



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{1}$

$$\begin{array}{l} ab : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \\ bc : 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \\ ac : 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{7+13+14} \cdot 3^{11+15+17} \cdot 5^{14+18+43} \\ = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75} \end{array}$$

$c = 2^{t_3} \cdot 3^{B_3} \cdot 5^{t_3}$; $a = 2^{t_1} \cdot 3^{B_1} \cdot 5^{t_1}$; $b = 2^{t_2} \cdot 3^{B_2} \cdot 5^{t_2}$; B

Т.к. a, b, c - катеты треугольника, то abc делится на квадрат любого из чисел a, b, c .

рассмотрим каждую из переменных a, b, c отдельно (очевидно, что число abc делится на $2, 3, 5$ и число abc делится на $2, 3, 5$).

2: $(abc)^2 : 2^{34} \Rightarrow$ предположим, что abc делится на 2^k , где $k < 17$. Тогда $(abc)^2$ делится на 2^{2k} , что не равно 2^{34} . Значит, abc делится на 2^{17} .

$abc : 2^{17}$, покажем, что это возможно:
 $a = 2^4 \cdot 3^{B_1} \cdot 5^{t_1}$; $b = 2^3 \cdot 3^{B_2} \cdot 5^{t_2}$; $c = 2^{10} \cdot 3^{B_3} \cdot 5^{t_3}$

ум. задачи все.

3: $(abc)^2 : 3^{43}$ из указанного выше \Rightarrow
 $\Rightarrow (abc)^2 : 3^{43}$, покажем, что такая abc существует.
возможна $abc : 3^{22}$. $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{t_1+t_2+t_3}$

$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{t_1}$; $b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^{t_2}$; $c = 2^{10} \cdot 3^1 \cdot 5^{t_3}$

ум. выполняется

45: заметим, что $ab \cdot bc : 5^{14} \cdot 5^{18} = 5^{32}$
но в то же время $a \cdot c : 5^{43}$

$\Rightarrow (abc)^2 : 5^{86}$ точно $\Rightarrow abc : 5^{43}$, докажем

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle AFO: AF = AO = FO = R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 90^\circ - \alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \triangle CAF: CF = AC : \sqrt{3} \\ AC = \sqrt{3x \cdot 13x} = \sqrt{39x} \end{aligned} \Rightarrow CF = \sqrt{13x} \left. \begin{array}{l} \\ \\ CB = \sqrt{10x \cdot 13x} = \sqrt{130x} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CF}{CB} = \frac{\sqrt{13x}}{\sqrt{130x}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\triangle CEF \sim \triangle ACB \text{ (т.к. } AB \parallel CF) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CE}{CB} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\& \text{ т.к. } CF \perp CD \text{ т.к. } CF \parallel AB.$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot AD = \frac{1}{2} \sqrt{30x} \cdot 3x$$

$$\& \text{ т.к. } S_{CDB} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot DB.$$

$$\& \triangle CEF \sim \triangle CDB \Rightarrow \frac{CE}{CB} = k = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)$$

$$\frac{S_{CEF}}{S_{CDB}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{ACD}} = \frac{S_{ACD}}{k^2 \cdot S_{CDB}} =$$

$$= \frac{AD}{k^2 \cdot DB} = \frac{3}{\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 \cdot 10} = 3$$

Ответ: 3

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{3}$.

$$5 \arccos(\sin 4x) = \frac{3\pi}{2} + x.$$

$$\arccos(\sin 4x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}.$$

$$\sin 4x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right).$$

$$\sin 4x = \sin\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2}\right).$$

$$4x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad | \cdot 5.$$

$$4x = \pi - \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad | \cdot 5$$

$$5x - x = \frac{3\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} + 10\pi n.$$

$$5x - x = -\frac{3\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} + 5\pi + 10\pi n.$$

$$4x = -\pi + 10\pi n.$$

$$6x = -4\pi + 5\pi + 10\pi n, \quad 6x = \pi + 10\pi n.$$

1. К. $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{2}n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{2}n \leq \frac{7\pi}{2} \quad | \cdot \frac{2}{\pi}.$$

$$-3 \leq \frac{1}{2} + 5n \leq 7$$

$$-3,5 \leq 5n \leq 6,5 \Rightarrow n = -3, -2, -1, 0, \dots, 6.$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi k}{3} \leq \frac{7\pi}{2} \Leftrightarrow -4,5 \leq k \leq 10,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = -4, -3, -2, -1, \dots, 9, 10.$$

