



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-15;90)$ ,  $Q(2;90)$  и  $R(17;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2; 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$$

$$ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

При этом в разложении квадрата числа все простые множители должны быть в четной степени (кроме 1, но  $abc \neq 1$ )  $\Rightarrow (abc)^2: 3^{60} \Rightarrow (abc)^2: 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{52} \Rightarrow$

$$\Rightarrow abc: 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}, \text{ при этом } ac: 5^{28}; abc = ac \cdot b$$

$$\text{значит } abc: 5^{28} \Rightarrow abc: 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \Rightarrow abc > 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$$\text{Пример где } abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 1 \Rightarrow abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$$

$$ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{14}; 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{14}; 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}; 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$\Rightarrow$  такие  $a, b, c$  существуют, только если

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$10 \operatorname{arccos}(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10 \operatorname{arcsin}(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\cancel{10 \operatorname{arccos}(\sin x)} \quad 10 \operatorname{arcsin}(\sin x) = 2x - 4\pi$$

$$10 \operatorname{arcsin}(\sin x) \in [-5\pi; 5\pi] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5\pi \leq 2x - 4\pi \leq 5\pi$$

$$-\pi \leq 2x \leq 9\pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$\text{I} \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \operatorname{arcsin}(\sin x) = x$$

$$10x = 2x - 4\pi$$

$$8x = -4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2} \quad \text{— не подходит}$$

$$\text{II} \quad \frac{\pi}{2} < x \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \operatorname{arcsin}(\sin x) = \pi - x$$

$$10\pi - 10x = 2x - 4\pi$$

$$12x = 14\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{6} \quad \text{— не подходит}$$

$$\text{III} \quad \frac{3\pi}{2} < x \leq \frac{5\pi}{2} \Rightarrow \operatorname{arcsin}(\sin x) = x - 2\pi$$

$$10x - 20\pi = 2x - 4\pi$$

$$8x = 16\pi$$

$$x = 2\pi \quad \text{— не подходит}$$

1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{IV } \frac{5\pi}{2} < X \leq \frac{7\pi}{2} \Rightarrow \arcsin(\sin X) = 3\pi - X$$

$$30\pi - 10X = 2X - 4\pi$$

$$12X = 34\pi$$

$$X = \frac{17\pi}{6} - \text{подходит}$$

$$\text{V } \frac{4\pi}{2} < X \leq \frac{9\pi}{2} \Rightarrow \arcsin(\sin X) = X - 4\pi$$

$$10X - 40\pi = 2X - 4\pi$$

$$8X = 36\pi$$

$$X = \frac{9\pi}{2} - \text{подходит}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; 2\pi; \frac{17\pi}{6}; \frac{9\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

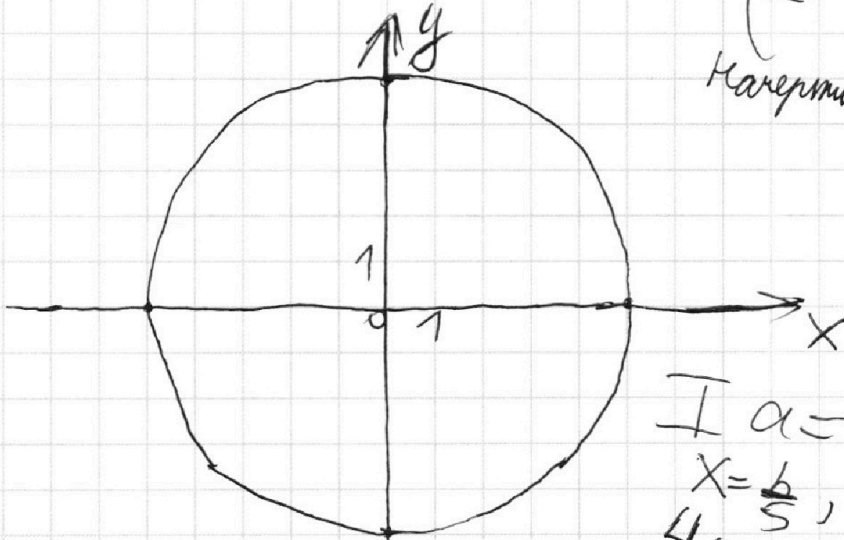
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6ay = b - 5x \\ x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$$

Навертим графике следующие.



