ~~то~~ при нек. зн. α

Ответ: $\alpha \in (-\infty; -\frac{3}{7} \sqrt{57}) \cup (\frac{3}{7} \sqrt{57}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4 2x - 3 + \log_{2x} 5 = \log_{2x^3} 625 - 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \log_5^4 2x - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3} \frac{1}{\log_5 2x} - 3 \\ 2x \neq 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{т.к. } 8x^3 = (2x)^3 \\ 625 = 5^4 \end{array}$$

$$\text{Пусть } \log_5 2x = m \Rightarrow 5^m = 2x, \quad x \neq \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \neq 0, \text{ тогда } m^4 - \frac{3}{m} = \frac{4}{3} \frac{1}{m} - 3 \Rightarrow \cdot m \neq 0$$

$$\Rightarrow m^5 + 3m - \frac{13}{3} = 0 \quad (1)$$

$$\log_5^4 4 + 4 + \log_{\frac{4}{5}} 5 = \log_{\frac{4}{5^3}} 0,2 - 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \log_5^4 4 + \frac{4}{\log_5 4} = -\frac{7}{3} \frac{1}{\log_5 4} - 3 \\ 4 \neq 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{т.к.} \\ 0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 5^{-1} \end{array}$$

$$\text{Пусть } \log_5 4 = n \Rightarrow 5^n = 4, \quad 4 \neq 1 \Rightarrow n \neq 0$$

$$\text{тогда } n + \frac{4}{n} = -\frac{7}{3} \frac{1}{n} - 3 \quad \cdot n \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n^5 + 3n + \frac{7}{3} = 0 \quad (2) \quad \text{Сом. (1) и (2):}$$

$$n^5 + m^5 + 3(m+n) = 0 \Rightarrow (m+n)(m^4 + n^4 - m^3n + m^2n^2 -$$

$$- mn^3 + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m+n=0 \\ m^4 + n^4 - m^3n + m^2n^2 - mn^3 + 3 = 0 \end{cases}$$

нет реш.

$$xy = \frac{5^m \cdot 5^n}{2} = \frac{5^{m+n}}{2} \quad \text{т.к. } m+n=0, \quad x \neq 0$$

$$xy = \frac{5^0}{2} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

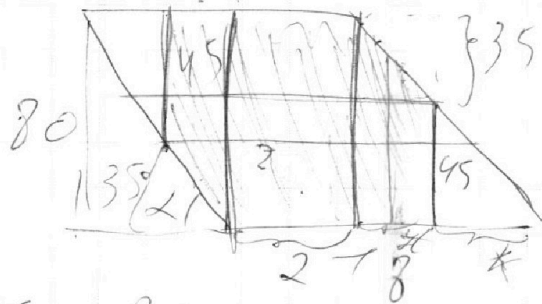
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



кредитные

1X (ср.)



$$h/L = 5$$

$$y_2 - y_1 = 45$$

$$\frac{k}{k+t} = \frac{45}{80} = \frac{9}{16}$$

$$k+t = \frac{80}{5} = 16$$

$$\frac{k+t}{k} = \frac{80}{45} = \frac{16}{9} \text{ (ср.)}$$

тогда $k = 9 \Rightarrow t = 5$ тогда ср. 44 руб.

$$80 - 45 + 7 = 36 \text{ см. в сеч. } (y_2 - y_1) = 45$$

$36 \cdot 3$; ~~так~~ расчет тр. (ср. кр. 1)

при в сеч. 45 + см при 46 - 2 см 80 36 см

$$\text{итого } \frac{7+36}{2} \cdot 36 = 37 \cdot 36 \text{ см } y \text{ сеч.}$$

$$\text{трапеция } \text{итого в } \text{X} \text{ см. } 37 \cdot 36 \cdot 2 + 36 \cdot 3 = 36 \cdot 40 \text{ метров.}$$