ODS.

$$0 \leq \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq 5\pi.$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}.$$

\cup
 $\sin 4x$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$X = +\frac{\pi}{6} + 2,5\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$X = \pi + 2,5\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ИД Т.К. } -\frac{3\pi}{2} \leq X \leq \frac{7\pi}{2}, \text{ ИД.}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{4} + 2,5\pi n \leq \frac{7\pi}{2} \quad | \cdot \frac{2}{5\pi}$$

$$-\frac{3}{5} \leq -\frac{1}{10} + n \leq \frac{7}{5}$$

$$-0,6 \leq -0,1 + n \leq 1,4 \Rightarrow n = 0; 1.$$

$$X = -\frac{\pi}{4}; \frac{9}{4}\pi.$$

$$\text{ИД } -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{4} + 2,5\pi k \leq \frac{7\pi}{2} \quad | \cdot \frac{2}{5\pi}$$

$$-0,6 \leq \frac{2}{5} + k \leq 1,4$$

$$-1 \leq k \leq 1 \Rightarrow X = -\frac{3\pi}{2}; \pi; \frac{7\pi}{2}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}; -\frac{3\pi}{2}; \pi; \frac{7\pi}{2}.$$

$$\left[\begin{array}{l} X = \pi + 2,5\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ X = \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \quad \text{ИД Т.К. } X \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2} \right]$$

$$\text{ИД. } \textcircled{1} -\frac{3\pi}{2} \leq \pi + 2,5\pi n \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$-0,6 \leq 0,4 + n \leq 1,4$$

$$-1 \leq n \leq 1 \Rightarrow n = 0; \pm 1 \Rightarrow X = -\frac{3\pi}{2}; \pi; \frac{7\pi}{2}.$$

$$\textcircled{2} -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k \leq \frac{7\pi}{2} \quad | \cdot \frac{6}{\pi}$$

$$-3,6 \leq 1 + 2,5k \leq 7,3 \quad \rightarrow k = -1; 0; 1 \Rightarrow$$

$$X = \frac{\pi}{6} - \frac{10\pi}{6} = -\frac{2\pi}{6} = -\frac{3\pi}{2}$$

$$-9 \leq 1 + 10k \leq 21$$

$$X = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6} + \frac{10\pi}{6} = \frac{11\pi}{6} \quad \text{Ответ: } \frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}; \pi; \frac{2\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Иском. видное 59 ур-ние; оно равносильно совокупности 59 ур.

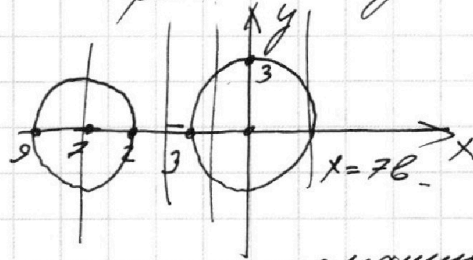
$$\begin{cases} x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+7)^2 + y^2 = 2^2 & \text{— окружность с центром } (-7; 0) \text{ и } R_1 = 2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 & \text{— окружность с центром } (0; 0) \text{ и } R_2 = 3. \end{cases}$$

$x + 3ay - 7b = 0$ — уравнение прямой

Если $a = 0$, то $x = 7b$ — верт. прямая.