I  $a = 0$

$x = \frac{b}{5}$ , при  $b = 0$  будет  
4 корня  $\Rightarrow a = 0$  подходит

II  $a \neq 0$

$$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

будет прямой, у которой ортос-

раванный угловой коэффициент, но она может свободно  
ходить вертикально, так как  $\frac{b}{6a}$  может принимать  
любые значения при фиксированном  $a \neq 0$ .

Затем уравнения двух внутренних касательных  
к данным окружностям:

усть эти заданы уравнением  $y = kx + c$  1

При подстановке в оба уравнения окружности

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дли гипотенузы известно ~~равно~~ ~~корень~~.

$$x^2 + (kx + c)^2 = 25$$

~~$x^2 + (kx + c)^2 = 25$~~  мы знаем точно, что  $k \neq 0 \Rightarrow x = \frac{y}{k} - \frac{c}{k}$

$$\frac{(y-c)^2}{k^2} + y^2 = 25$$

$$\left(\frac{1}{k^2} + 1\right)y^2 - \frac{2c}{k^2}y + \frac{c^2}{k^2} - 25 = 0$$

$$\frac{(y-9)^2}{k^2} + (y+9)^2 = 4$$

$$\left(\frac{1}{k^2} + 1\right)y^2 + \left(18 - \frac{2c}{k^2}\right)y + \frac{c^2}{k^2} + 44 = 0$$

У обоих уравнений дискриминант должен быть равен 0. у первого дискриминант  $D_1$ , у второго  $D_2$ .

$$\begin{aligned} \frac{D_1}{4} &= \frac{c^2}{k^4} - \left(\frac{c^2}{k^2} - 25\right)\left(\frac{1}{k^2} + 1\right) = \frac{c^2}{k^4} - \frac{c^2}{k^4} + \frac{25}{k^2} - \\ & - \frac{c^2}{k^2} + 25 = \frac{25 - c^2}{k^2} + 25 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{D_2}{4} &= \left(9 - \frac{c}{k^2}\right)^2 - \left(\frac{c^2}{k^2} + 44\right)\left(\frac{1}{k^2} + 1\right) = 81 - \frac{18c}{k^2} + \frac{c^2}{k^4} - \\ & - \frac{c^2}{k^4} - \frac{c^2}{k^2} - \frac{44}{k^2} - 44 = 4 - \frac{c^2 + 18c + 44}{k^2} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \frac{25 - c^2}{k^2} + 25 = 0 \\ 4 - \frac{c^2 + 18c + 44}{k^2} = 0 \end{cases} \text{ м. к. } k \neq 0$$

$$\begin{cases} c^2 - 25 = 25k^2 & (1) \\ 4k^2 = c^2 + 18c + 44 & (2) \end{cases}$$

подставим (1) в (2)

$$\frac{4}{25}(c^2 - 25) =$$

$$\sqrt{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$= C^2 + 18C + 77$$

$$\frac{21}{25}C^2 + 18C + 81 = 0$$

$$\Delta_{\text{от}} = 81 - \frac{81 \cdot 21}{25} = 81 \cdot \frac{4}{25}$$

$$C = \frac{-9 \pm 9 \cdot \frac{2}{5}}{\left(\frac{21}{25}\right)} = 9 \cdot \frac{-25 \pm 10}{21} = \cancel{15 \cdot \frac{3}{7}}; \frac{-35 \cdot 3}{7} =$$

