



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .

3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-17; 68)$ ,  $Q(2; 68)$  и  $R(19; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Что ~~какая~~ ~~интересная~~ ~~возможна~~  
интересная ~~интересная~~ ~~возможна~~ ~~интересная~~  
интересная ~~интересная~~ ~~возможна~~ ~~интересная~~

пример:

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^0$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{29}$$

условия

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{29}$$

$$ca = 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ -14 \\ \hline 29 \end{array}$$

максимум образам  
 $abc = 2^{22}$

минимально возможно  
 $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

$$\text{Ответ: } \del{2^{17}} \cdot 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

P.S. каждое значение <sup>abc</sup> является  
наименьшим, потому что они удовлетво-  
ряют минимальному условию. Заметя,  
меньше ~~в~~ ~~то~~ ~~же~~ ~~не~~ ~~возможно~~. <sup>для данного условия</sup>



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

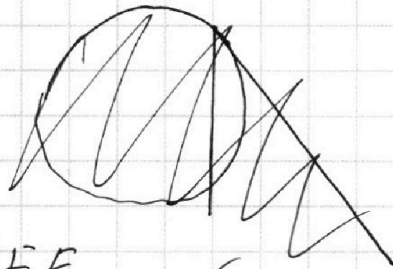
- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~Вписанная (вписана) = A~~



$$CO^2 = (3x \cdot 10x)$$

$$CO = \sqrt{30x}$$

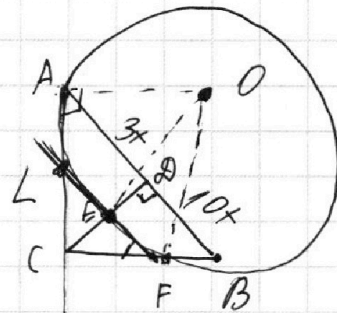
~~$\triangle CEF \sim \triangle CAB$~~

$AB \parallel EF$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{13}{10}$$

Пусть  $BD = 10x$   
 $AB = 13x \Rightarrow AD = 3x$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{\frac{1}{2} CO \cdot AD}{\frac{1}{2} CE \cdot EF} = \frac{3x \cdot 30x^2}{CE^2 \cdot 10x} = \frac{9x^2}{CE^2}$$



$$CO = \frac{3x \cdot CO \cdot CD}{CE \cdot \frac{EF}{CO} \cdot DB} = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{30x}$$

$$CO = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{30x}$$

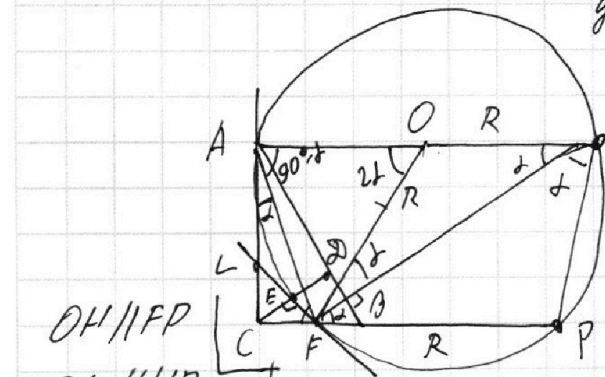
Пусть  $\angle CAF = \angle$ , тогда  $\angle FAO = 90^\circ - \angle$

угол  $\angle VCF = 2\angle = \angle AOF$   
 как  $\angle$   $\angle AOF = \angle$

$$\angle AOF = \angle = \angle VCF$$

$\triangle AFH$  - уг,  $\angle AFH = 90^\circ$  -  $\angle$   $\angle AFH = 90^\circ$  -  $\angle$   $\angle AFH = 90^\circ$  -  $\angle$

$$\angle OFH = \angle = \angle HFP \Rightarrow OH \parallel FP \quad (AC \perp AO, CP \perp AC)$$