Очевидно, что решение есть 2 (или 1 или 0) точек



Если $a \neq 0$, то

$$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

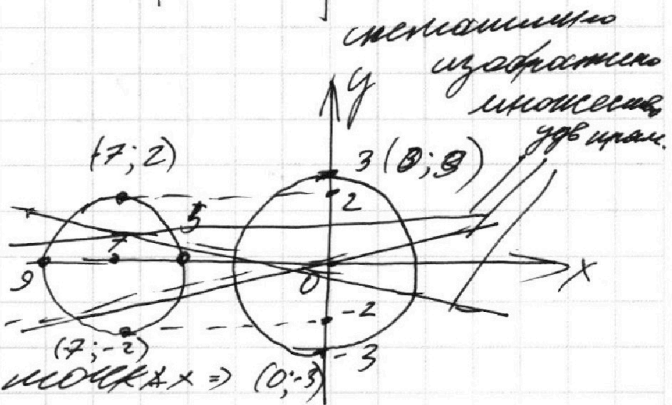
прямая, тогда

ур-ние имеет

4 реш, нужно, чтобы

прямая пересекала каждую окр в двух точках \Rightarrow

\Rightarrow она должна быть между крайними точками окр., т.е. должна содержать



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} -2 < y(-7) < 2 \\ -3 < y(0) < 3 \end{cases}$$

$$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$\begin{cases} -2 < \frac{7}{3a} + \frac{7b}{3a} < 2 \\ -3 < \frac{7b}{3a} < 3 \end{cases}$$

нравится
в одну сторону
коэффициент
небольшой

① Если $a > 0$

$$\begin{cases} -6a < 7 + 7b < 6a \\ -9a < 7b < 9a \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6a - 7 < 7b < 6a - 7 \\ -9a < 7b < 9a \end{cases}$$

в существовании
есть.

$$\begin{cases} -9a < 6a - 7 \\ -6a - 7 < 9a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15a > 7 \\ 15a > -7 \end{cases} \Rightarrow a > \frac{7}{15} > 0 \Rightarrow a > \frac{7}{15}$$

② Если $a < 0$.

$$\begin{cases} 6a < 7b + 7 < -6a \\ -9a < 7b < 9a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a < 7b < 6a + 7 \\ -9a < 7b < 9a \end{cases}$$

в существовании
есть.

$$\begin{cases} 6a - 7 < 7b < -6a - 7 \\ 9a < 7b < -9a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6a - 7 < -9a \\ 9a < -6a - 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15a < 7 \\ 15a < -7 \end{cases} \Rightarrow a < -\frac{7}{15} < 0$$

$$\text{Итого } a \in (-\infty; -\frac{7}{15}) \cup (\frac{7}{15}; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -\frac{7}{15}) \cup (\frac{7}{15}; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2 \log_7^5 6x = \log_7 36x^2 - 343 - 4. \\ \log_7^4 y + 6 \log_7 y = \log_7 y^2 - 7^5 - 4. \end{cases}$$

$\times y$...? На ODS:

Пусть $\log_7 6x = t$, а $\log_7 y = u$, тогда $t \neq 0, u \neq 0$. (каждому x можно подобрать y и наоборот, или наоборот с u)

$$\begin{cases} t^4 - 2 \cdot \frac{1}{t} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{t} - 4 \quad | \cdot t \quad t \neq 0 \\ u^4 + 6 \cdot \frac{1}{u} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{u} - 4 \quad | \cdot u \quad u \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^5 - 3,5t + 4t = 0 \\ u^5 + 4u + 3,5 = 0 \\ t^5 + 4t - 3,5 = 0 \\ u^5 + 4u + 3,5 = 0 \end{cases}$$

Рассм $y = f(a) = a^5 + 4a$
 $f'(a) = 5a^4 + 4$
 $f'(a) = 0$
 $5a^4 + 4 = 0$

Ф-ция монотонно возрастает на $\mathbb{R} \Rightarrow$ ~~ф-ция~~ уравнения $f'(a) = 0$

$t^5 + 4t - 3,5 = 0$ и $u^5 + 4u + 3,5 = 0$ имеют ровно три корня, от т.к. в $\log_7 6x = t$ $\log_7 y = u$ можно монотонно возрастает \Rightarrow существуют

по крайней мере одна пара действ. x и y .
 заметим, что $\forall t \in \mathbb{R}$ \exists $u \in \mathbb{R}$ ф-ции $f(t) = t^5 + 4t - 3,5$ и $g(u) = u^5 + 4u + 3,5$.

