МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ \left(x^2 + y^2 - 25\right)\left(x^2 + y^2 + 18y + 77\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3}\left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~ab : 2^6 3^13 5^11~~

$ab \vdots 2^6 3^{13} 5^{11}$
$bc \vdots 2^{14} 3^{21} 5^{13}$
$ac \vdots 2^{16} 3^{25} 5^{28}$

2, 3, 5 – взаимно простые $\Rightarrow abc \vdots 2^{16} 3^{25} 5^{28}$.

$abc = k \cdot 2^x 3^y 5^z$, где $k \in \mathbb{N}$, $k \not\vdots 2; 3; 5$

Если мы нашли такое число abc, в котором $k \neq 1$, то мы можем поделить его на k (поделить a, b, c на множители, отличные от 2, 3, 5) и получить меньшее число, удовлетворяющее условию $\Rightarrow k = 1$.

Пусть $a = 2^{x_1} 3^{y_1} 5^{z_1}$, $b = 2^{x_2} 3^{y_2} 5^{z_2}$, $c = 2^{x_3} 3^{y_3} 5^{z_3}$.

$x_1 + x_2 + x_3 = x$
$y_1 + y_2 + y_3 = y$
$z_1 + z_2 + z_3 = z$

$x_1 + x_2 \geq 6$
$x_1 + x_3 \geq 16$
$x_2 + x_3 \geq 14$
$2(x_1 + x_2 + x_3) \geq 6 + 16 + 14$
$2(x_1 + x_2 + x_3) \geq 36$
$2x \geq 36$
$x \geq 18$

$y_1 + y_2 \geq 13$
$y_2 + y_3 \geq 21$
$y_1 + y_3 \geq 25$
$2y \geq 13 + 21 + 25$
$2y \geq 59$
$y \in \mathbb{N}$
$y \geq 30$

$z_1 + z_2 \geq 11$
$z_2 + z_3 \geq 13$
$z_1 + z_3 \geq 28$
$2z \geq 11 + 13 + 28$
$2z \geq 52$
$z \geq 26$
Причём $ac \vdots 5^{28}$
$\Rightarrow z \geq 28$

Т.о. $abc \geq 2^{18} 3^{30} \cdot 5^{28}$.

Приведём пример для $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} 5^{28}$.

$x_1 = 4$, $x_2 = 2$, $x_3 = 12$; $y_1 = 8$, $y_2 = 5$, $y_3 = 17$; $z_1 = 11$, $z_2 = 0$, $z_3 = 17$

$a = 2^4 3^8 5^{11}$
$b = 2^2 3^5 5^0$
$c = 2^{12} 3^{17} 5^{17}$

$ab \vdots 2^6 3^{13} 5^{11}$
$bc \vdots 2^{14} 3^{22} 5^{17} \vdots 2^{14} 3^{21} 5^{13}$
$ac \vdots 2^{16} 3^{25} 5^{28}$ ✓

$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$.

Ответ: $2^{18} 3^{30} 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$ab \vdots 2^6 3^{13} 5^{11}$
$bc \vdots 2^{14} 3^{21} 5^{13}$
$ac \vdots 2^{16} 3^{25} 5^{28}$

2, 3, 5 – взаимнопростые $\Rightarrow$

$abc \vdots 2^{\max(6,14,16)} \cdot 3^{\max(13,21,25)} \cdot 5^{(11,13,28)}$

$abc \vdots 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$

~~Наименьшее возмо ж число кратное $2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$ это и есть $2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$~~

$24+28=52 \quad 12+14$

Значит $abc = k \cdot 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$, где $k \in \mathbb{N}$.
Наименьшее из таких чисел получается при $k=1$.
Т.е. a, b, c представимо в виде $a = 2^{x_1} \cdot 3^{y_1} \cdot 5^{z_1}$,
$b = 2^{x_2} \cdot 3^{y_2} \cdot 5^{z_2}$, $c = 2^{x_3} \cdot 3^{y_3} \cdot 5^{z_3}$, где x_i, y_i, z_i – целые числа ≥ 0.