$OH \parallel FP$   
 $\Rightarrow OF \parallel HP$   
 $OF = OH = R$

$\Rightarrow OFHP$  - паралл.  $\Rightarrow HP = R$   
 $AFPH$  - вписанная  $\Rightarrow$   $\angle$   $\Rightarrow AF = HP = R$   
 в окр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle AFO: AF = AO = FO = R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 90^\circ - \alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \triangle CAF: CF = AC : \sqrt{3} \\ AC = \sqrt{3x \cdot 13x} = \sqrt{39x} \end{aligned} \Rightarrow CF = \sqrt{13x} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \triangle CAF: CF = AC : \sqrt{3} \\ AC = \sqrt{3x \cdot 13x} = \sqrt{39x} \end{aligned}} \right\} \Rightarrow$$
$$CB = \sqrt{10x \cdot 13x} = \sqrt{130x}$$

$$\Rightarrow \frac{CF}{CB} = \frac{\sqrt{13x}}{\sqrt{130x}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\triangle CEF \sim \triangle ACB \text{ (т.к. } AB \parallel CF) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CE}{CB} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\& \text{ т.к. } CF \perp CD \text{ т.к. } CF \parallel AB.$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot AD = \frac{1}{2} \sqrt{30x} \cdot 3x$$

$$\& \text{ т.к. } S_{CDB} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot DB.$$

$$\& \triangle CEF \sim \triangle CDB \Rightarrow \frac{CE}{CB} = k = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)$$

$$\frac{S_{CEF}}{S_{CDB}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{ACD}} = \frac{S_{ACD}}{k^2 \cdot S_{CDB}} =$$

$$= \frac{AD}{k^2 \cdot DB} = \frac{3}{\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 \cdot 10} = 3$$

Ответ: 3

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{3}$ .

$$5 \arccos(\sin 4x) = \frac{3\pi}{2} + x.$$

$$\arccos(\sin 4x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}.$$

$$\sin 4x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right).$$

$$\sin 4x = \sin\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2}\right).$$

$$x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n \quad | \cdot 5.$$

$$x = \pi - \frac{3\pi}{10} - \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n \quad | \cdot 5$$

$$5x - x = \frac{3\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} + 10\pi n.$$

$$5x + x = -\frac{3\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} + 5\pi + 10\pi n.$$

$$4x = -\pi + 10\pi n.$$

$$6x = -4\pi + 5\pi + 10\pi n \quad 6x = \pi + 10\pi n.$$

1. К.  $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{2}n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{2}n \leq \frac{7\pi}{2} \quad | \cdot \frac{2}{\pi}.$$

$$-3 \leq \frac{1}{2} + 5n \leq 7$$

$$-3,5 \leq 5n \leq 6,5 \Rightarrow n = -3, -2, -1, 0, \dots, 6.$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi k}{3} \leq \frac{7\pi}{2} \Leftrightarrow -4,5 \leq k \leq 10,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = -4, -3, -2, -1, \dots, 9, 10.$$

ODS.

$$0 \leq \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq 5\pi.$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}.$$

$\cup$   
 $\sin 4x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$X = +\frac{\pi}{6} + 2,5\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$X = \pi + 2,5\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

ИД Т.К.  $-\frac{3\pi}{2} \leq X \leq \frac{7\pi}{2}, \text{ ИД.}$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{4} + 2,5\pi n \leq \frac{7\pi}{2} \quad | \cdot \frac{2}{5\pi}$$

$$-\frac{3}{5} \leq -\frac{1}{10} + n \leq \frac{7}{5}$$

$$-0,6 \leq -0,1 + n \leq 1,4 \Rightarrow n = 0; 1.$$

$$X = -\frac{\pi}{4}; \frac{9}{4}\pi.$$

$$\text{ИД} -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{4} + 2,5\pi k \leq \frac{7\pi}{2} \quad | \cdot \frac{2}{5\pi}$$

$$-0,6 \leq \frac{2}{5} + k \leq 1,4$$

$$-1 \leq k \leq 1 \Rightarrow X = -\frac{3\pi}{2}; \pi; \frac{7\pi}{2}.$$

Ответ:  $-\frac{\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}; -\frac{3\pi}{2}; \pi; \frac{7\pi}{2}.$

$$\left[ \begin{array}{l} X = \pi + 2,5\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ X = \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \quad \text{ИД Т.К. } X \in \left[ -\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2} \right]$$

ИД. ①  $-\frac{3\pi}{2} \leq \pi + 2,5\pi n \leq \frac{7\pi}{2}$

$$-0,6 \leq 0,4 + n \leq 1,4$$

$$-1 \leq n \leq 1 \Rightarrow n = 0; \pm 1 \Rightarrow X = -\frac{3\pi}{2}; \pi; \frac{7\pi}{2}.$$

②  $-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k \leq \frac{7\pi}{2} \quad | \cdot \frac{6}{\pi}$

$$-3,6 \leq 1 + 2,5k \leq 7,3 \quad \rightarrow k = -1; 0; 1 \Rightarrow$$

$$X = \frac{\pi}{6} - \frac{10\pi}{6} = -\frac{2\pi}{6} = -\frac{3\pi}{2}$$

$$-9 \leq 1 + 10k \leq 21$$

$$X = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6} + \frac{10\pi}{6} = \frac{11\pi}{6} \quad \text{Ответ: } \frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ:  $-\frac{3\pi}{2}; \pi; \frac{2\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}$

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Иском. видное  $54$  ур-ние; оно равносильно совокупности  $54$  ур.

