



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

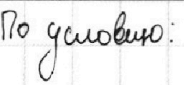
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



По условию: $\begin{cases} ab = 2^9 3^{10} 5^{10} k \\ bc = 2^{14} 3^{13} 5^{13} n \\ ac = 2^{19} 3^{18} 5^{30} m \end{cases}$ $n, m, k \in \mathbb{N}$

Т.к. 2, 3 и 5 - простые числа, то можно сказать, что $a = 2^{a_1} 3^{a_2} 5^{a_3} A$, $b = 2^{b_1} 3^{b_2} 5^{b_3} B$, $c = 2^{c_1} 3^{c_2} 5^{c_3} C$, где $a_i, b_i, c_i \geq 0$ и $\in \mathbb{Z}$ и $A, B, C \in \mathbb{N}$.

примем: $\begin{cases} a_1 + b_1 \geq 9 & b_1 + c_1 \geq 14 & a_1 + c_1 \geq 19 \\ a_2 + b_2 \geq 10 & b_2 + c_2 \geq 13 & a_2 + c_2 \geq 18 \\ a_3 + b_3 \geq 10 & b_3 + c_3 \geq 13 & a_3 + c_3 \geq 30 \end{cases}$

Сначала рассмотрим степень двойки: $\begin{cases} a_1 + b_1 \geq 9 \\ b_1 + c_1 \geq 14 \\ a_1 + c_1 \geq 19 \end{cases}$

попробуем решить систему $\begin{cases} a_1 + b_1 = 9 \\ a_2 + c_1 = 19 \\ b_1 + c_1 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 9 - b_1 \\ 9 - b_1 + c_1 = 19 \\ b_1 + c_1 = 14 \end{cases}$, отсюда $\begin{cases} a_1 = 4 \\ b_1 = 2 \\ c_1 = 12 \end{cases}$

Пусть $x \geq 9, y \geq 14, z \geq 19$, тогда: $\begin{cases} a_1 + b_1 = x \\ b_1 + c_1 = y \\ a_1 + c_1 = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = x - b_1 \\ b_1 + c_1 = y \\ x - b_1 + c_1 = z \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = x - b_1 \\ b_1 + c_1 = y \\ x + 2c_1 = y + z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{x+z-y}{2} \\ b_1 = \frac{y-z+x}{2} \\ c_1 = \frac{y+z-x}{2} \end{cases} \Rightarrow a_1 + b_1 + c_1 = \frac{x+z-y+y-z+x+y+z-x}{2} = \frac{x+y+z}{2}$, таким образом,

увеличивая x, y, z мы увеличиваем сумму степеней 2-ки, чего нам не надо $\Rightarrow \min$ сумма степеней 2-ки $\lceil \frac{9+14+19}{2} \rceil = 21$

Аналогично: $\min \Sigma$ ст. 3-ки $\lceil \frac{10+13+18}{2} \rceil = 21$

$\min \Sigma$ ст. 5-ки $\lceil \frac{13+10+30}{2} \rceil = 24$

$abc = 2^{a_1+b_1+c_1} 3^{a_2+b_2+c_2} 5^{a_3+b_3+c_3} = 2^{21} 3^{21} 5^{24}$ (числа A, B и C можно приравнять к 1, т.к. условие не меняется, а произведение станет больше)

Ответ: $2^{21} 3^{21} 5^{24}$

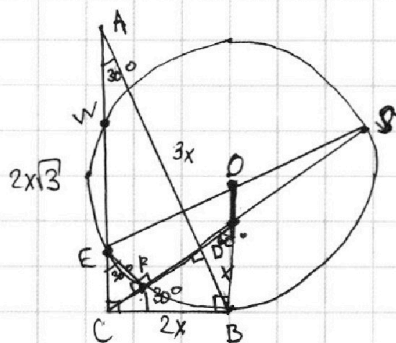
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Т.к. $AB \parallel EF$ и $AB \perp CD$, то $EF \perp CD \Rightarrow$
 $\angle CEF = \angle CAB$ (как накр. перс.)

