



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-17;68)$ ,  $Q(2;68)$  и  $R(19;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = n \cdot 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = k \cdot 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \quad n, k, l \in \mathbb{N}$$

$$ac = l \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{22}$$

$$(abc)^2 = nkl \cdot 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75} - \text{используем квадрат}$$

$$\Rightarrow \text{иногда } abc \text{ было } \min nkl = 15$$

$$(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75} \quad abc_{\min} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

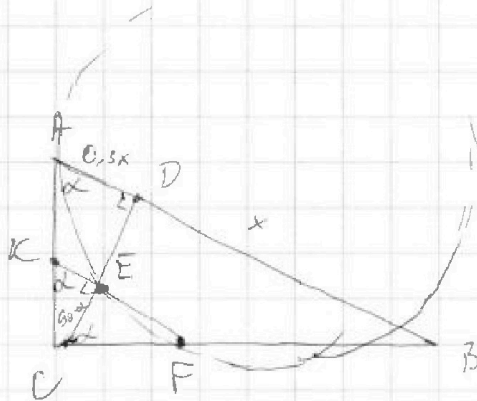
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle BAK = \alpha = \angle FKC$$

т.к. (уг. парал.)

$$\angle CEF = \alpha \quad (90 - 90 - \alpha)$$

$\triangle KEC \sim \triangle CEF$ .

$$\frac{KE}{CE} = \frac{CE}{EF}$$

Пряуго. отр. кат. гипот.:  $CE^2 = KE \cdot EF$

$$AK^2 = KE \cdot KF = KE^2 + KE \cdot EF = KE^2 + CE^2 = KC^2$$

$AK = KC \Rightarrow KF$  — сред. кат.  $\Rightarrow CF = FB$ .

$$S_{CEF} = \frac{1}{4} S_{BCD} = 0,25 S_{BCD}$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot 0,3x \quad S_{BCD} = \frac{1}{2} CD \cdot x$$

$$S_{ACD} = 0,3 S_{BCD}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{0,3 S_{BCD}}{0,25 S_{BCD}} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \leq \pi$$

$$\pi = 6x$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

Ответ:  $\frac{\pi}{6}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

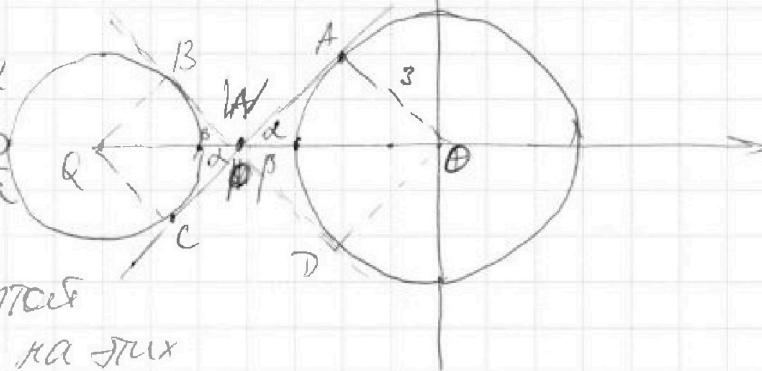


Калано

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b \quad (1) \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad x^2 + 14x + y^2 + 45 &= 0 \\ (x+7)^2 + y^2 &= 4 \\ \text{или} \\ x^2 + y^2 &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad 3ay &= 7b - x \\ y &= -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a} \end{aligned}$$



Все решения этой системы лежат на этих окружностях и на прямой  $y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$

Система не будет иметь 4 решения только тогда, когда а такое, чтобы при каком-то b прямая касалась обеих окружностей или между её и осью отл. был больше, чем у этих касательных.

$$WO = x \quad OW = 7 - x$$

$$\text{где } \sin \alpha = \frac{3}{x} = \frac{2}{7-x}$$

$$21 - 3x = 2x$$

$$x = \frac{21}{5} = 4,2$$

$$\begin{aligned} \sin \beta = \frac{3}{x} &= \sin \alpha & \beta = \alpha \\ \text{где } \alpha = \frac{3}{\frac{6\sqrt{6}}{12}} &= \frac{5\sqrt{6}}{12} \end{aligned}$$

$$AW = \sqrt{\frac{49}{25} - \frac{9 \cdot 25}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{5} = \frac{4}{5}$$

- угловой коэф. одной кас.