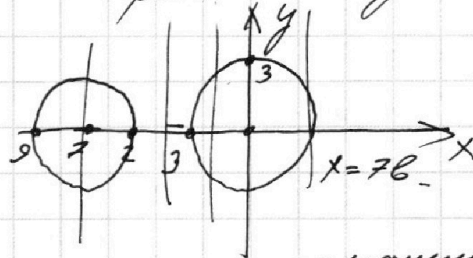
$$\begin{cases} x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+7)^2 + y^2 = 9^2 & \text{— окружность с центром } (-7; 0) \text{ и } R_1 = 9 \\ x^2 + y^2 = 3^2 & \text{— окружность с центром } (0; 0) \text{ и } R_2 = 3. \end{cases}$$

$x + 3ay - 7b = 0$  — уравнение прямой

Если  $a = 0$ , то  $x = 7b$  — верт. прямая.

Очевидно, что решение есть  $2$  (или  $1$  или  $0$ ) точек



Если  $a \neq 0$ , то

$$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

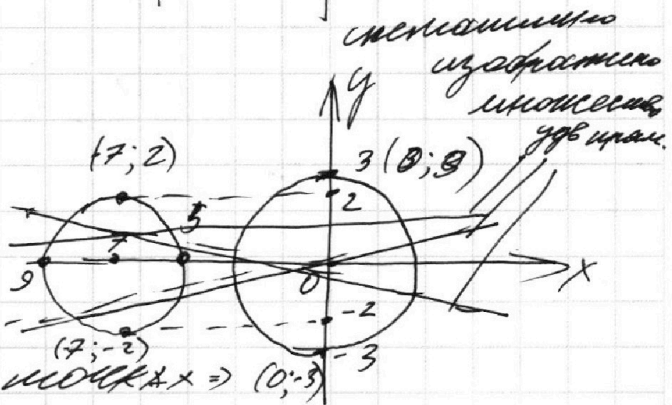
прямая, тогда

ур-ние имеет

4 реш, нуль, тогда

прямая пересекает каждую окр в двух точках  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  одна точка лежит между крайними точками окр., т.е. одна точка принадлежит



методом замены переменных

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} -2 < y(-7) < 2 \\ -3 < y(0) < 3 \end{cases}$$

$$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$\begin{cases} -2 < \frac{7}{3a} + \frac{7b}{3a} < 2 \\ -3 < \frac{7b}{3a} < 3 \end{cases}$$

нравится  
в одну сторону  
коэффициент  
положительный

① Если  $a > 0$

$$\begin{cases} -6a < 7 + 7b < 6a \\ -9a < 7b < 9a \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6a - 7 < 7b < 6a - 7 \\ -9a < 7b < 9a \end{cases}$$

в существуют  
всех.

$$\begin{cases} -9a < 6a - 7 \\ -6a - 7 < 9a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15a > 7 \\ 15a > -7 \end{cases} \Rightarrow a > \frac{7}{15} > 0 \Rightarrow a > \frac{7}{15}$$

② Если  $a < 0$ .

$$\begin{cases} 6a < 7b + 7 < -6a \\ -9a < 7b < 9a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a < 7b < 6a + 7 \\ -9a < 7b < 9a \end{cases}$$

в существуют  
всех.

$$\begin{cases} 6a - 7 < 7b < -6a - 7 \\ 9a < 7b < -9a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6a - 7 < -9a \\ 9a < -6a - 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15a < 7 \\ 15a < -7 \end{cases} \Rightarrow a < -\frac{7}{15} < 0$$

$$\text{Итого } a \in (-\infty; -\frac{7}{15}) \cup (\frac{7}{15}; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -\frac{7}{15}) \cup (\frac{7}{15}; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2 \log_7^5 6x = \log_7 36x^2 - 343 - 4. \\ \log_7^4 y + 6 \log_7 y = \log_7 y^2 - 7^5 - 4. \end{cases}$$