$\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle BAC$ (по двум углам).

$\square AD = 3x, BD = x$, тогда.

$$CD^2 = 3x \cdot x \Rightarrow CD = x\sqrt{3}$$

По т. Пиф.: $BC = \sqrt{x^2 + 3x^2} = 2x, AC = \sqrt{9x^2 + 8x^2} =$

$$\sin \angle CAD = \frac{CD}{AC} = \frac{x\sqrt{3}}{2x\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle CAD = \angle CEF = 30^\circ$$

Пусть $FS \cap (окр.) = \{A, S\}$, тогда т.к. $\angle EFS = 90^\circ$, то ES - диаметр и $O \in (ES)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}, \text{ т.к. } \arcsin t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], \text{ при } t \in [-1; 1], \text{ то}$$
$$5 \arcsin t \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow -\frac{5\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{2} \cdot 2.$$
$$-5\pi \leq 2x + \pi \leq 5\pi; \quad -6\pi \leq 2x \leq 4\pi; \quad -3\pi \leq x \leq 2\pi - \text{ограничение.}$$

$$\text{Т.к. } \arcsin a + \arccos a = \frac{\pi}{2}, \text{ то } \arcsin a = \frac{\pi}{2} - \arccos a \Rightarrow$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x).$$

Рассмотрим несколько случаев: 1) $x \in [-3\pi; -2\pi]: 5\left(\frac{\pi}{2} - (-(x+2\pi))\right) = x + \frac{\pi}{2}$

$$\frac{5\pi}{2} + 5(x+2\pi) = x + \frac{\pi}{2}, \quad 2\pi + 5x + 10\pi - x, \quad 12\pi = -4x \Rightarrow x = -3\pi$$

$$2) x \in [-2\pi; -\pi]: 5\left(\frac{\pi}{2} - (x+2\pi)\right) = x + \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5\pi}{2} - 5x - 10\pi = x + \frac{\pi}{2},$$

$$\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - 10\pi = 6x, \quad \frac{5\pi - \pi - 20\pi}{2} = 6x, \quad -8\pi = 6x \Rightarrow x = -\frac{4}{3}\pi$$

$$3) x \in [-\pi; 0]: 5\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{5\pi}{2} + 5x = x + \frac{\pi}{2}, \quad 2\pi = -4x \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

$$4) x \in [0; \pi]: 5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x + \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5\pi}{2} - 5x = x + \frac{\pi}{2}, \quad 2\pi = 6x \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$5) x \in [\pi; 2\pi]: 5\left(\frac{\pi}{2} - (-(x-2\pi))\right) = x + \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5\pi}{2} + 5(x-2\pi) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi + 5x - 10\pi = x, \quad -8\pi = -4x \Rightarrow x = 2\pi$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{-3\pi; -\frac{4}{3}\pi; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; 2\pi\right\}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + by - 3b = 0 - \text{прямая, угл. коэф. } -\frac{a}{2} \text{ и т.п. с } O_y \text{ (0; } \frac{3b}{2})$$

$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 - \text{две окружности}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 - \text{окр-ть с у. в (0; 0) и } R = 3. \\ x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0 \\ x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0$$