W - всего метров, тогда при $(y_2 - y_1) \geq 0$

$$\frac{W}{2} \text{ метров } \frac{W}{2} = \frac{1}{2} (120 + 76 + 72 + 73 + 74 + 75 + 76 + 77 + 78 + 79 + 80 + 36 \cdot 40 + 702)$$

$$\frac{W}{2} = \frac{1}{2} (120 + 76 \cdot 77 + 72 \cdot 8 + 73 \cdot 6 + 74 \cdot 4 + 75 \cdot 3 + 76 \cdot 2 + 77 \cdot 2 + 78 \cdot 2 + 36 \cdot 40) = 2 \cdot 2163 = 4326$$

Объем: 4326

$$\text{Объем } W = \frac{1}{2} (120 + 76 \cdot 77 + 72 \cdot 8 + 73 \cdot 6 + 74 \cdot 4 + 75 \cdot 3 + 76 \cdot 2 + 77 \cdot 2 + 78 \cdot 2 + 36 \cdot 40 + 702)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

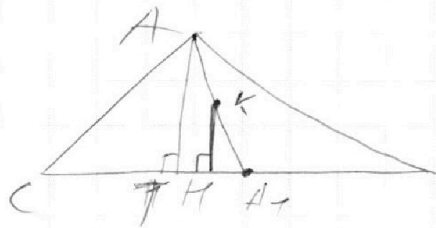
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Углы при вершине BC 12° - значит $\cos 12^\circ = 1$
тогда $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{v}{kH}$, где $v = 5$ - радиус сферы



$$SL = SN = 4 \text{ км. от ст. Кос.}$$

проб. ст. 12.5 км. т. ст. 12.5
и следовательно $AL = AS - SL = 16 - 4 = 12 = AK \Rightarrow KA_T = AA_T$
 $- AK = 24 - 12 = 12$, т. K -

сер. AA_T .

Положим $AT \perp BC$, т. K $AT \perp BC$, $KH \perp BC \Rightarrow$

$\Rightarrow AT \parallel HK$, т. K - сер. AA_T и $AT \parallel HK$ - то

HK - ср. лин. $\Rightarrow AT + AA_T$ (покажем). $HK = \frac{AT}{2}$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AT \cdot BC = \frac{1}{2} AT \cdot 16 = 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AT = \frac{25}{2} \Rightarrow HK = \frac{AT}{2} = \frac{25}{4}$$

Тогда $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{v}{HK} = \frac{5 \cdot 4}{25} = \frac{4}{5} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \arcsin \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha = 2 \arcsin \frac{4}{5}$$

Ответ: $AA_T, BB_T, CC_T = 3600$; $\alpha = 2 \arcsin \frac{4}{5}$

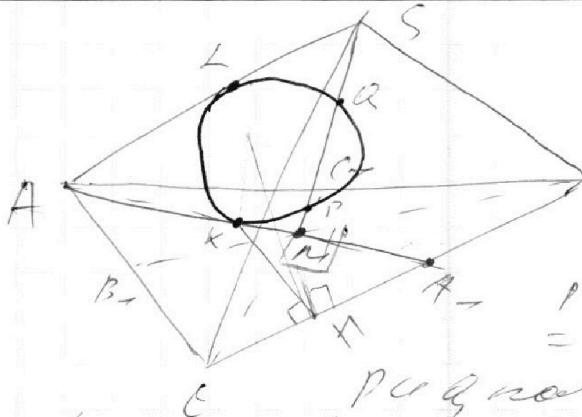
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дуеся что если
не заб где $P \in \Omega$
благос. см. $SP =$
 $MA_1 = r$ (и $u = 6$)
пусть $MP = x$, тогда
 $PQ = r - x \Rightarrow SQ = r - (r - x) =$
 $= x = MP$, следовательно
 $PQ \perp \Omega$ по теор. о перп. крив. из т. к. $P \in \Omega$.