$\times y$ ...? На ODS:

Пусть  $\log_7 6x = t$ , а  $\log_7 y = u$ , тогда  $t \neq 0, u \neq 0$ . (Каждому  $x$  можно подобрать  $y$  и наоборот, или наоборот с  $y$ )

$$\begin{cases} t^4 - 2 \cdot \frac{1}{t} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{t} - 4 \quad | \cdot t \quad t \neq 0 \\ u^4 + 6 \cdot \frac{1}{u} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{u} - 4 \quad | \cdot u \quad u \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 - 3,5t + 4t = 0 \\ u^5 + 4u + 3,5 = 0 \\ t^5 + 4t - 3,5 = 0 \\ u^5 + 4u + 3,5 = 0 \end{cases}$$

Рассм  $f = f(a) = a^5 + 4a$   
 $f'(a) = 5a^4 + 4$   
 $f'(a) = 0$   
 $5a^4 + 4 = 0$

Ф-ция монотонно возрастает на  $\mathbb{R} \Rightarrow$  ф-ция  $f'(a) = 5a^4 + 4 > 0$

$t^5 + 4t - 3,5 = 0$  и  $u^5 + 4u + 3,5 = 0$  имеют ровно три корня, от т.к. в  $\log_7 6x = t$   $\log_7 y = u$  можно монотонно возрастает  $\Rightarrow$  существуют

по крайней мере одна пара действ.  $x$  и  $y$ .  
 заметим, что  $\forall t \in \mathbb{R}$   $\exists$   $u \in \mathbb{R}$  ф-ции  $f(t) = t^5 + 4t - 3,5$  и  $g(u) = u^5 + 4u + 3,5$ .

$f(t) = 0$  и  $g(u) = 0$  равносильны.  
 $-t^5 - 4t - 3,5 = 0 \Leftrightarrow t^5 + 4t + 3,5 = 0 = g(t) \Rightarrow$

$\Rightarrow$  что  $t$  корни  $f(t) = 0$  являются корнями уравнения  $g(u) = 0$  по модулю  $\pm 1$  и

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

 МФТИ



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

и проинволаментим по знак  $y$ , и это единственное решение.  
т.е.  $x = -t \Rightarrow \log_7 6x = -\log_7 y$ .

т.е.  $\log_7 6x + \log_7 y = 0$  ~~ка~~

~~ка~~  $\log_7(6xy) = 0 \Rightarrow 6xy = 1$ , т.е.  $xy = \frac{1}{6}$ .

и это единственное возможное значение  $xy$  (в других случаях оно не  $xy$ ).

Ответ:  $\frac{1}{6}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

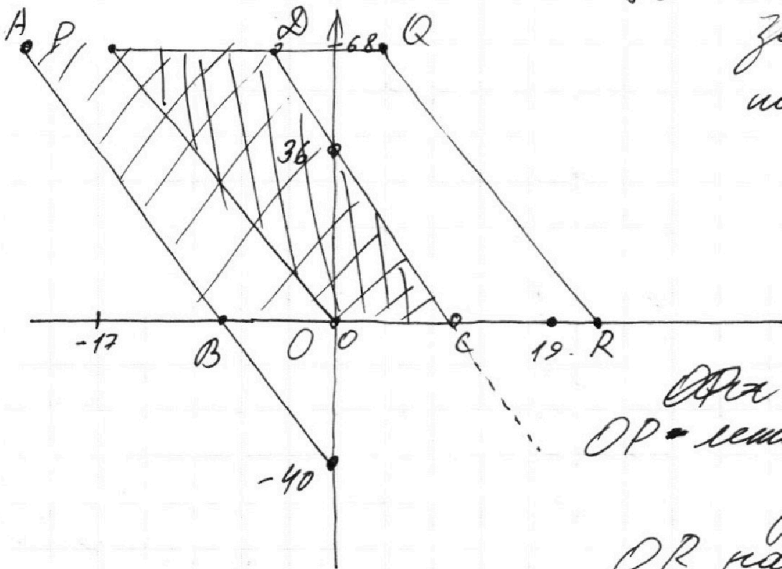
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



√6



зафиксируем  $A(x_1; y_1)$   
 тогда  $4x_2 + y_2 = 4x_1 + y_1$   
 $y_2 = -4x_2 + 40 + 4x_1 + y_1$   
 прямая, явл.  
 множеством  
 точек B.