$$= -\frac{45}{7}; -\frac{705}{7}$$

Поскольку окружности симметричны относительно оси  $Oy$ , то внешние касательные пересекаются на  $Oy$  и внутренние касательные пер-ся на  $Ox$ . Внешние касательные пересекают  $Ox$  между положительной осью, тогда внутренние между окружностями  $\Rightarrow$  следовательно коэф. в уравнении  $l$  внутренних больше  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{для них } C = -\frac{45}{7}$$

$$25k^2 = C^2 - 25 = \frac{45^2}{49} - 25 = 25 \cdot \left(\frac{9^2}{49} - 1\right) = 25 \cdot \frac{80}{49} = \frac{2000}{49} \Rightarrow k^2 = \frac{80}{49} \Rightarrow |k| = \frac{4\sqrt{5}}{7}$$

Если  $|k| < \frac{4\sqrt{5}}{7}$ , то если  $l$  будет вертикальной  $\sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит график, то сначала ~~еще~~ не будет корней,  
потом будет 1 корень с верхней окружностью, а  
от момента  $t = 40$ , пришед у данной прямой  
никогда не будет других точек пересечения с одной  
окружностью, так как модуль их углового коэф.  
меньше модуль коэф. внутренней касательной.

Для  $|k| = \frac{4\sqrt{5}}{49}$  будет аналогично, только <sup>он</sup> в 1  
момент будет иметь одну точку с окружностью,

~~так как~~ в момент касания. Но их в этот момент будет  
только по 1 с каждой окружностью  $\Rightarrow$  никогда не  
будет иметь больше 2 точек пересечения.

А вот если  $|k| > \frac{4\sqrt{5}}{49}$ , то найдется  $b$ , при котором  
будет 4 корня. Для этого достаточно <sup>логично</sup> подставить  
вместо  $c$  — ~~такой~~ радиусу перес. внутр. кас-ной с  
осью  $Oy$ . Так как ~~ка~~ модуль коэф. больше, чем у  
кас-ной, то ~~прямая~~ будет идти круче  $\rightarrow$  будет ~~еще~~  
кас-ной

Окружностей  $\rightarrow$  будет 4 корня  
Ответ:  $(-\infty; -\frac{4\sqrt{5}}{49}) \cup (0; \frac{4\sqrt{5}}{49}) \cup (+\infty)$  14



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку  $48:6$ ,  $x_2 - x_1$  — число, то  $(y_2 - y_1):6$

$$(y_2 - y_1) \in [0; 90]$$

$$\begin{cases} y_2 - y_1 = 0 \\ x_2 - x_1 = 8 \end{cases}$$

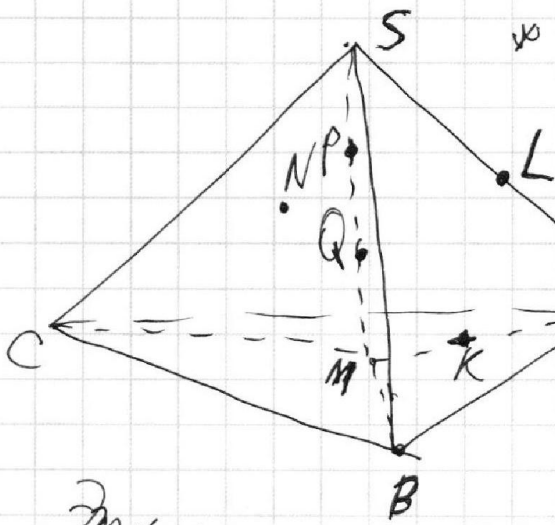
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



так как это ни как что  
не выйдет, пусть точка будет  
сумма к точке S, сдв Q.  
Соединим прямые  
середы на плоскости (SMA)

Эта плоскость-окружность - касал прямой  
AS в точке L, прямой AM в точке K и перес.