-  $\frac{5\sqrt{6}}{12}$  - угловой кас.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МОТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Продолжение

Значит  $-\frac{5\sqrt{6}}{12} < -\frac{1}{3a} < \frac{5\sqrt{6}}{12}$

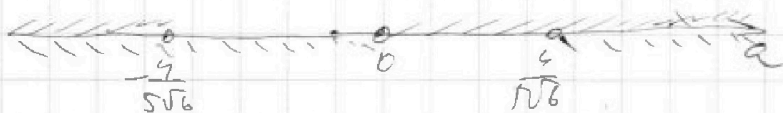
$$\frac{5\sqrt{6}}{4} > \frac{1}{a} > -\frac{5\sqrt{6}}{4}$$

$$\frac{1}{a} > -\frac{5\sqrt{6}}{4}$$

$$a > 0 \text{ или } a < -\frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$\text{и } \frac{1}{a} < \frac{5\sqrt{6}}{4}$$

$$a < 0 \text{ или } a > \frac{4}{5\sqrt{6}}$$



$$a \in \left(-\infty, -\frac{4}{5\sqrt{6}}\right) \cup \left(\frac{4}{5\sqrt{6}}, +\infty\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4$$

$$6x = +$$

$$\log_7^4 \frac{1}{6} - 2 \log_{\frac{1}{6}} 7 = \frac{3}{2} \log_{\frac{1}{6}} 7 - 4$$

$$\log_7^4 \frac{1}{6} - \frac{7}{2} \log_{\frac{1}{6}} 7 = -4$$

$$\log_7^4 \frac{1}{6} + \frac{7}{2} \log_{\frac{1}{6}} 7 = -4$$

$$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \frac{5}{2} \log_y 7 - 4$$

$$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y 7 = -4$$

$$\log_7^4 \frac{1}{6} + \frac{7}{2} \log_{\frac{1}{6}} 7 = -4$$

$$f(x) = \log_7^4 x + \frac{7}{2} \log_x 7$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = \left( \log_7^4 x \right) + \frac{7}{2} \log_x 7 - \text{убывающая функ}$$

$$- \frac{7}{2} \log_x 7 - \text{возр. функ}$$

$$\log_7^4 x - \text{возр. функ}$$

значит  $f(x)$  монотонно возр.

значит каждое свое значение она принимает

только 1 раз значит  $\frac{1}{6} = + = 6x$

$$xy = \frac{6x \cdot y}{6} = \frac{1 \cdot y}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Начало

$$x_2 - x_1 = 10 - \frac{y_2 - y_1}{4}$$

$x_2$  и  $x_1$  - целые,  
значит  $\frac{y_2 - y_1}{4}$  - целое

$x_n$  -  $\varphi$  максимальное

значение  $y_2 - y_1 : 4$

$x_2 - x_1$ , возможное при любых  $y_2$  и  $y_1$ ,

т.е. угла наклона дорожек уапель всегда равен 4,  
значит при увеличении  $y_2 - y_1$  на 4,  $x_1$  и  $y_1$  меньше. кол-во

для  $y_2 - y_1$  это есть по  $x_n = |x_2 - x_1| + 1$  вариантов

взять 2 точки для катки  $y_1$ ,  $y_2$  и  $69 - (y_2 - y_1) + 1$

вариантов взять  $y_1$ . Значит для каждого  $y_2 - y_1 \neq \Delta y$

остаётся ~~вариант~~

$$\text{или по } s = (69 - \Delta y) \left( 20 - \frac{\Delta y}{4} - |10 - \frac{\Delta y}{4}| \right)$$