Для  $OR$   
 $OR$  - линия на прямой

$y = -4x$

$OR$  на  $y = -4x + 76$

$PQ$  на  $y = 68$

$OR$  на  $y = 0$ .

Заметим, что

$y_2 = -4x_2 + 40 + 4x_1 + y_1$

и  $y = -4x + 76$ . и  $y = -4x$  наклонены под одним углом, а т.к. B лежит внутри параллельно, то необходимо выписать условие:

$0 \leq 40 + 4x_1 + y_1 \leq 76$

$-40 \leq 4x_1 + y_1 \leq 36$ , т.е.  $\begin{cases} y_1 \leq 36 - 4x_1 \\ y_1 \geq -40 - 4x_1 \end{cases}$

Каждая прямая пройдет через параллельную прямую всегда  $y = -4x + c$ , где  $c \in \mathbb{Z}$  лежит.  $\frac{68}{4} + 1 \neq 17 + 1 = 18$  точек, однако,

мы рассуждая, скажем точка A задает точку множества B, и наоборот. (хотя т.к.  $A(y_1; x_1) \in B$ ,  $y_1 \in [0; 68]$  и т.д.)

и  $A(36 - 4x_1) \Rightarrow x_1 \in [0; 9]$

P.S.  $A \equiv B$  (в условии еще что это можно не сказано).







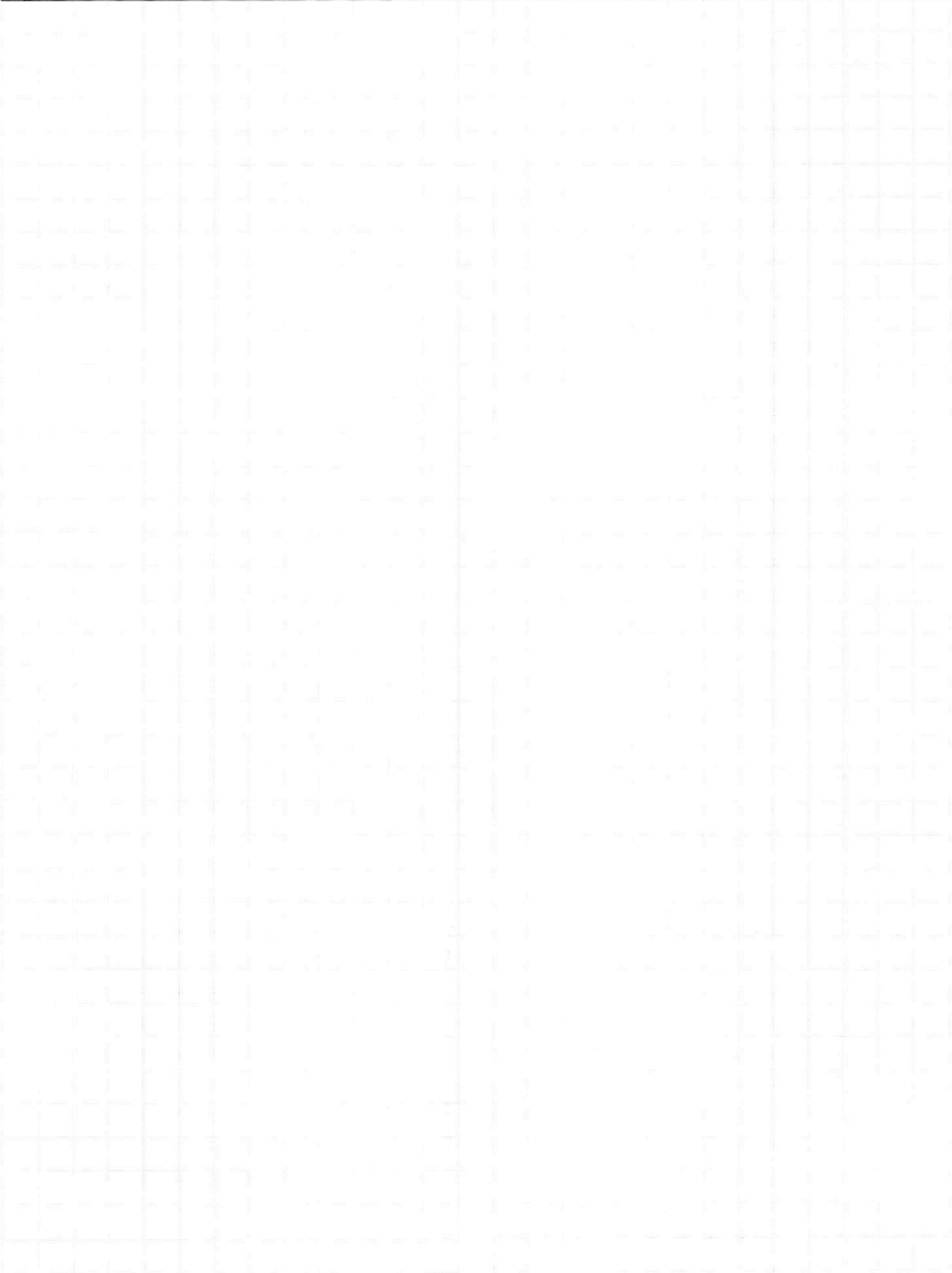
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