$f(t) = 0$ и $g(u) = 0$ равносильны.
 $-t^5 + 4t - 3,5 = 0 \Leftrightarrow t^5 + 4t + 3,5 = 0 = g(t) \Rightarrow$

\Rightarrow что ~~каждое~~ каждое уравнение по по модулю 7 имеет и

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

 МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



и проинтегрируем по z и y , и это единственное решение.
т.е. $z = -t \Rightarrow \log_7 6x = -\log_7 z$

т.е. $\log_7 6x + \log_7 z = 0$ ~~ка~~

~~ка~~ $\log_7(6xz) = 0 \Rightarrow 6xz = 1$, т.е. $xz = \frac{1}{6}$.

и это единственное возможное значение xz (в других случаях оно не z).

Ответ: $\frac{1}{6}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

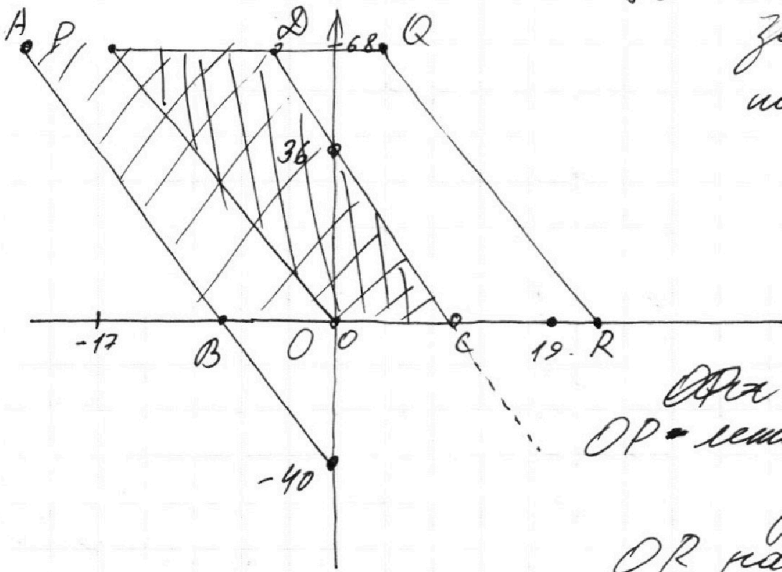
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



√6



зафиксируем $A(x_1; y_1)$
 тогда $4x_2 + y_2 = 4x_1 + y_1$
 $y_2 = -4x_2 + 40 + 4x_1 + y_1$
 прямая, явл.
 множеством
 точек B.

Для OR
 OR - линия на прямой

$y = -4x$

OR на $y = -4x + 76$

PQ на $y = 68$

OR на $y = 0$.

Заметим, что

$y_2 = -4x_2 + 40 + 4x_1 + y_1$

и $y = -4x + 76$. и $y = -4x$ наклонены под
 одним углом, а т.к. B лежит внутри
 пар-линии, то необходимо выписать условие:

$0 \leq 40 + 4x_1 + y_1 \leq 76$

$-40 \leq 4x_1 + y_1 \leq 36$, т.е. $\begin{cases} y_1 \leq 36 - 4x_1 \\ y_1 \geq -40 - 4x_1 \end{cases}$

Каждая прямая пройдет через пар-линии
 прямой всегда $y = -4x + c$, где $c \in \mathbb{Z}$
 линии. $\frac{68}{4} + 1 \neq 17 + 1 = 18$ точек, однако,

мы рассуждая, скажем, точка A
 задает точку множества B, и наоборот.
 (хотя т.к. $A(y_1; x_1) \in B$, $y_1 \in [0; 68]$ и т.д.)
 через пар-линии
 с угл. $\alpha = 4$.