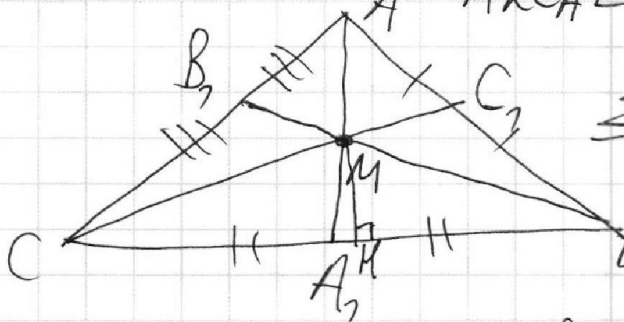
SM в точках P и Q.  $AL = AK$  (как отрезки

касательных). Как квадраты отрезков кас-ных:

$$MK^2 = MQ \cdot MP = MQ (PQ + QM) \quad \text{т.к. } MQ = SP,$$

$$SL^2 = SP \cdot SQ = SP \cdot (SP + PQ)$$

$$\text{но } MK^2 = SL^2 \Rightarrow MK = SL \Rightarrow AS = AM = 20$$



~~$S(\triangle AMC) = \frac{1}{3} S(\triangle ABC)$~~

Пусть MH - высота  
 $\triangle BMC$

тогда  $S(\triangle BMC) = \frac{1}{3} S(\triangle ABC) =$

$$= 60 = \frac{1}{2} \cdot MH \cdot BC \Rightarrow MH = \frac{2 \cdot 60}{20} = 6; \quad MA_1 = \frac{AM}{2} = 10 \Rightarrow$$

$\Rightarrow A_1 H = 8$ , пусть  $BOO$  точка H сумма к B,  $CH = 10$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle ONF = \angle OKF = 90^\circ \text{ (т.к. касание)}$$

$$ON = OK = 8 \text{ (радиусы)}$$

$$SN = SL \text{ (как отрезки кас-ной)}$$

$$\stackrel{6}{=} \Rightarrow AL = AS - SL = 20 - 6 = 14 = AK \Rightarrow KA_1 = 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{KA_1}{AA_1} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{S(K; BC)}{S(A; BC)} = \frac{8}{15}$$

$$S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot S(A; BC) \cdot BC \Rightarrow S(A; BC) = \frac{2 \cdot 180^9}{20} = 18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S(K; BC) = \frac{8}{15} \cdot S(A; BC) = \frac{8 \cdot 18}{15} = \frac{48}{5} = KF$$

$$\triangle ONF = \triangle OKF \text{ (т.к. катеты и гипотенуза)} \Rightarrow \angle NFO = \angle KFO$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle KFO &= \frac{OK}{FK} = \frac{8 \cdot 5}{48} = \frac{5}{6} \Rightarrow \operatorname{tg} \angle NFK = \operatorname{tg}(2\angle KFO) \\ &= \frac{2 \cdot \frac{5}{6}}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2} = \frac{5}{3 \left(1 - \frac{25}{36}\right)} = \frac{5 \cdot 36}{3 \cdot 11} = \frac{60}{11} \Rightarrow \angle KFO = \arctg \frac{60}{11} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \arctg \frac{60}{11}.$$

3

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

тогда  $MB=2, CM=18$

~~по теореме Пифагора~~

по теореме Пифагора в  $\triangle MNB$ :  $MB^2 = MN^2 + NB^2 = 6^2 + 2^2 = 40 \Rightarrow$

$\Rightarrow MB = 2\sqrt{10}$

в  $\triangle CMN$ :  $CM^2 = CN^2 + MN^2 = 18^2 + 6^2 = 10 \cdot 6^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow CM = 6\sqrt{10}$

по св-ву центра тяжести:  $AA_1 = \frac{3}{2} AM$ ;  $BB_1 = \frac{3}{2} BM$ ;  $CC_1 = \frac{3}{2} CM$

$AA_1 = \frac{3}{2} \cdot 20 = 30$ ;  $BB_1 = \frac{3}{2} \cdot 2\sqrt{10} = 3\sqrt{10}$ ;  $CC_1 = \frac{3}{2} \cdot 6\sqrt{10} = 9\sqrt{10}$

$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 9\sqrt{10} \cdot 30 \cdot 3\sqrt{10} = 8100$

Ответ: 8100.