тогда мы будем иметь равенств. $MK^2 = MP \cdot MQ = x(r - x)$
 $SL^2 = SQ \cdot SP = x(r - x) = MK^2 \Rightarrow MK = SL$ (т.к.)
т. о. MK и SL крив. из т. к. $P \in \Omega$
 $AL = AK$ по теор. о перп. крив. из т. к. $P \in \Omega$
тогда $AM = AK + MK = AL + SL = AS = BC = TB$
по теореме Фалеса $\frac{AM}{MA_1} = \frac{2}{7} \Rightarrow MA_1 = \frac{AM \cdot 7}{2} = \frac{16}{2} = 8$
 $CA_1 = A_1B$ (т. к. AA_1 - осев.) и $CA_1 = A_1B = \frac{BC}{2} = \frac{16 - 8}{2} = 4$

тогда т. к. $MA_1 = BA_1 = CA_1$, то $\Delta MA_1B_1C_1$ -
равност. $\angle B_1M_1C_1 = 90^\circ$
пусть, пусть $MC = 24$, $MB = 2x$, тогда по в. теореме $MC^2 = MB^2 + BC^2$
 $24^2 = (2x)^2 + 16^2 \Rightarrow 576 = 4x^2 + 256 \Rightarrow 4x^2 = 320 \Rightarrow x^2 = 80 \Rightarrow x = \sqrt{80}$
 $S_{ABC} = 100$ по в. теореме $S_{B_1M_1C_1} = \frac{1}{3} S_{ABC} = \frac{100}{3}$
 $= \frac{1}{2} MB \cdot MC = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 24 = 24x = \frac{100}{3} \Rightarrow x = \frac{50}{3}$

$\Rightarrow 24 \cdot \frac{50}{3} = 4250 = 3600$

Пусть $KH \perp BC$, т. к. K - центр описанной окружности ΔABC , то KH - высота ΔABC .
Пусть O - центр описанной окружности ΔABC , OH - высота ΔABC .
 $KH \perp BC$, KH - высота ΔABC , $OK \perp BC$ -
т. к. O - центр описанной окружности ΔABC ,
рассмотрим $\angle HKO = \frac{1}{2}$, где \angle - центральный

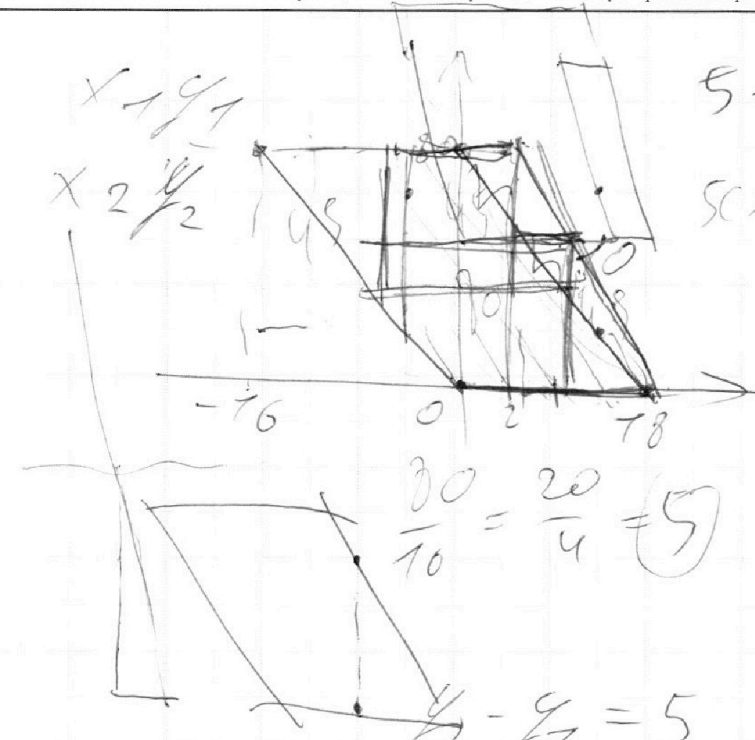
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$$