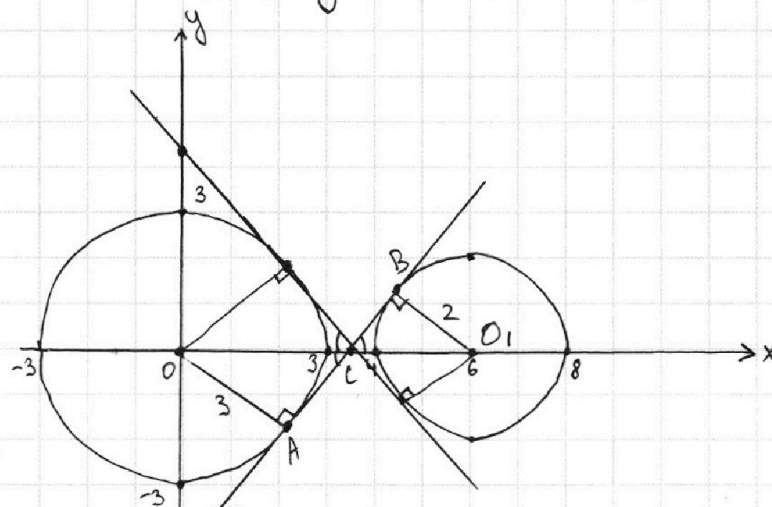
$$x^2 - 12x + 36 + y^2 + 32 = 36 \Leftrightarrow (x-6)^2 + y^2 = 4 - \text{окр-ть с у. в (6; 0) и } R = 2$$

Т.к. прямая с окр-тью имеет не более 2-х и. пересек., а нам необходимо 4, то прямая должна пересекать обе окр-ти в 2-х точках, тогда прямая должна касаться между внутр. касательными этих окр-тей.

A и B - точки касания,
 $AB \perp OO_1 = C$.

$\angle \alpha = \angle BCO_1$ - угол между касательной и Ox .

$\angle OAC = \angle O_1BC = 90^\circ$ (радиус в т. кас.)
 $\angle OCA = \angle O_1CB$ (как верт.)



$$OC = \frac{18}{5}, CO_1 = \frac{12}{5} \Rightarrow \sin \angle BCO_1 = \frac{BO_1}{CO_1} = \frac{2}{\frac{12}{5}} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$\cos \angle BCO_1 = \sqrt{1 - \frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{11} = \frac{5\sqrt{11}}{11}$$

$$\Rightarrow \triangle OCA \sim \triangle O_1CB: \begin{cases} \frac{OC}{CO_1} = \frac{3}{2}, \text{ откуда} \\ OC + CO_1 = 6 \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{5}{6} \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} \Leftrightarrow$$

Другая внутренняя кас. будет образовывать с Ox угол $\pi - \alpha$. \Rightarrow её угл. коэф. $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha = -\frac{5\sqrt{11}}{11}$

$$\text{Таким образом: } -\frac{5\sqrt{11}}{11} < -\frac{a}{2} < \frac{5\sqrt{11}}{11} \Leftrightarrow -\frac{10\sqrt{11}}{11} < a < \frac{10\sqrt{11}}{11}$$

для каждого a можно будет найти такой b , что прямая пересекает окр-ти в 4-х точках.

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\frac{10\sqrt{11}}{11}; \frac{10\sqrt{11}}{11}\right).$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8, \begin{cases} x > 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \frac{1}{2} \log_x 243 - 8$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \frac{5}{2} \log_x 3 - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 x + 12 \log_x 3 = 5 \log_x 3 - 16; \quad 2 \log_3^4 x + 7 \log_x 3 + 16 = 0;$$

$$2 \log_3^4 x + \frac{7}{\log_3 x} + 16 = 0, \quad t = \log_3 x, \quad t \neq 0, \quad \text{тогда:}$$

$$2t^4 + \frac{7}{t} + 16 = 0, \quad 2t^5 + 7 + 16t = 0, \quad f(t) = 2t^5 + 16t + 7 - \text{монот. возраст.}$$

$\Rightarrow f(t) = 0$ - не более одного корня.