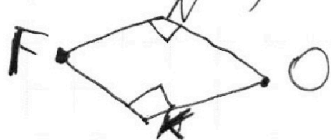
Пусть  $O$  — центр сферы. Тогда рассмотрим

плоскость  $(OKN)$ .  $OK \perp (ABC) \Rightarrow OK \perp BC$   
м.к. касание

$ON \perp (SBC) \Rightarrow ON \perp BC$

$\Rightarrow (OKN) \perp BC$  (по теореме). Пусть  $(OKN) \cap BC = F$   
(м.к.  $(OKN)$  и  $BC$ )

тогда  $KF \perp BC$ ,  $NF \perp BC \Rightarrow \angle(SBC)A = \angle KFN$ .



— линейный угол двугранного угла.

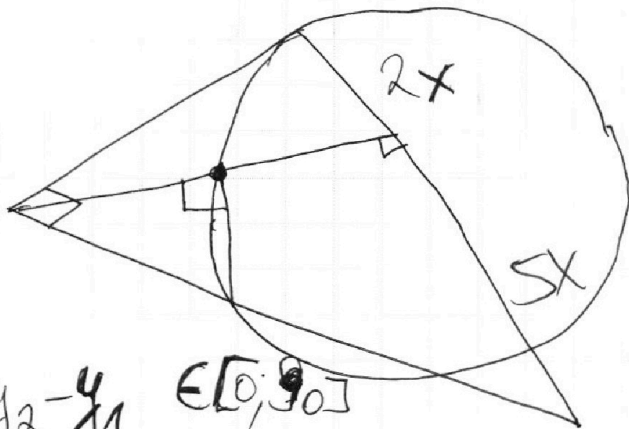
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

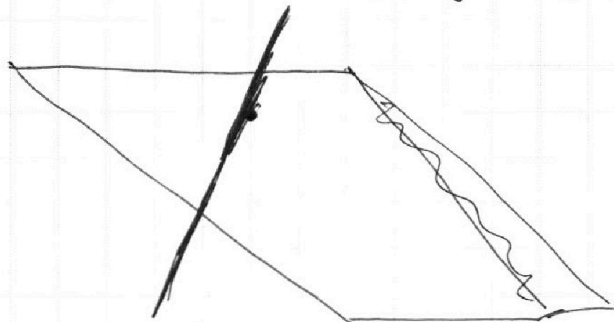


$$y_2 - y_1 \in [0; 90]$$

48 16 var.

$$\begin{cases} y_2 - y_1 = 0 \\ x_2 - x_1 = 48 \end{cases}$$

$$6x_2 + y_2 = 48 + 6x_1 + y_1$$



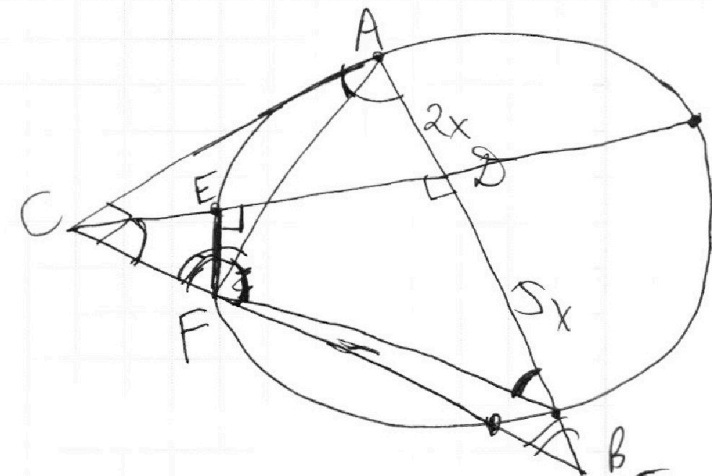
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CD = \sqrt{10}x$$