Знаем $A(36 - 4x_1) \Rightarrow x_1 \in \mathbb{Z}$ и т.д.

P.S. $A \equiv B$ (в условии ~~еще~~ что это можно
 не сказать).



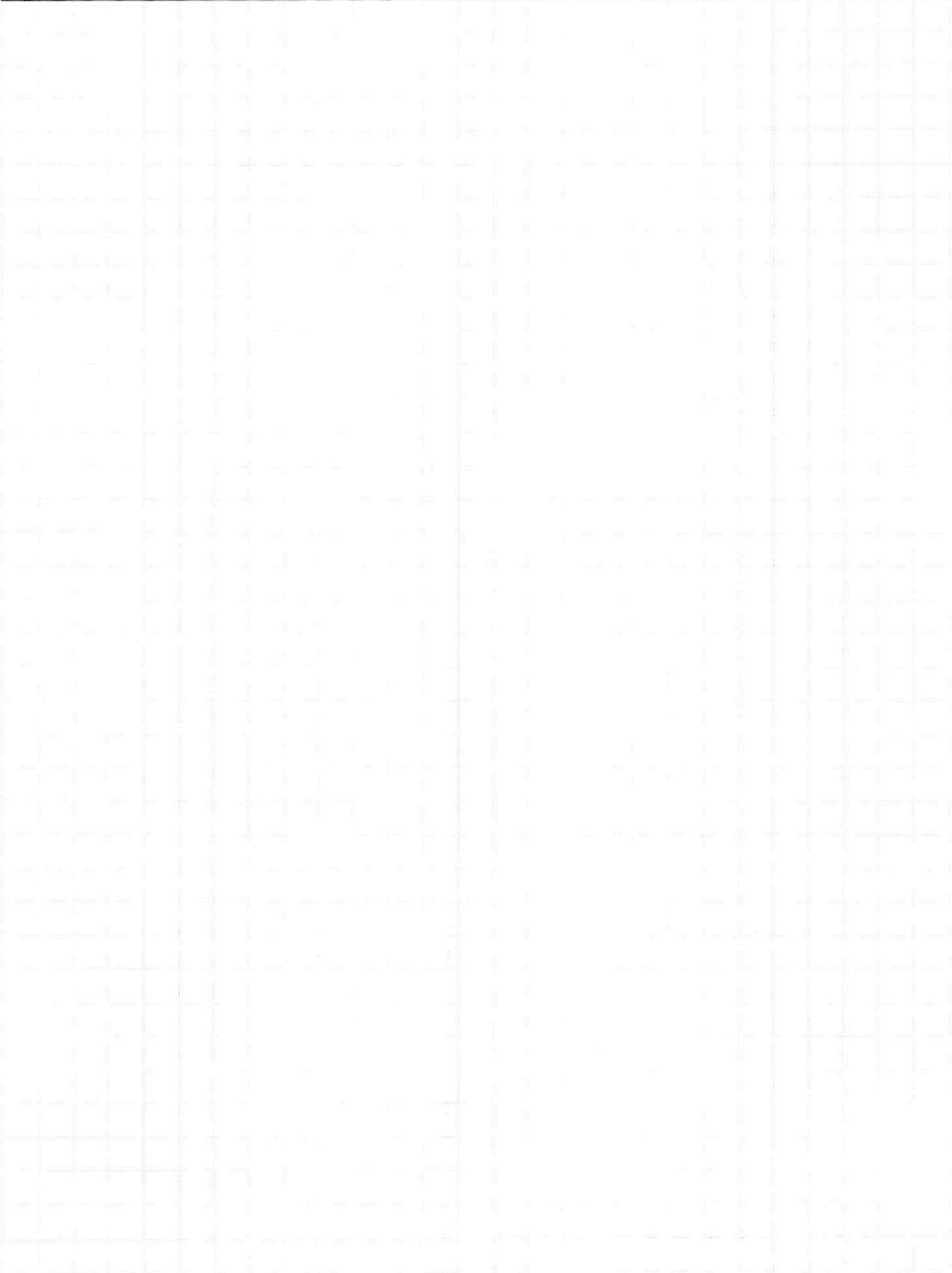
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3^2 \\ (x^2 + 14x + 49) - 49 + y^2 + 45 = 0 \end{cases}$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 2^2$$