$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{(5y)^2} (3^4) - 8, \quad \begin{cases} y > 0 \\ y \neq \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4(5y) + 4 \log_{5y} 3 = 11 \log_{5y} 3 - 16$$

$$2 \log_3^4(5y) - 7 \log_{5y} 3 + 16 = 0, \quad \text{пусть } t = \log_{5y} 3$$

$$2 \log_3^4(5y) - \frac{7}{\log_3 5y} + 16 = 0, \quad t = \log_3 5y, \quad t \neq 0, \quad \text{тогда:}$$

$$2t^4 - \frac{7}{t} + 16 = 0, \quad 2t^5 - 7 + 16t = 0, \quad 2t^5 + 16t - 7 = 0.$$

$$f(\log_3 x) = 2 \log_3^5 x + 16 \log_3 x + 7$$

$$g(\log_3 5y) = 2 \log_3^5 5y + 16 \log_3 5y - 7$$

, т.к. обе функции монот. возраст.,
то $f(\log_3 x) = 0$ и $g(\log_3 5y) = 0$ имеет
ровно один корень.

Заметим, что если $f(x_0) = 0$, то $-x_0$ - корень ур-я $g(\frac{1}{x}) = 0$:

$$2(-x_0)^5 + 16(-x_0) - 7 = -2x_0^5 - 16x_0 - 7 = -(2x_0^5 + 16x_0 + 7) = 0, \quad \text{таким образом,}$$

$$\log_3 x + \log_3 5y = 0 \Leftrightarrow \log_3(5xy) = 0 \Rightarrow 5xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{5}$$

Ответ: $\frac{1}{5}$

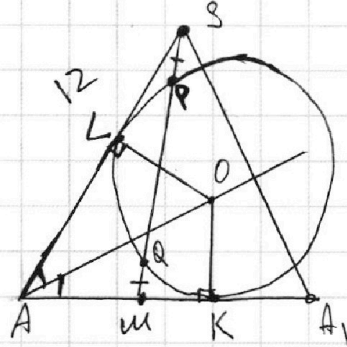
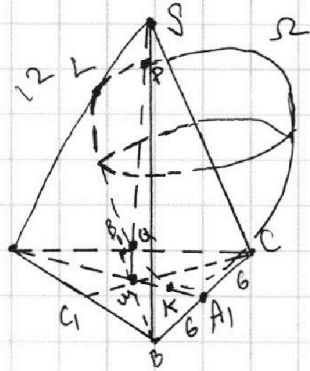
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что ц. окр-ты
O лежит на биссектрисе
 $\angle SAM$, т.к. равноудалён от
SA и SK.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик: $x > 0, x \neq 1, \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \frac{5}{2} \log_x 3 - 8 \cdot 2.$

$2 \log_3^4 x + 12 \log_x 3 = \frac{5}{2} \log_x 3 - 16$

$2 \log_3^4 x + 7 \log_x 3 + 16 = 0$

$2 \log_3^4 x + \frac{7}{\log_3 x} + 16 = 0, t = \log_3 x, 2t^5 + 7 + 16t = 0, 2t^5 + 16t + 7 = 0.$

$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8 \cdot 2.$

$2 \log_3^4(5y) + 4 \log_{5y} 3 = 11 \log_{5y} 3 - 16, 2 \log_3^4(5y) - 7 \log_{5y} 3 + 16 = 0.$

$2 \log_3^4(5y) - \frac{7}{\log_3 5y} + 16 = 0, b = \log_3 5y$

$2b^4 - \frac{7}{b} + 16 = 0, 2b^5 + 16b - 7 = 0.$
 $2b^4 + 16 = 0.$

$2(-x)^5 - 16x + 7 = -2x^5 - 16x + 7 = 0$
 $2x^5 + 16x - 7 = 0.$ верно.