*Чернышев*

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3^2 \\ (x^2 + 14x + 49) - 49 + y^2 + 45 = 0 \end{cases}$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 2^2$$

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

$$8 + 10 = 18$$

$\sqrt{5}$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 18 \\ \hline 18 \\ 144 \\ \hline 324 \end{array}$$

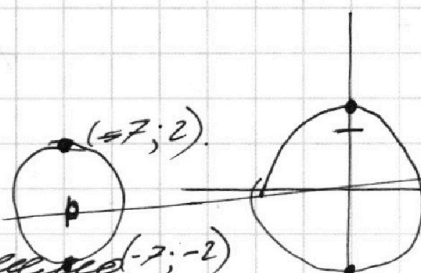
$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

если  $a=0$ .

то  $x=7b$ .

*Чрез точку невозможна*  
*Верхняя точка*



*Иногда упр. система (-7; -2)*

*3 реал. прямая должна*

*решать.*

$$\begin{cases} -2 < y(-7) < 2 \\ -3 < y(0) < 3 \end{cases}$$

$$0,4 \cdot 8 = 6,8$$

$$\frac{7}{4} + 1 \quad \frac{8}{4} + 1$$

$$\text{Пусть } (\log_7 6x) = t$$

$$t^4 - 2 \cdot \frac{1}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$u^4 + 6 \frac{1}{u} = \frac{5}{2} \frac{1}{u} - 4$$

$$t^5 + 4t - 3,5 = 0$$

$$u^5 + 4u + 3,5 = 0$$

$$5t^4 + 4 = 0$$

$$t^4 = -\frac{4}{5} \phi$$

$$\log_7 y = t$$

$$-t = u$$

$$\log_7 y = -\log_7 6x$$

$$\log_7 (6y) = 0$$

$$6yx = 1$$

$$yx = \frac{1}{6}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

*Шерковеев*

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \quad \sqrt{1} \quad a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \quad abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

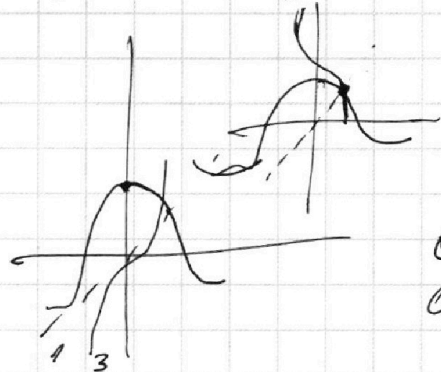
$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

$$\begin{array}{r}
 24 \\
 + 15 \\
 + 17 \\
 \hline
 43
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 11 \\
 + 18 \\
 + 32 \\
 + 43 \\
 \hline
 75
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 14 \\
 + 18 \\
 + 32 \\
 + 43 \\
 \hline
 75
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 76 \\
 \overline{) 38} \\
 19
 \end{array}$$

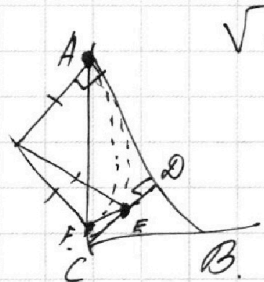
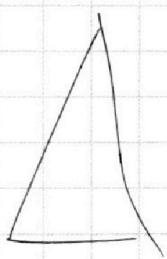
$$c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{44}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^0$$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{42}$$



$$\begin{array}{r}
 324 \\
 + 18 \\
 \hline
 92
 \end{array}$$



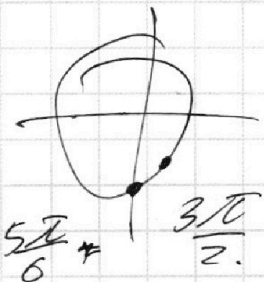
$$\sqrt{2} \cdot \frac{5\pi}{2} - \frac{1}{4} = \frac{10 \cdot 12.79}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\sqrt{3} \cdot \text{sarccos}(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