вариантов взять также 2 точки. (это всё для  $y_2 \geq y_1$ , потом просто поменять А и В местами, домножить результат на 2 и всё будет ок.)

$$\text{если } 10 \geq \frac{\Delta y}{4}, \text{ то есть } \Delta y \leq 40, s = (69 - \Delta y) \cdot 10$$

$$\text{а а когда } \Delta y > 40, s = (69 - \Delta y) \left( 30 - \frac{\Delta y}{2} \right)$$

тогда общее кол-во вар-б для  $y_2 \geq y_1$  будет

$$S_n = 690 + 650 + 610 + 570 + 530 + 490 + 450 + 410 + 370 + 330 + 290 + 8 \cdot 25 + 6 \cdot 21 + 4 \cdot 17 + 2 \cdot 13 + 0 \cdot 9$$

$$S_n = 4 \cdot 900 + 1100 + 690 + 200 + 126 + 66 + 26 = 3000 + 1790 + 420 = 5810$$

теперь просто поменяем местами А и В кв. (координаты  $y$ ) и получим столько же случаев, только для  $y_1 \leq y_2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение  
это будет  $2S_n = 11620$ . Но теперь мы  
исчисляем 2 раза случай, когда  $y_1 = y_2$ . Вспомогательный вариант с  $y_1 = y_2$

$$S_0 = 2S_n - 690 = 11620 - 690 = 10930$$

Ответ: 10930

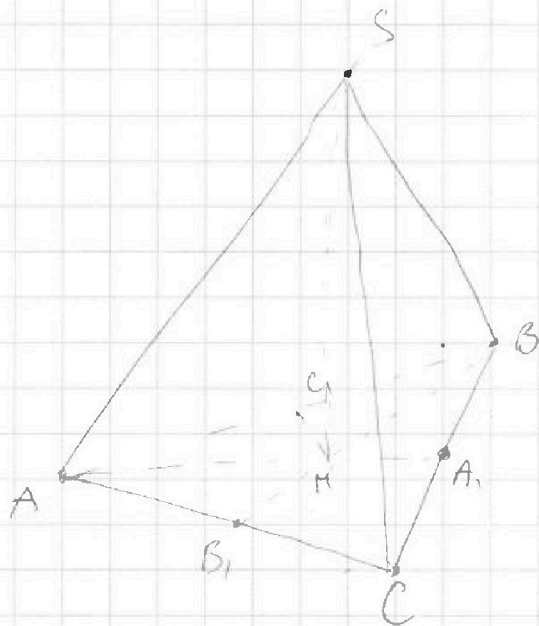
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AA_1 \in (A, HS)$$

$$M \in AA_1$$

$$M \in (A, HS)$$

как

$$SM \in (A, HS)$$

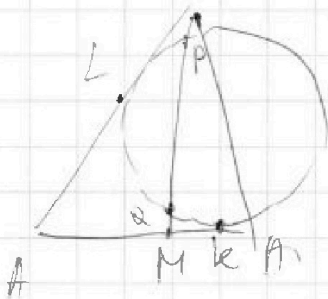
$$PM \in (A, HS)$$

$$PE \in (A, HS)$$

$$\text{Аналогично же } L \in (A, HS)$$

$$\text{и } Q \in (A, HS)$$

Значит мы можем  
нарисовать плоский рис-к.