$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$$

~~$$x_2 - x_1 \leq 8$$~~

$$x_2 - x_1 \leq 9$$

$$4 \cdot 11$$

$$4 \cdot 43$$

$$3 \cdot 42$$

$$2 \cdot 2$$

$$x_2 - x_1 = 8$$

$$x_2 - x_1 = 4$$

$$x_2 - x_1 = 0$$

$$\frac{5}{2} = 2$$

$$\frac{20}{10} = \frac{20}{4} = 5$$

$$y_2 - y_1 = 5$$

$$y_2 - y_1 = 10$$

$$y_2 - y_1 = 45$$

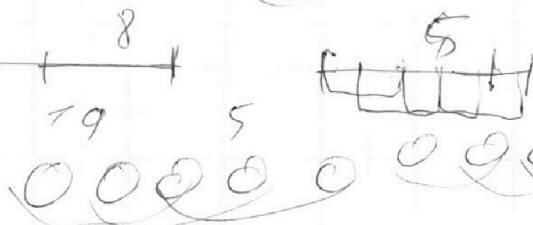
000000

9

$$5 - 3 = 2$$

$$18 - 9$$

15



30	380
	380
	380

$$80/15 = 6$$

$$80/25$$

$$\frac{44}{5} = 8.8$$

$$2 \cdot 2 = 2 \cdot 2$$

33
81
33

Handwritten scribbles and notes, including some circled numbers like 9 and 15.

Handwritten notes at the bottom of the page.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7
-



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 227 \\
 96 \\
 \hline
 333 \\
 643 \\
 323 \\
 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4326 \\
 2 \\
 \hline
 2763 \\
 8723 \\
 0441 \\
 182 \\
 201 \\
 454 \\
 54 \\
 734
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 943 \\
 951 \\
 031 \\
 1 \\
 734 \\
 56 \\
 831
 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{то как } \sin(\cos x) = \sqrt{e} - 2x$$

$$\cos x = 2 \in [-0.7]$$

$$\cos 2 = x \in [-\pi, \pi]$$

$$\sin x = \sqrt{1 - 2^2}$$

$$\sin 2 = \sqrt{1 - x^2}$$

$$\arcsin 2 = \sqrt{1 - x^2}$$

$$\text{то } \sqrt{1 - x^2} = \sqrt{e} - 2x$$

$$100(1 - x^2) = 7^2 - 49x + 4x^2$$

$$104x^2 - 49x + 9^2 - 100 = 0$$

$\Delta = 49^2 - 4(104 - 100) \cdot 109 =$

$$= 49^2 - 4(4) \cdot 109 = 49^2 - 1744 = 2401 - 1744 = 657$$

$$x = \frac{49 \pm \sqrt{657}}{208}$$

$$\sqrt{1 - x^2} \quad x \in [-1, 1]$$

$$\sin 2 = 6 \quad \sin 2 = \cos x$$

$$\arcsin 6 = 2$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 2} = \sin 2$$

$$\sin^2 2 + 2^2 = 1$$

$$1 - 8 \sin^2 2 = 4 \sin^2 2 = 1$$

$$\sqrt{1 - 6^2} = \sqrt{1 - 36} = \sqrt{-35}$$

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1) \wedge (x^2 + y^2 - 209 + 64) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 209 + 64 = 0$$

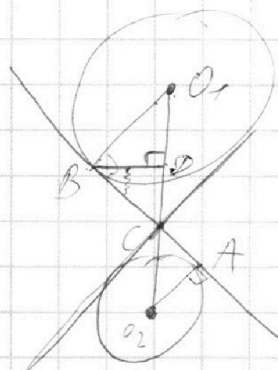
$$x^2 + (y - 10)^2 = 36$$

$$y = \frac{ax + 4b}{3}$$

Упр. упрел.

$$O_1 B D \sim O_1 C B$$

$$\frac{6}{60} = \frac{BD}{BC} = \frac{O_1 D}{O_1 B}$$



$$O_1 B C \sim O_2 A C$$

$$\frac{6}{7} = \frac{O_1 C}{O_2 B}$$

$$O_1 C = O_2 \cdot 6$$

$$O_1 C + O_2 C = 10$$

$$O_2 C + 6O_2 C = 10$$

$$O_2 C = \frac{10}{7}$$

$$b = \frac{75}{14}$$

$$\frac{46}{3} = \frac{10}{4}$$

$$O_1 C = \frac{60}{7}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a \cdot b : 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{72}$, $b \cdot c : 2^{12} \cdot 3^{26} \cdot 5^{72}$, $a \cdot c : 2^{16} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39}$
 $abc - 711111$