*3A AX 124*

$$\cos(\text{sarccos}(\sin x)) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$$

$(\sin x = \sin x)$



$$\text{arcsin}(\sin x) = x + 2\pi k$$

$$\cos \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \cos \sin\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{cases}
 x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} - \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\
 x = \pi - \frac{3\pi}{10} - \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2} + 2\pi k
 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

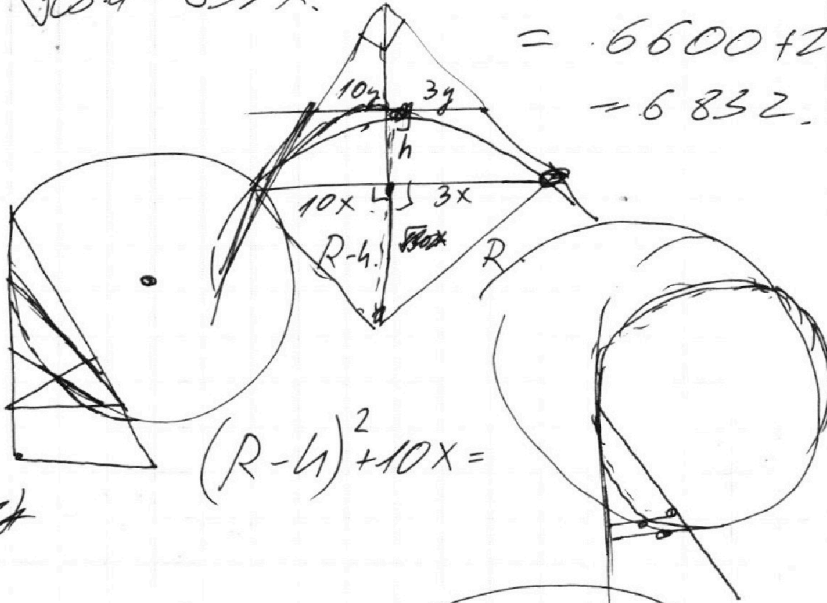
$$+ \begin{array}{r} 324 \\ 48 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 18 \\ \hline 2592 \\ 324 \\ \hline 5832 \end{array}$$

Черковец

$$\begin{aligned} (20-2)^2 &= 8000 - \\ &- 6 \cdot 400 + 12 \cdot 20 - 8 = \\ &= 8000 - 2400 + \\ &+ 240 - 8 = \\ &= 6600 + 240 - 8 = \\ &= 6832. \end{aligned}$$

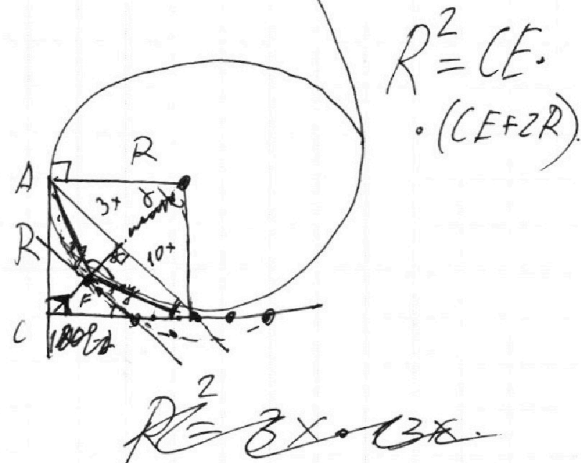
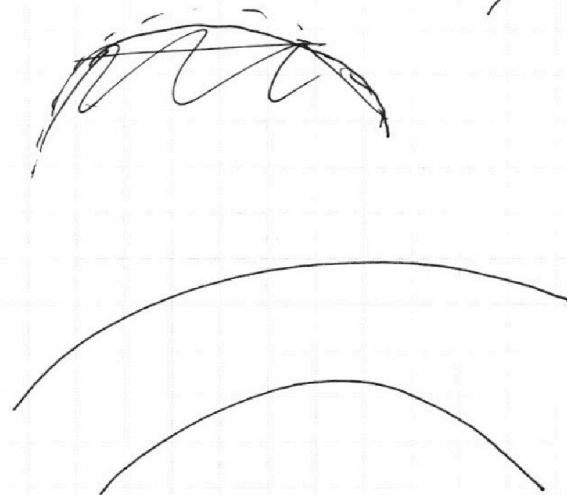
$$AC = \sqrt{324} \sqrt{39x}$$