$$\frac{AM}{MA_1} = \frac{2}{1}$$

$$AM = \frac{2}{3} AC$$

пр - длина медианы

$$AA_1 = \sqrt{\frac{2AC^2 + 2AB^2 - BC^2}{2}}$$

8) рас-е от центра сферы до вершины S равно 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = \frac{\ln x}{\ln 7} + \frac{7}{2} \frac{\ln 7}{\ln x}$$

$$f'(x) = 4 \cdot \frac{(\ln x)^3}{\ln^4 7} \cdot \frac{1}{x} + \frac{7}{2} \cdot \ln 7 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{\ln^2 x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$= \frac{4}{\ln^4 7} \cdot \frac{\ln^3 x}{x} - \frac{7 \cdot \ln 7}{2} \cdot \frac{1}{x \ln^2 x}$$

$$\frac{4 \ln^3 x}{\ln^4 7} - \frac{7 \cdot \ln 7}{2} \cdot \frac{1}{x \ln^2 x}$$

$$\ln^5 x > \frac{7}{8} \ln^5 7$$

$$\ln^5 x > \ln^5 7$$

$$x > 7$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



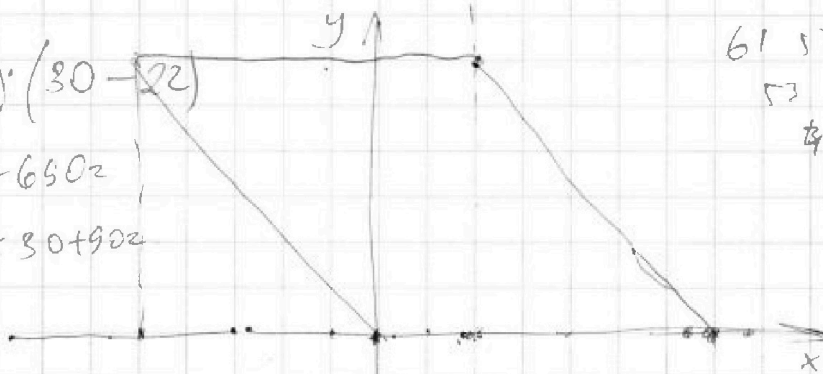
6)  $4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 40$

$60 \cdot 17$   
 $17 \cdot 42$   
 $= 90 + 28 = 64$

$(69 - 44) \cdot (30 - 22)$

$61 \cdot 17$   
 $57 \cdot 95$   
 $45 \cdot 91$   
 $37 \cdot 33$   
 $29$

$10930 + 6502$   
 $= 11500 + 30 + 902$   
 $= 11620$



$0 < y < 68$

$690 + 650 + 610 + \dots + 290 +$   
 $+ 8 \cdot 25 + 6 \cdot 21 + 4 \cdot 17 + 2 \cdot 13 + 0 \cdot 9$   
 $= 40 + 36 = 76$

$-4x < y < -4x + 76$   
 $y > -4x$

$900 + 900 + 900 + 900 + 1100 + 690 +$   
 $+ 200 + 120 + 68 + 26 = 3600 + 1790 +$   
 $+ 420 =$   
 $h = 68$   
 $r_{max} = 36$

$4020 + 1790 =$

$y_1 = y_2 \quad x_2 - x_1 = 10$

$690 + 650 + 610 +$   
 $= 5810$

680 точек

$y_2 = y_1 + 1 \quad x_2 - x_1 = \text{целое}$

меньше точек  
 не считаем  $\rightarrow$   
 $= 11620$

$y_2 - y_1 =$

$x_2 - x_1 = 10 - \frac{y_2 - y_1}{4}$

$y_2 - y_1 = 4$

$y_2 - y_1 \neq 8$

$10 \cdot 65$

$y_2 - y_1 = 4$

$y_2 - y_1 =$

$10 \cdot 65$

$x_2 - x_1 = 9$

$= 68$

$x_{max} = 19 - \frac{y_2 - y_1}{4}$

$y_2 - y_1 = 40$

$x_2 - x_1 = -7$

$x_{max} = 9$

$44$

$x_{max} = 8$

$x_2 - x_1 = -1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7^4 t - \frac{7}{2} \log_7 t^7 = -4$$