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

$$8 + 10 = 18$$

$\sqrt{5}$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 18 \\ \hline 18 \\ 2592 \\ \hline 324 \end{array}$$

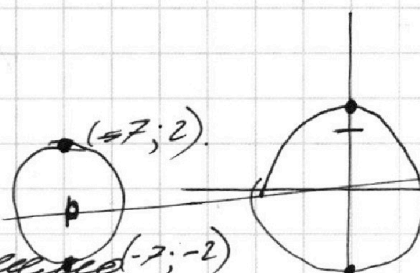
$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 180 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

если $a=0$.

то $x=7b$.

Чрез точку невозможна
Вершина



Иногда упр. система

3 реал. прямая должна

решать.

$$\begin{cases} -2 < y(-7) < 2 \\ -3 < y(0) < 3 \end{cases}$$

$$0,4 \cdot 8 = 6,8$$

$$\frac{7}{4} + 1 \quad \frac{8}{4} + 1$$

$$\log_7(6x) = t$$

$$t^4 - 2 \cdot \frac{1}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$u^4 + 6 \frac{1}{u} = \frac{5}{2} \frac{1}{u} - 4$$

$$t^5 + 4t - 3,5 = 0$$

$$u^5 + 4u + 3,5 = 0$$

$$5t^4 + 4 = 0$$

$$t^4 = -\frac{4}{5} \phi$$

$$\log_7 y = t$$

$$-t = u$$

$$\log_7 y = -\log_7 6x$$

$$\log_7(6y) = 0$$

$$6yx = 1$$

$$yx = \frac{1}{6}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Шерковец

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

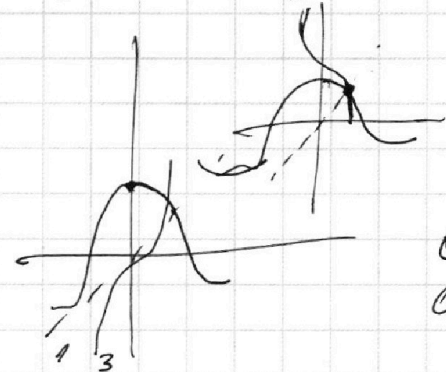
$$\begin{array}{r} 24 \\ + 11 \\ + 17 \\ \hline 43 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ + 18 \\ \hline 32 \\ + 43 \\ \hline 75 \end{array} \quad \begin{array}{r} 26 \\ \overline{) 12} \\ 38 \end{array}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{44}$$

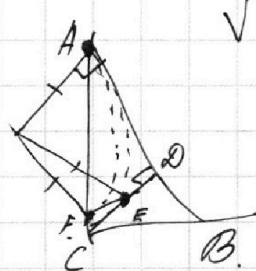
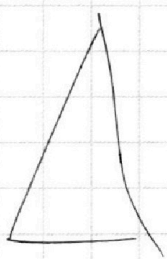
$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^0$$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{42}$$

$$\begin{array}{r} 43 - 24 \\ 19 \\ + 14 \\ \hline 33 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 324 \\ + 18 \\ \hline 92 \end{array}$$