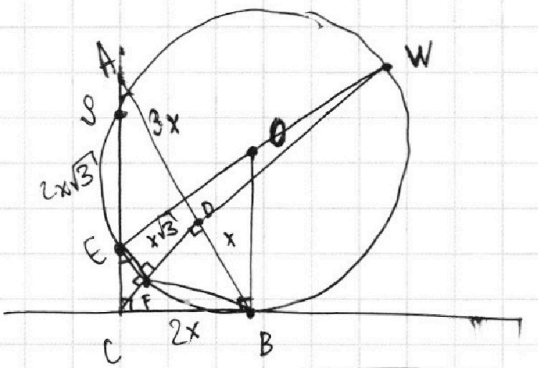
$\Rightarrow \log_3 x + \log_3 5y = 0. \log_3(5xy) = 0.$
 $5xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{5}.$

$\log_3 x - \log_3 5y$ - *симметричные.* $\log_3 x + \log_3 5y = a.$

$2(a - \log_3 x)^5 + 16(a - \log_3 x) - 7 = 2(a - t)^5 + 16(a - t) - 7 = (a - t)(2(a - t)^4 + 16) - 7 =$
 $= (a - t)(2(a - t)^2)^2$

$(a - t)^4 = (a - t)^2)^2 = (a^2 - 2at + t^2)^2 = (a^2 - 2at)$

$2t^5 + 16t + 7 = 0.$



S_{CEF}

$\sqrt{3x \cdot x} = x\sqrt{3}$

с.т. - $d^2 - R^2$

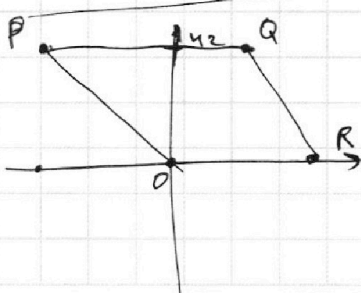
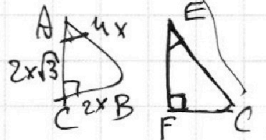
S_{ACD}

$CB^2 = CE \cdot AS.$

$\sqrt{9x^2 + 9x^2} = \sqrt{12x^2} = 2x\sqrt{3}$

$\sqrt{x^2 + 9x^2} = 2x$

$\frac{S_{CEF}}{S_{CE}}$



$3(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 33.$

$3\Delta x + \Delta y = 33. \Delta y = 33 - 3\Delta x$

$\Delta y - \Delta x = 33 - 4\Delta x$

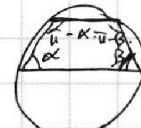
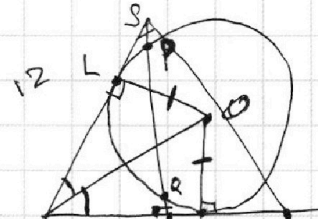
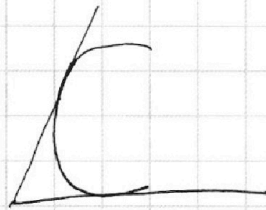
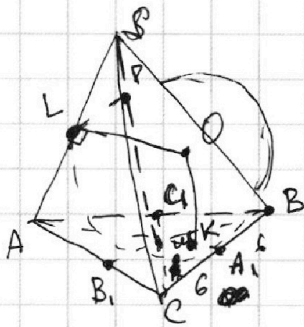
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

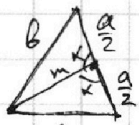
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \pi - \alpha + \beta &= \dots \\ \pi - \beta + \alpha &= 180^\circ \\ \alpha &= \beta \end{aligned}$$

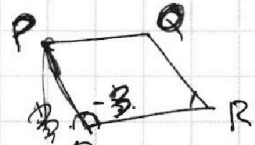


$$\begin{aligned} b^2 &= m^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot m \cdot \cos x \\ c^2 &= m^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot m \cdot \cos x \end{aligned}$$