$$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_7 y = -4$$

$$\frac{\log_7 t}{\log_7 7} - \frac{7}{2} \frac{\log_7 7}{\log_7 t} = -4$$

$$\log_7^5 t - \frac{7}{2} \log_7^2 t = -4 \log_7 t + \log_7 7$$

$$\log_7^5 y + \frac{7}{2} \log_7^2 y = -4 \log_7 y + \log_7 7$$

$$\log_7^5 t + \log_7^5 y = -18 \log_7 t - 4 \log_7 7 (\log_7 t + \log_7 y)$$

$$\log_7^5 t + \log_7^5 y = -4 \log_7 7 \cdot \log_7 t y$$

$$\log_7^4 t - \frac{7}{2} \frac{\log_7^7 t}{\log_7 t} = -4$$

$$\log_7^3 t - \frac{7}{2} \frac{1}{\log_7 t} = -4$$

$$2 \log_7^5 t + 4 \log_7 t - \frac{7}{2} = 0$$

$$2 \log_7^5 t + 8 \log_7 t - 7 = 0$$

$$x^5 + 4x - 3.5 = 0$$

$$(x+1) \cdot$$

$$(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) \cdot$$

$$(68 - 7(x^2 - y) + 4) \cdot$$

$$(x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1) \cdot$$

$$(68 - (y^2 - y) + 4) \cdot$$

$$\log_7^4 \frac{1}{t} + \frac{7}{2} \log_7^2 \frac{1}{t} = -4$$

$$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_7^2 y = -4$$

$$\frac{1}{t} = y$$

$$y + 1 = 1$$

$$4 = 6x \quad y = \frac{1}{6x}$$

$$y = \frac{1}{6x}$$

$$6yx = 1 \quad y + 1 = 1$$

$$yx = \frac{1}{6}$$

$$yx = \frac{x}{6x} = \frac{1}{6}$$

$$\log_7^4 t - \frac{7}{2} \log_7 t^7 = -4$$

$$4 \log_7 t - 24.5 = -4$$

$$\log_7 t = 2.3$$

$$4 + 4 + 5 = 13 + 5 = 18 + 5 = 23$$

$$y = \frac{1}{6x}$$

110

(68 - (y^2 - y) + 4) \cdot

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

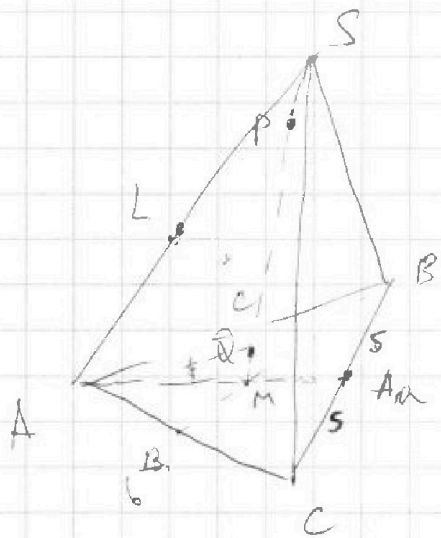
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

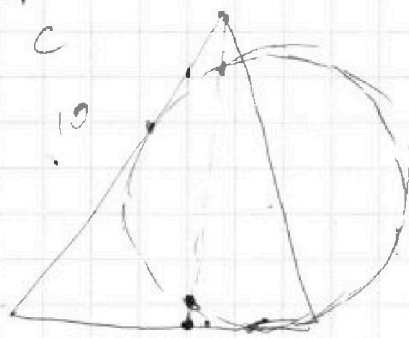
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$4AA_1^2 + a^2 = 2b^2 + 2c^2$$

$$4BB_1^2 + b^2 = 2a^2 + 2c^2$$

$$4CC_1^2 + c^2 = 2b^2 + 2a^2$$



$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \sqrt{\frac{a+b+c}{2} \cdot \frac{a+b-c}{2} \cdot \frac{a-b+c}{2} \cdot \frac{a-b-c}{2}}$$