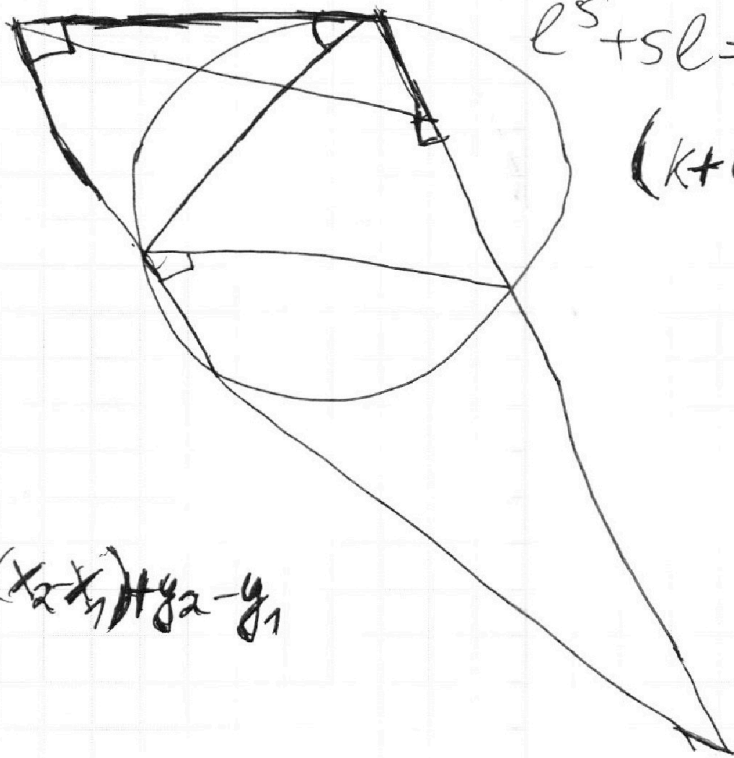
$$AC = \sqrt{14}x$$

$$a(a+b) = 14x^2$$

$$k^5 + 5ka = \frac{20}{3}$$

$$l^5 + 5le = -\frac{16}{3}$$

$$(k+l)(k^4 - lk^3)$$



$$6(x_2x_1) + y_2 - y_1$$

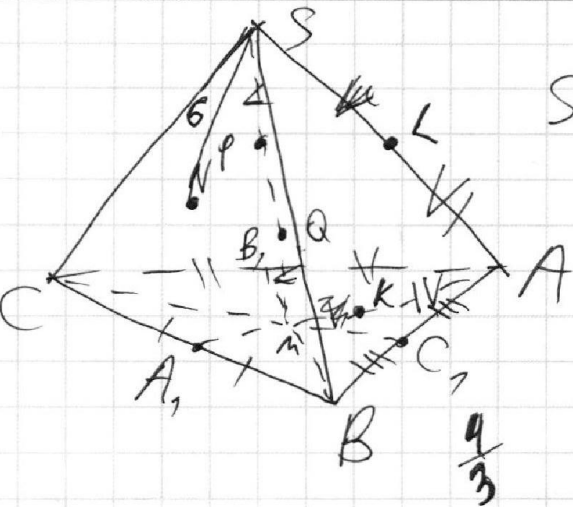
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