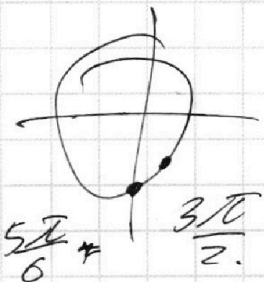


$$\sqrt{2} \cdot \frac{5\pi}{2} - \frac{1}{4} = \frac{10 \cdot 12.79}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\sqrt{3} \cdot \text{sarccos}(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

3A AX 124

$$\cos(\text{sarccos}(\sin x)) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$$



(sin x = sin x)

$$\text{arcsin}(\sin x) = x + 2\pi k$$

$$\cos \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \cos \sin\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} - \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = \pi - \frac{3\pi}{10} - \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

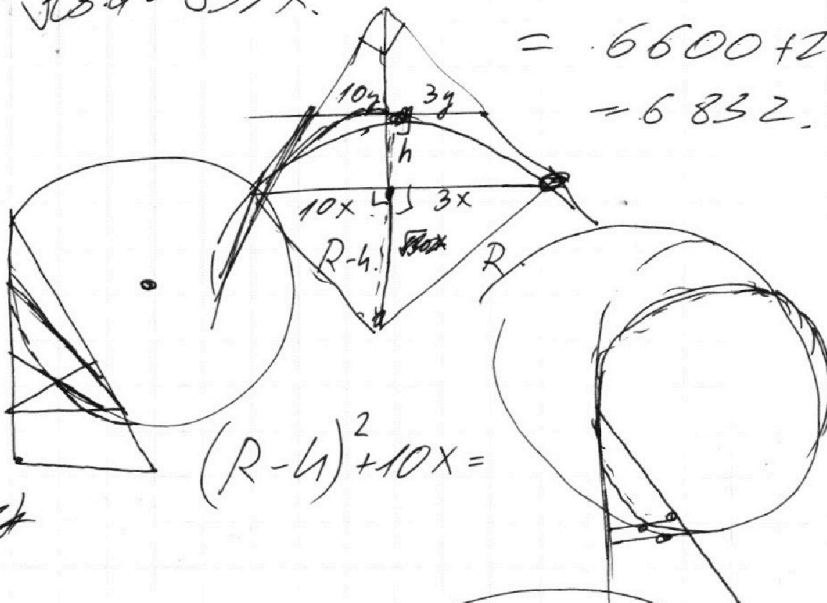
$$+ \begin{array}{r} 324 \\ 48 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 18 \\ \hline 2592 \\ 324 \\ \hline 5832 \end{array}$$

Черковец

$$\begin{aligned} (20-2)^2 &= 8000 - \\ &- 6 \cdot 400 + 12 \cdot 20 - 8 = \\ &= 8000 - 2400 + \\ &+ 240 - 8 = \\ &= 6600 + 240 - 8 = \\ &= 6832. \end{aligned}$$

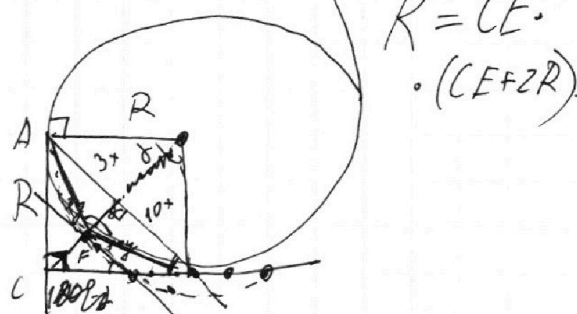
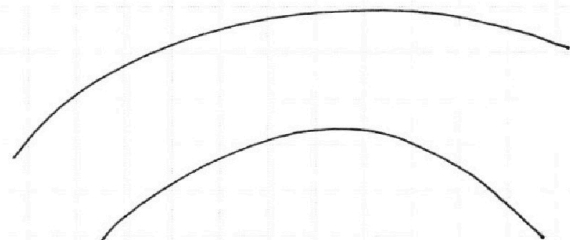
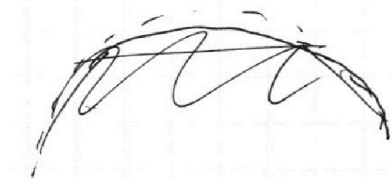
$$AC = \sqrt{324} \sqrt{39x}$$