$3^4 + 29 = 56$

~~Приведём пример.~~
~~Пусть $x_1 = 4$, $x_2 = 2$, $x_3 = 10$, $y_1 = 9$, $y_2 = 5$, $y_3 = 16$; $z_1 = 11$, $z_2 = 0$, $z_3 = 17$.~~
~~Тогда $abc = 2^{4+2+10} \cdot 3^{9+5+16} \cdot 5^{11+0+17}$~~
~~$abc \vdots 3^{25}$~~

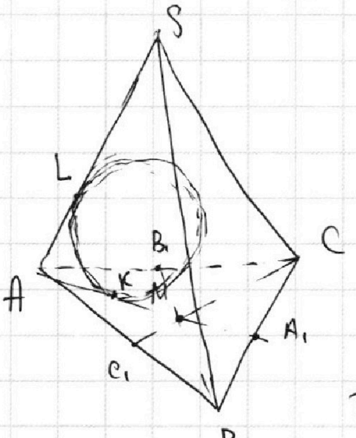
Тогда $y_1+y_2+y_3 = 25$
$y_1+y_2 \geq 13$
$y_2+y_3 \geq 21$
$y_1+y_3 \geq 25 \Rightarrow y_1+y_3 = 25 \Rightarrow y_2 = 0$

9 11 0 17

4 2 10
4 2 12

17 8 5
~~5 8 17~~
8 5 17

$y_1 \geq 13$, $y_3 \geq 21 \Rightarrow y_1+y_3 \geq 33$ ~~или~~ > 25.
Значит ~~k~~ abc надо домножить хотя бы на одну тройку.

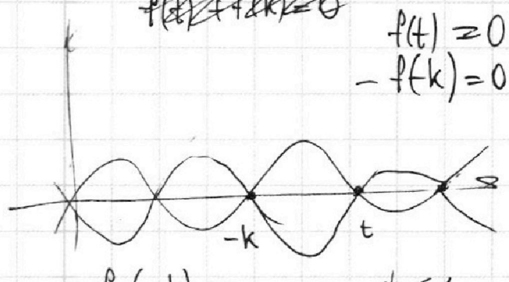


~~t+k~~

~~$f(t)+f(k)=0$~~

$f(x) = x^5 + 5x + \frac{16}{3}$

$f(t) = 0$
$-f(-k) = 0$



$-f(-k) =$

$t < 1$

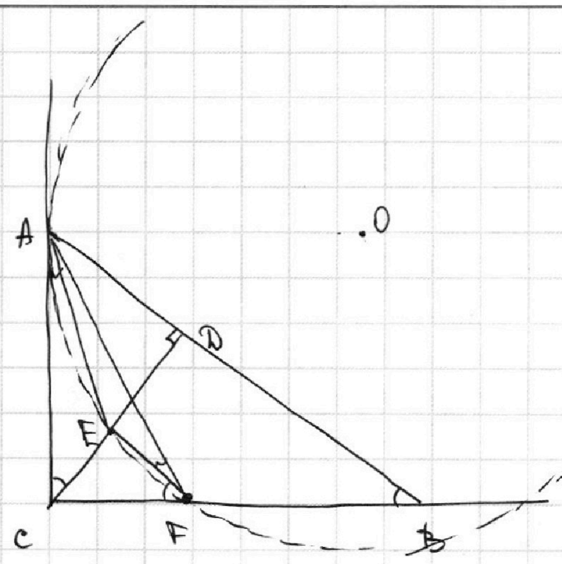
$3t^5 + 15t - 16 = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

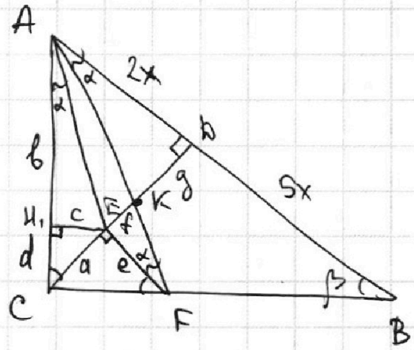
МФТИ



$\angle CAE = \dfrac{\angle AOE}{2} = \angle AFE = \alpha$

угол между кас. и хордой

впис. угол опир на дугу AB.