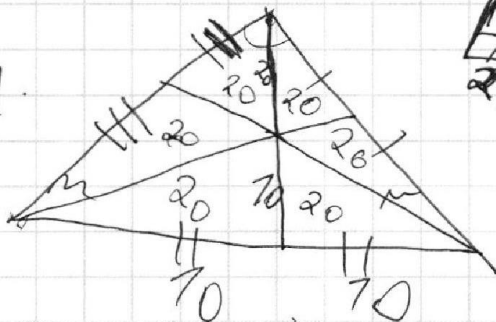
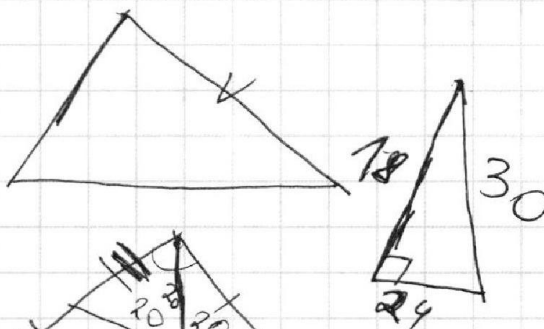
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{\Delta ABC} = 180$$

$$SA = BC = 20$$

$$AS = AM = BC$$

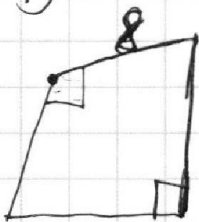


$$k + 5k = \frac{20}{3} \text{ - базис}$$

$$l + 5l = -\frac{16}{3} \text{ - базис}$$

$$k + l + k + l = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{2}(ab \sin \alpha + bc \sin \beta + ca \sin \gamma)$$



$$0,5k = c$$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{2} - 5$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,5y} 11^{-\frac{13}{3}} - 5$$

$$\log_{11} x = k$$

$$k^4 - \frac{6}{k} = \frac{2}{3}k - 5$$

$$\log_{11} 0,5y = l \quad l^4 + \frac{1}{l} = -\frac{13}{3}l - 5$$

$$k + l = \log_{11} 0,5xy \quad l = \log_{11} \frac{1}{2} + f$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$BC = \sqrt{437}x$$

$$bc: 2^{14} 3^{21} 5^{13}$$

$$a(a+b) = \sqrt{11}x$$

$$ac: 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

$$\sqrt{6}x$$

$$2^{16} \cdot 5 \quad (abc)^2: 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{42}$$

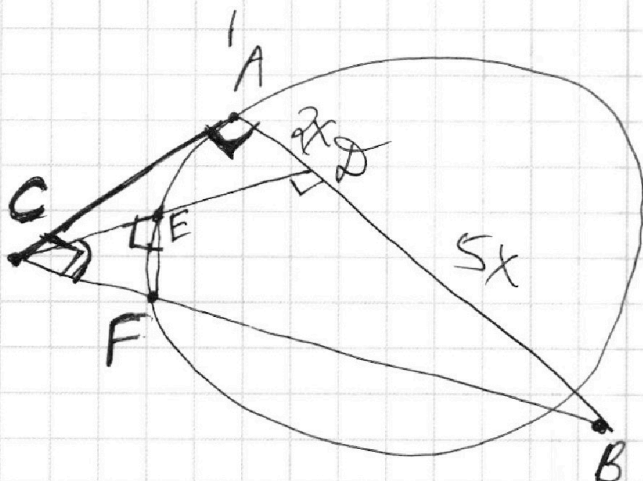
$$a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}$$

$$2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{21}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^9$$

$$2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$$



$$\frac{AB}{BO} = \frac{7}{5}$$

100 arcsine  $[-5\pi, 5\pi]$

$$-5\pi \leq 2x - 4\pi \leq 5\pi$$

$$-\pi \leq 2x \leq 9\pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$100 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 100 \arcsin(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\frac{CF}{AC} \cdot \frac{AC}{CF} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases} \quad y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

$$AC^2 = CF \cdot CL$$

$$\frac{AC}{CF} = \frac{CF}{AC}$$

$$CO = \sqrt{10}x \quad \sqrt{35}x = BC$$

$$AC = \sqrt{14}x$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!