$$x = \frac{a+b+c}{2}$$

$$x = \frac{a+b-c}{2}$$

$$x = \frac{a-b+c}{2}$$

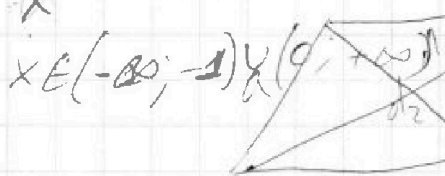
$$x = \frac{a-b-c}{2}$$

$$\frac{1}{a} > -\frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$a < -\frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$\frac{4}{5\sqrt{6}} > a > -\frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$\frac{1}{x} > -1$$



$$x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$$

$$a < -\frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$a > 0:$$

$$1 - \frac{4}{5\sqrt{6}} < a$$

$$a \leq 0$$

либо  $a > 0$ .

$$\frac{1}{(-a)} > -\frac{1}{8\sqrt{6}} \frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$-a > \frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$a < -\frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$\frac{1}{a} < \frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$a > \frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$\log_7 \left( \frac{1}{x+1} \right) + \frac{1}{2} \log_7 \frac{7}{x+1} - \log_7 \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \log_7 \frac{7}{x} = 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{KF}{CF} = \frac{CF}{EF}$$

$$KF \cdot EF = CF^2 \quad AK^2 = KE \cdot KF$$

$$CE^2 = KE \cdot EF$$

$$\frac{CF}{CE} = \sqrt{\frac{KF}{KE}}$$

$$\frac{EF}{KE}$$

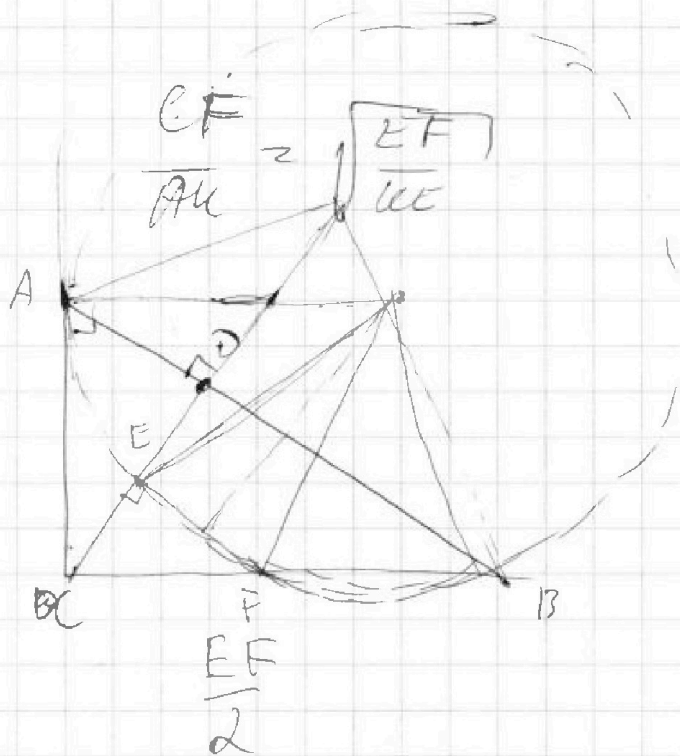
$$\frac{FB}{\sqrt{0,3}} = \frac{AK}{0,3 \times \sqrt{0,3}}$$

$$AK = \sqrt{0,3} \cdot FB$$

$$\frac{0,3 \times}{CE} = \frac{\sqrt{0,3} \times}{CF}$$

$$S_{ACD} = 0,3 S_{BCD}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEK}} = \frac{0,3}{0,25} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$



$$AK^2 = KE \cdot KF = KE^2 + KE \cdot EF$$

$$AK^2 = KE^2 + CE^2 = KC^2$$

$$AK = KC$$

$$\Rightarrow CF = BF \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{CEK} = \frac{1}{4} S_{BCD} = 0,25 S_{BCD}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