Из подобия $\triangle CH_1E \sim \triangle FEC$: $\dfrac{e}{a} = \dfrac{d}{c}$

Из подобия $\triangle FEK \sim \triangle AH_1E$: $\dfrac{c}{b} = \dfrac{f}{e}$

$\Rightarrow \dfrac{e \cdot d}{b \cdot e} = \dfrac{e \cdot f}{a \cdot e} \Rightarrow \dfrac{d}{b} = \dfrac{f}{a}$

Пусть $BD = 5x$, тогда $AB = 7x$, $AD = 2x$

$CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{10}\,x$

$AC = \sqrt{14}\,x$ ← по т. Пиф.

$BC = \sqrt{35}\,x$

$EF \parallel AB \Rightarrow \angle FAB = \angle EFA = \alpha$.

Из подобия: $\dfrac{g}{2x} = \dfrac{f}{e} = \dfrac{c}{b}$

$S_{ACD} = 2x \cdot \sqrt{10}\,x \cdot \frac{1}{2}$

$S_{CEF} = ae \cdot \frac{1}{2}$

$tg\beta = \dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{35}} = \sqrt{\dfrac{2}{5}}$

$\cos\beta = \dfrac{\sqrt{35}}{7}$; $\sin\beta = \dfrac{\sqrt{14}}{7}$.

$a = \dfrac{d}{\cos\beta} = \dfrac{7d}{\sqrt{35}}$

$b = \sqrt{14}\,x - d$

$\dfrac{\sqrt{14}\,x - d}{d} = \dfrac{7d}{\sqrt{35}\,f}$

$\angle AEF = 180° - (90° - \beta - 2\alpha + \alpha) = 180° - 90° + \beta + \alpha = 90° + \alpha + \beta$

$\triangle AEC \sim \triangle AFB \Rightarrow \dfrac{CE}{AC} = \dfrac{BF}{AB}$

$\dfrac{a}{\sqrt{14}\,x} = \dfrac{\sqrt{35}\,x - CF}{7x}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ $\qquad \arccos(\sin x) = \sqrt{1-x^2}$

$10\sqrt{1-x^2} = 9\pi - 2x$

$\begin{cases} 9\pi - 2x \geqslant 0 \\ 100(1-x^2) = 81\pi^2 + 4x^2 - 36\pi x \end{cases}$

$\begin{cases} 2x \leqslant 9\pi \\ 104x^2 - 36\pi x + 81\pi^2 - 100 = 0 \quad (1) \end{cases}$

1) $\frac{D}{4} = 18^2\pi^2 - 81\cdot 104\pi^2 + 100\cdot 104 = 324\pi^2 - 8424\pi^2 + 100\cdot 104 = 10400 - 8100\pi^2$

$\pi > 3$

$\Rightarrow \pi^2 > 9 \Rightarrow 8100\pi^2 > 9\cdot 8100 = 72000 + 900 = 72900$

$\Rightarrow 10400 - 8100\pi^2 < 10400 - 72900 < 0 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow$ действ. решений нет.

Ответ: $x \notin \mathbb{R}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{cases} 5x+6ay-b=0 \\ (x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x+6ay-b=0 \quad (2) \\ \left[\begin{array}{l} x^2+y^2=25 \\ x^2+y^2+18y+81\cancel{y}-4=0 \quad (1) \end{array}\right. \end{cases}$$

$x^2+y^2=25$ – окр. с центром в $(0;0)$, радиусом 5

1) $x^2+(y+9)^2=4$ – окр. с центром в $(0;-9)$, радиусом 2.