$$(R-h)^2 + 10x =$$

Знач

$$A+B =$$



$$R^2 = CE \cdot (CE+2R)$$

$$R^2 = 3x \cdot 13x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

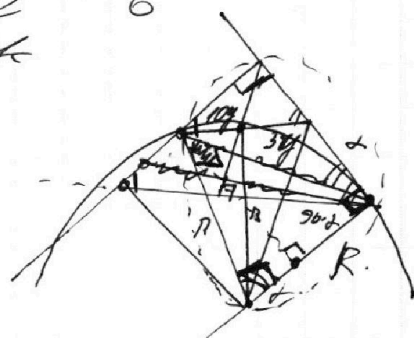
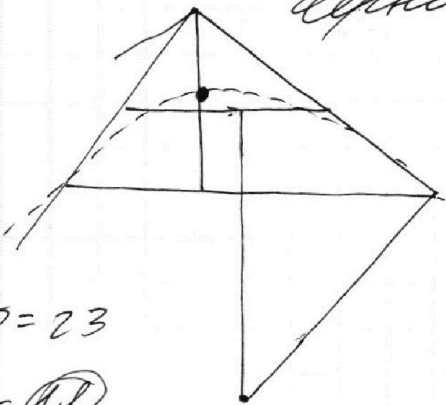


$$\frac{1}{2}$$

~~$$\frac{5\pi}{3}$$~~

$$\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = 10 \times 10\pi$$

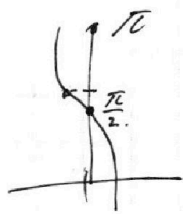
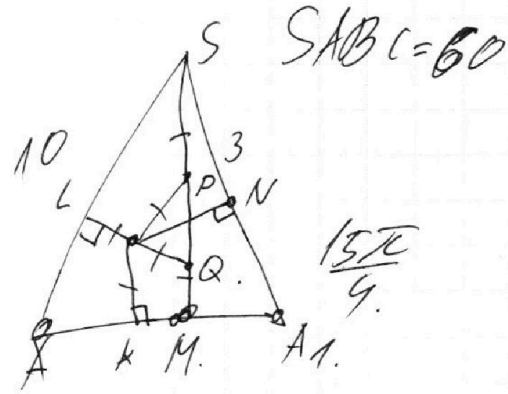
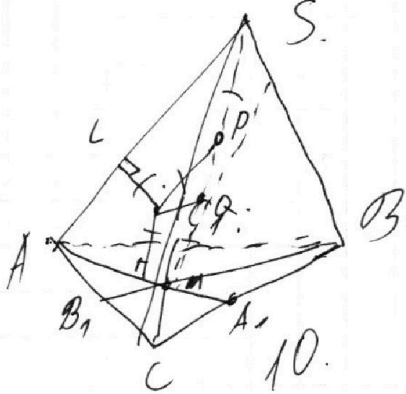
Черновик



$$4 + 4 + 5 \cdot 3 = 15 + 8 = 23$$

$$5 + 6 = 11$$

$$\angle ABC = 60^\circ$$



$$\frac{5\pi}{2} \quad \frac{3\pi}{2} + \pi$$

$$-1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\frac{7\pi}{2}$$

$$\frac{15\pi}{4} \quad \frac{6\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$$

$$5\pi$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad \frac{13\pi}{4}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

~~$$\frac{3\pi}{4}$$~~

$$\frac{3\pi}{4} + \frac{6\pi}{4} = \frac{9\pi}{4} \quad \frac{9\pi}{4}$$

$$\left(\frac{5\pi}{4}\right) =$$

$$\frac{9\pi}{4} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{5\pi}{4}$$

$$\frac{5\pi}{4} + \frac{6\pi}{4} = \frac{11\pi}{4}$$