~~$a : 5^{10}$~~
 ~~$a : 5^{10}$~~
 ~~$a : 5^{10}$~~

$c : 3^{27-x}$ $b : 3^{20-27+x} = 3^{x-7}$

$a : 3^{15-x}$ $75-x = x$

$x = \frac{75}{2}$ $\sqrt{x = \frac{75}{2}}$

$x = 8$

$b : 3^7$

$c : 3^{13}$

$b : 3^6$

$c : 3^{14}$

$a : 5^x$

$c : 5^{34-x}$

$a : 3^4$ $b : 3^6$ $c : 3^{14}$

$b : 5^{72-x}$

$c : 5^{13-34+x}$

$72-x = x-22$

$34 = 2x$ $x = 17$

$a : 5^{17}$ $c : 5^{22}$

$a : 2^x$

$b : 2^{8-x}$

$c : 2^{72-8+x}$

$c : 2^{74-x}$

$4+x = 74-x$

$2x = 70$ $x = 35$

$a : 2^5$ $b : 2^3$ $c : 2^9$

Тогда $abc = 3^8 \cdot 3^6 \cdot 3^{74} \cdot 5^{17} \cdot 5^{22} \cdot 2^5 \cdot 2^3$

$5x = 3 \cdot 7 \cdot 3 = \frac{AC}{BC} = \frac{64}{37}$

$\frac{5}{5} = 7500$

$\frac{5}{7} = \frac{7500}{7} = 7500$

$7500 = \frac{5x}{5} = 2$

$205x$

$AC = 70x \cdot 5$

$\cos \alpha = \frac{AC}{70x}$

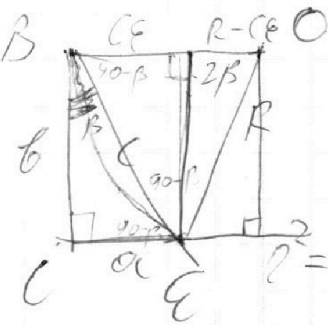
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin 2\beta = \frac{b}{R} = 2 \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c}$$

$$2aR = c^2$$

$$R = \frac{c^2}{2a}$$

$$R^2 = b^2 + R^2 - 2R \cdot a + a^2$$

$$25x^2 + 100x^2 = \sqrt{725x^2}$$

$$25 + 100 = \sqrt{725} \cdot x$$

$$R = \frac{49x^2}{2\sqrt{725x^2}} = \frac{49x}{10\sqrt{5}} = 25.5$$

$$c = 25x$$

$$R = \frac{2c}{3\sqrt{5}} = 25.5$$

$$R^2 - 2R(c + c^2 + R^2) = 2$$

$$R = \frac{49}{50} \sqrt{5} \cdot x \quad AC = 5\sqrt{5} \cdot x$$

$$24x^2 + \frac{4}{9}FE^2 = 2 \cdot \frac{25}{3}FE \cdot R$$

$$\frac{2c}{3\sqrt{5}} = 25.5 \Rightarrow c = 25.5 \cdot 3\sqrt{5}$$

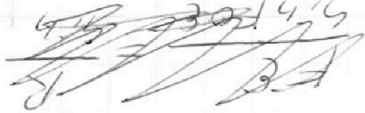
$$\cos \angle = \frac{FE}{R} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \angle = \frac{FE}{R} = \frac{3}{5} \Rightarrow FE = \frac{3}{5}R$$

$$\frac{BC}{R} = \cos \beta$$

$$\frac{3a}{c} = \sin \beta = \frac{2R}{c} \Rightarrow R = \frac{3a}{2}$$

$$FE = 2R \cdot \sin(\frac{\beta}{2}) = 3a$$



$$BOE = 2\alpha$$

$$CF = a$$

$$\angle BOE = 2\beta$$

$$\angle CBE = \beta$$

$$FBE = CBE - CBF$$

$$\angle = \angle FBE$$

$$\frac{FE}{2R} = \frac{3a}{c}$$

$$R^2 = 4x^2 + 20x^2 = 24x^2$$

$$3.55x$$

$$25x^2 + 20x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

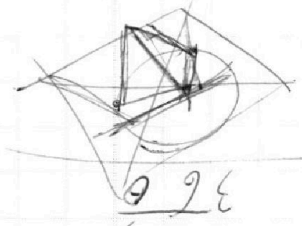
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