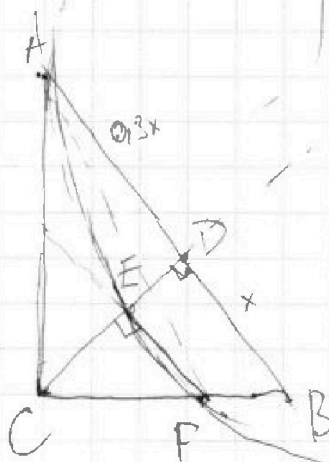
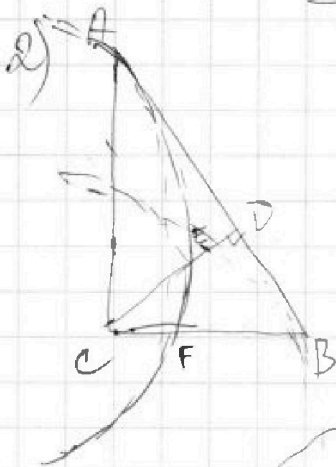
$$\begin{aligned}
 1) \quad abc &= n \cdot 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^{14} \\
 bc &= k \cdot 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \\
 ac &= 8l \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}
 \end{aligned}$$

$$(abc)^2 = nkl \cdot 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$$

~~abc~~  $nkl \cdot 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$  - полная квадрат  
 $nkl$  - целое число

$$\begin{aligned}
 (abc)^2 &= 2^{34} \cdot 3^{44} \cdot 5^{76} \\
 abc &= 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}
 \end{aligned}$$

$l=5 \quad k=3 \quad n=1$



$$AK^2 = KE \cdot KF$$

$$\frac{AK+KC}{KC} = \frac{0,3x}{KE}$$

$$\frac{AK}{KC} + 1 = \frac{0,3x}{KE}$$

$$\frac{AK+KC}{KC} = \frac{1,2x}{KF}$$

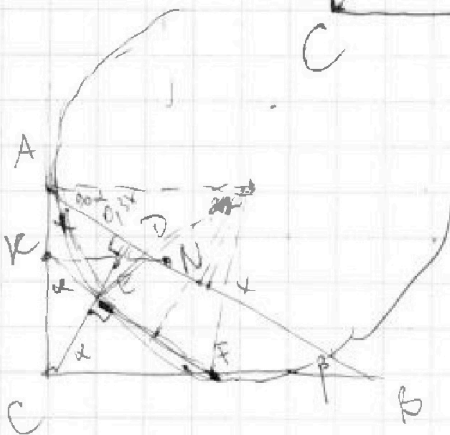
$$\frac{0,3x}{KE} = \frac{1,2x}{KF}$$

$$\frac{0,3x}{CD} = \frac{CD}{x}$$

$$CD = \sqrt{0,3x^2} = x\sqrt{0,3}$$

$$BC = \sqrt{x^2 + x^2 \cdot 0,3} = x\sqrt{1,3}$$

$$AC = \sqrt{0,09x^2 + 0,3x^2} = x\sqrt{0,39}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3)  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$