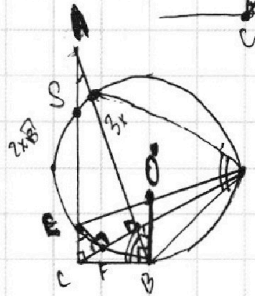
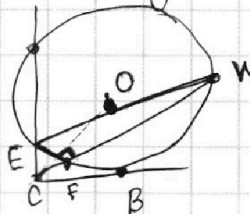
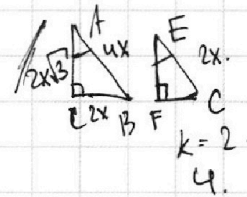
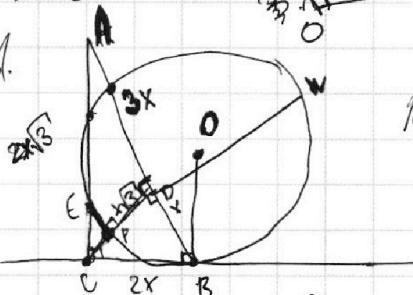
$$\begin{aligned} b^2 + c^2 &= 2m^2 + 2 \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2, \quad b^2 - c^2 = 2m^2 - \frac{a^2}{2}, \quad 2b^2 + 2c^2 = 4m^2 + a^2 \\ m &= \frac{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}}{2} \end{aligned}$$

$$\sqrt{(2b^2 + 2c^2 - a^2)(2a^2 + 2c^2 - b^2)(2b^2 + 2a^2 - c^2)}$$

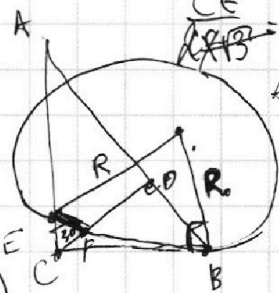
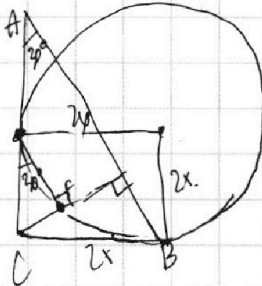
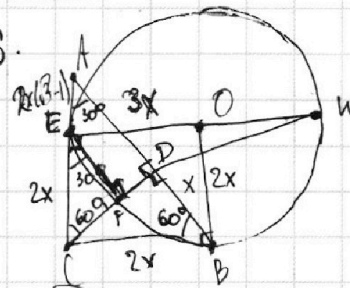
$$4 + 4 + 10 = 18, \quad 16x^2 - 12x^2$$



$$\begin{aligned} 3x^2 + y^2 &= 33, \quad u_2 \\ 3(x_2 - x_1) + y_2 & \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} CB^2 &= CE \cdot CS \\ EF^2 + FW^2 &= \dots \\ AE &= 2x\sqrt{3} - 2x = 2x(\sqrt{3} - 1) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{CE}{CF \cdot FB} &= \frac{CF}{FB} \Rightarrow CB \cdot CF = \frac{1}{2} \\ \frac{AC}{AB} &= \frac{AD}{AB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CB &= CF + FB \\ CB^2 &= CF \cdot (CF + 2R) \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



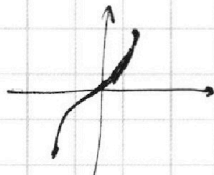
$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq \arcsin(\cos x) \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$\arccos \in [0; \pi]$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{2} \cdot 2 \quad -5\pi \leq 2x + \pi \leq 5\pi$$

$$-\frac{6\pi}{2} \leq 2x \leq \frac{4\pi}{2} \quad -3\pi \leq x \leq 2\pi$$



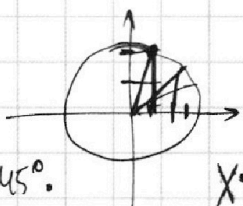
$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x \quad \text{если } x \in [2\pi k; \pi + 2\pi k]$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x + \frac{\pi}{2} \quad \frac{5\pi}{2} - 5x = x + \frac{\pi}{2} \cdot 2$$

$$\frac{5\pi - 10x = 2x + \pi}{4\pi = 12x} \Rightarrow x = \frac{4\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$$