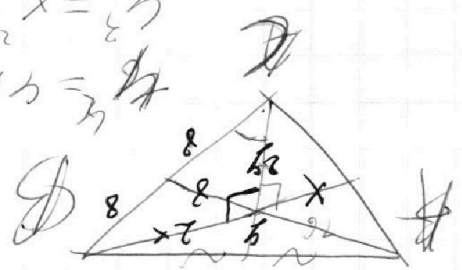
- 1 2 3 4 5 6 7



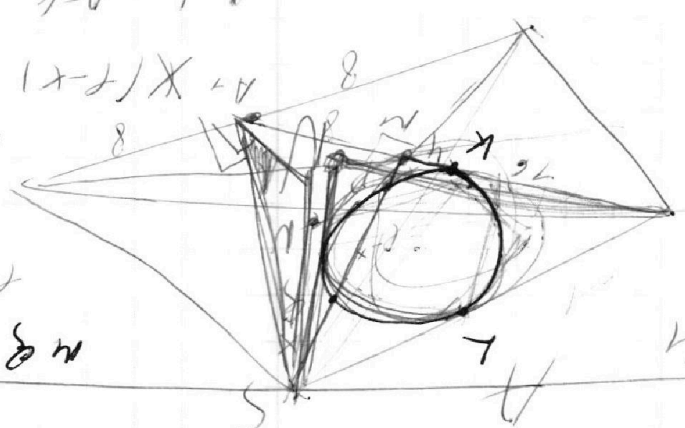
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} 4^2 + 3^2 &= x^2 \\ 4^2 + 4^2 &= x^2 \end{aligned}$$



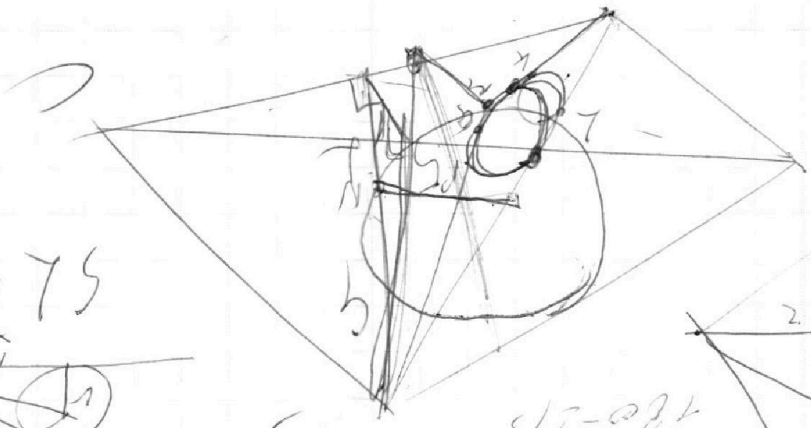
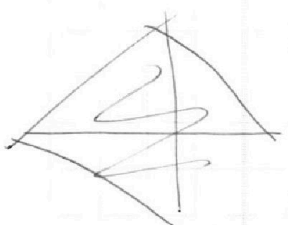
$$\begin{aligned} AS &= AK + LS = AK + AK = AK \\ AL &= AK \\ AS &= AK + LS = AK + AK = AK \end{aligned}$$



$$2 \cdot 4^2 = 2 \cdot 4^2 = 16$$

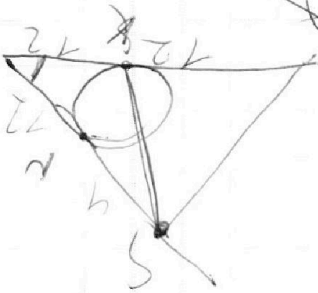
$$AK = SP = r$$

$$AK = 2r$$



$$SL = 4$$

$$x = \frac{4}{3}$$



$$CE = \frac{\sqrt{3}}{3} FE$$

$$\frac{FE}{CE} = \frac{BC}{CE}$$

$$CFE \sim BFC$$