$\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$

$5 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x$

$\arccos \in [0; \pi]$

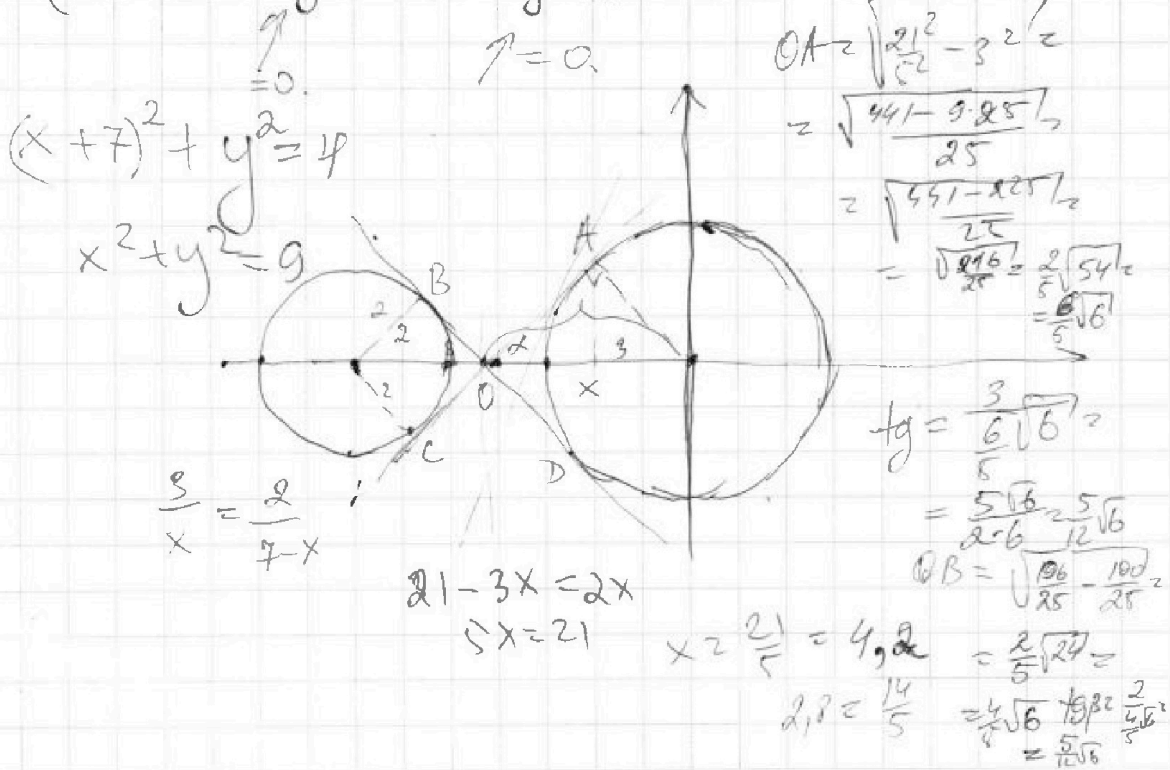
$5(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x$

$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$

$\pi = 6x \quad x = \frac{\pi}{6}$

4)

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 & y = -\frac{x - 7b}{3a} = \frac{7b}{3a} - \frac{x}{3a} \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{KF}{KE} = \frac{13}{0,13} = \frac{13}{8} = \frac{KE+EP}{KE} \quad \frac{EP}{KE} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{CE}{EP} = \frac{KE}{CE} \quad CE^2 = KE \cdot EP$$

$$\frac{CE}{CE+ED} = \frac{KC}{KC+AK}$$

$$343 = 7^3$$

$$49 \cdot 7 =$$

$$AK^2 = 280 + 64 = 344$$

$$1 + \frac{ED}{CE} = 1 + \frac{AK}{KC}$$

$$\frac{ED}{AK} = \frac{AK}{KC} \quad AK^2 = ED \cdot KC = KE \cdot EP$$

$$\frac{ED}{KE} = \frac{EP}{KC}$$

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2 \log_{6x}^7 = \log_{7x^2}^{343} - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_y^7 = \log_{y^2}^7(7^7) - 4 \end{cases}$$

$$6x = +$$

$$\log_7^4 4 - 2 \log_4^7 = \frac{3}{2} \log_4^7 - 4 \quad \log_7^4 4 - \frac{7}{2} \log_7^7 = -4$$

$$\log_7^4 y + 6 \log_y^7 = \frac{5}{2} \log_y^7 - 4 \quad \log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y^7 = -4$$

$$\log_7^4 4 - \frac{7}{2} \log_4^7 = \log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y^7$$

$$\log_7^4 \frac{4}{y} = \frac{7}{2} \log_4^7 + \frac{7}{2} \log_y^7 = \frac{7}{2} \log_7 \cdot \left( \frac{\log y + \log 4}{\log y \log 4} \right)^2$$

$$= \frac{7}{2} \log_7 \cdot \frac{\log y + \log 4}{\log y \log 4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