$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$



$$5 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$\arccos(\cos(-45^\circ)) = 45^\circ$$

$$x =$$

$$\cos x \in [-1; 1]$$

$$2y = -ax + 3b$$

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b$$

$$4 - 20 = -16 - (x + 2\pi)$$

$$\frac{2}{3\pi} + \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2}$$

$$\cos(-3\pi) = \cos(3\pi) = \cos(\pi) = -1$$

$$5(\arcsin(-1)) = -\frac{5\pi}{2} \quad \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$5 \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5\pi}{6} \quad -\frac{4\pi}{3} + \frac{3\pi}{2} = -\frac{8\pi + 9\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$5 \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5\pi}{6} \quad \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$$

$$5 \arcsin(0) = 0$$

$$\cos 2\pi = 1 \quad 5 \arcsin 1 = \frac{5\pi}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

$$x^2 + 12x + 36 + y^2 + 32 = 36$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 4$$

$$2y = 36 - ax$$

$$y = \frac{3}{2}6 - \frac{a}{2}x$$

$$\frac{3 \cdot 5}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$$

$$y = \frac{3}{2}6 - \frac{a}{2}x$$

$$y = \frac{3}{2}6 - \frac{a}{2}x$$

$$y = \frac{3}{2}6 - \frac{a}{2}x$$

$$y = \frac{3}{2}6 - \frac{a}{2}x$$

$$y = \frac{3}{2}6 - \frac{a}{2}x$$

$$y = \frac{3}{2}6 - \frac{a}{2}x$$

$$y = \frac{3}{2}6 - \frac{a}{2}x$$

$$y = \frac{3}{2}6 - \frac{a}{2}x$$

$$y = \frac{3}{2}6 - \frac{a}{2}x$$

$$ax + by + c = 2$$

$$3y = 12 - 2y$$

$$5y = 12$$

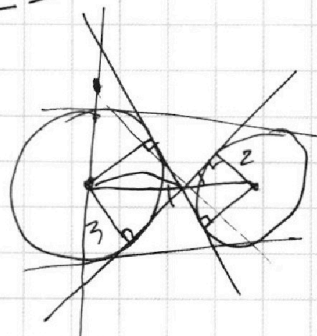
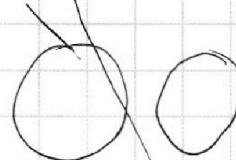
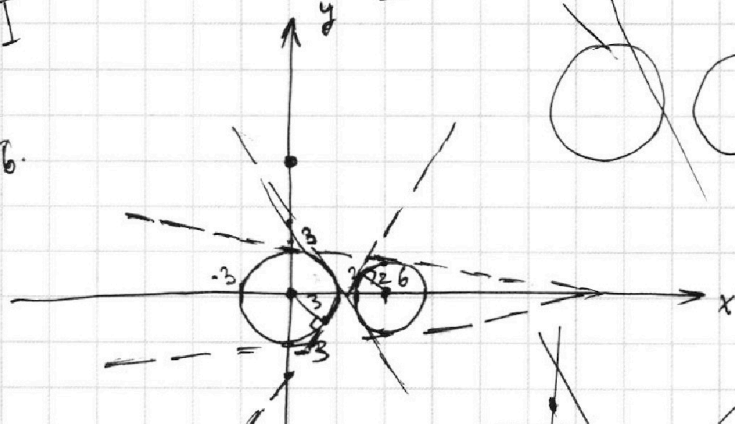
$$y = \frac{12}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} = \frac{y}{r} = \frac{12/5}{r}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{x}{y}$$

$$x + y = 6$$

$$x = 6 - y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$2x^5 + 16t + 7 = 0! ?$$

$$t^5 + 8t + \frac{7}{2} = 0.$$

$$(\log_3^4 x + 6 \log_x 3) (\log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3)$$