$$(R-h)^2 + 10x^2 =$$

Знач

$$A+B =$$



$$R^2 = CE \cdot (CE + 2R)$$

$$R^2 = 3x \cdot 13x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

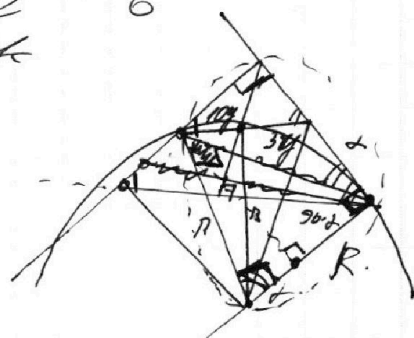
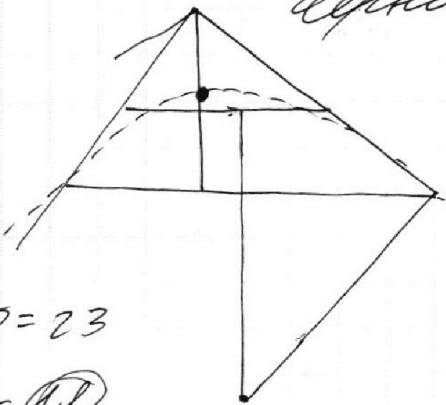


$$\frac{1}{2}$$

~~$$\frac{5\pi}{3}$$~~

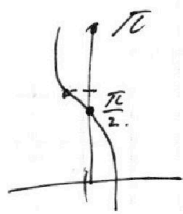
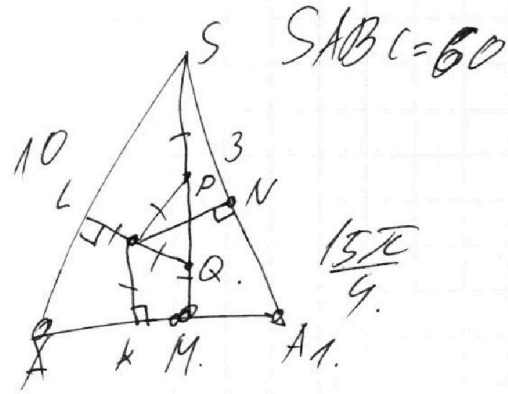
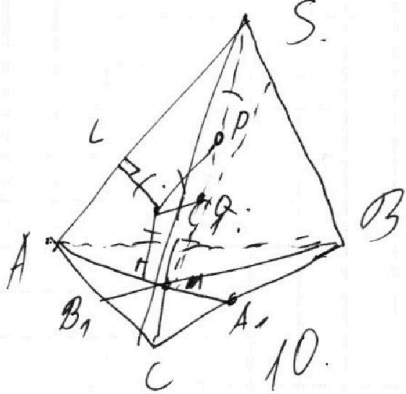
$$\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = 10\pi \times 10\pi$$

Черновик



$$\begin{aligned} &4 \\ &+ 4 \\ &+ 5 \cdot 3 = \\ &= 15 + 8 = 23 \\ &5 + 6 = \textcircled{11} \end{aligned}$$

$$\angle ABC = 60^\circ$$



$$\frac{5\pi}{2} \quad \frac{3\pi}{2} + \pi$$

$$-1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\frac{7\pi}{2}$$

$$\frac{15\pi}{4} \quad \frac{6\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$$

$$5\pi$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad \frac{13\pi}{4}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

~~$$\frac{3\pi}{4}$$~~

$$\frac{3\pi}{4} + \frac{6\pi}{4} = \frac{9\pi}{4} \quad \frac{9\pi}{4}$$

$$\left(\frac{5\pi}{4}\right) =$$

$$\frac{9\pi}{4} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{5\pi}{4}$$

$$\frac{5\pi}{4} + \frac{6\pi}{4} = \frac{11\pi}{4}$$