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 + \log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{x^2} 3^5 + \log_{xy^2} 3 + 16$$

$$\log_3^4 x - \log_3^4 5y = (\log_3^2 x - \log_3^2 5y) (\log_3^2 x + \log_3^2 5y) = \log$$

$ab = \text{НОД} \cdot \text{НОК}$.

$$2a + b + c, 3a + 2b + c, 5a + 3b + c$$

$$\begin{cases} a + b + c \geq 28 - a \\ a + b + c \geq 23 - b \end{cases}$$

$$\frac{a + b + c}{3} \geq \sqrt[3]{abc} \quad a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$$

$$\begin{cases} b + 19 + a \\ a > x + a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + b + c > 28 \\ a + 2b + c > 23 \\ a > 28 - b - c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 9 \\ a + c = 19 \\ b + c = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 9 - a \\ a + c = 19 \\ 9 - a + c = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2c + 9 = 33 \\ 2c = 24 \\ c = 12 \\ a = 7 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{z + y - x}{2} \\ b_1 = z - \frac{z + y - x}{2} \\ = \frac{2z - z - y + x}{2} \\ = \frac{z - y + x}{2} \end{cases}$$

$$\frac{z + y - x + z - y + x + x - z + y}{2} = \frac{z - y + x}{2}$$

$$y - \frac{y + z - x}{2} = \frac{2y - y - z + x}{2} = \frac{y - z + x}{2}$$

$$2 \cdot \frac{z - y + x}{2} - \frac{y + z - x}{2} = \frac{2z - y - z + x}{2} = \frac{x + z - y}{2}$$

$$\frac{9 + 19 + 14}{2} = \frac{28 + 14}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

$$ay = -ax + 36$$

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b \quad a_1 = \frac{2}{x} - \frac{z - y + x}{2} = \frac{2x - z + y - x}{2} = \frac{x - z + y}{2}$$

$$-10 + 18 + 13 = 28 + 13 = 41$$

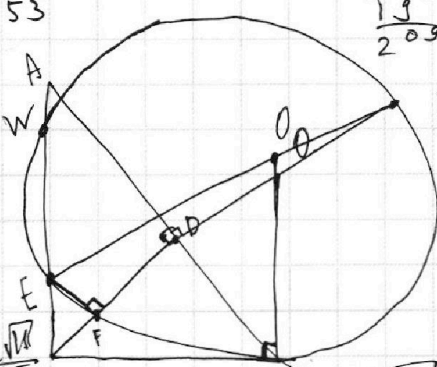
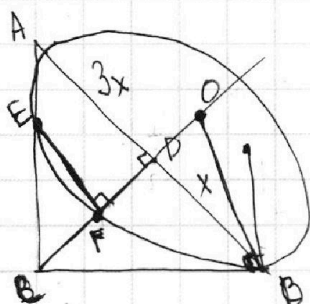
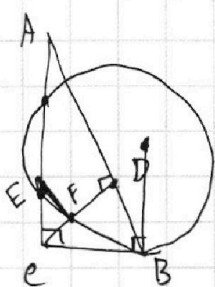
$$\frac{13}{40} \cdot \frac{54}{53}$$

$$54 : 2 = 27$$

$$\frac{19}{11} \cdot \frac{11}{203}$$

$$\frac{1}{11} \cdot \frac{1}{36}$$

$$\frac{36}{11} - 1 = \frac{25}{11} \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$$



$$\frac{2\sqrt{11}}{5} : 2$$

$$\tan \alpha = \sqrt{1 - \frac{44}{25}} = \sqrt{1 - \frac{25}{44}} = \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{44}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{44}} = \frac{3}{\sqrt{44}}$$

$$\sqrt{\frac{144}{25} - \frac{25}{44}} = \sqrt{\frac{44}{25}} = \frac{2\sqrt{11}}{5}$$

$$\frac{25}{11} - 1 = \frac{14}{11} = \frac{\sqrt{154}}{11}$$

$$\sqrt{1 - \frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$