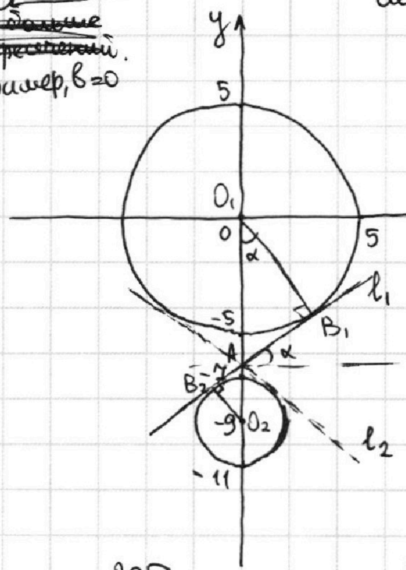
2) $5x+6ay-b=0$

$6ay=-5x+b$

$$\left[\begin{array}{l} y=-\frac{5}{6a}x+\frac{b}{6a} \\ \begin{cases} a=0 \\ x=\frac{b}{5} \end{cases} \end{array}\right.$$

прямые, у которых a задаёт наклон, каждую такую прямую мы можем „подвинуть" по оси y в ~~любо~~ любое место, изменяя b.

подходит ~~не больше 2х пересечений~~.
*например, $b=0$



Определим ~~угл~~ коэф. наклона общих внутренних касательных к двум построенным окр.

$\triangle AO_1B_1 \sim \triangle AO_2B_2$ по двум углам.

Причём $O_1B_1=5$, $O_2B_2=2$

$\Rightarrow AO_1 : AO_2 = \cancel{B_1B} \; B_1O_1 : B_2O_2 = 5:2$

$O_1O_2=9$

$AO_1+\frac{2}{5}AO_1=9 \to \frac{7}{5}AO_1=9 \to AO_1=\frac{5\cdot 9}{7}$.

Угл. коэф. $k_1=\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{AB_1}{O_1B_1}$

$AB_1=\sqrt{AO_1^2-O_1B_1^2}=\sqrt{\frac{5^2\cdot 9^2}{7^2}-5^2}=\sqrt{\frac{5^2(9^2-7^2)}{7^2}}=$

$=\frac{5}{7}\sqrt{81-49}=\frac{5}{7}\sqrt{32}=\frac{20}{7}\sqrt{2}$

$k_1=\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{\frac{20\sqrt{2}}{7}}{5}=\frac{4}{7}\sqrt{2}$. Для симметричной отн. oy прямой $k_2=-k_1=$
$=-\frac{4}{7}\sqrt{2}$.

~~Если звезда прямая имеет лежит в области заштрихованной~~

~~Если прямая~~ Прямая пересекает окружность не более, чем в двух точках $\Rightarrow$ наша прямая должна пересекать каждую окр. в двух точках.

Это возможно только в случае, если её угловой коэф. больше k_1 или меньше k_2.

~~Если он равен k_1 или k_2, то мы можем получить не более~~

Иначе при любом сдвиге по оси y мы ~~не~~ можем получить не более двух точек.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

А при описанном угле наклона мы можем поместить прямую в точку А и получить 4 точки пересечения.

Таким образом,

$$-\frac{4}{7}\sqrt{2} < -\frac{5}{6a} < \frac{4}{7}\sqrt{2} \quad \text{или} \quad \boxed{a=0}$$

$$-\frac{24}{35}\sqrt{2} < -\frac{1}{a} < \frac{24}{35}\sqrt{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} a < -\frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a > \frac{24\sqrt{2}}{35} \end{array}\right.$$

Ответ: $a \in \left(-\infty; \frac{35\sqrt{2}}{48}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{35\sqrt{2}}{48}; +\infty\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1) $\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3}\frac{1}{121} - 5$

$\log_{x^3}\frac{1}{121} = \frac{1}{3}\log_x 11^{-2} = -\frac{2}{3}\log_x 11$

$\log_x 11 = \frac{1}{\log_{11} x}$

$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3}\frac{1}{\log_{11} x} - 5$

Пусть $t = \log_{11} x$

$t^5 - 6 = -\frac{2}{3} - 5t$

$\boxed{t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0}$

2) $\log_{11}^4(0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 =$

$= \log_{0{,}125y^3}(11^{-13}) - 5$

$\log_{0{,}125y^3}(11^{-13}) = \frac{1}{3}\log_{0{,}5y}(11^{-13}) =$

$= -\frac{13}{3}\log_{0{,}5y} 11$

$\log_{0{,}5y} 11 = \log_{11} 0{,}5y$

$k = \log_{11} 0{,}5y$

~~k^5~~ $k^4 + \frac{1}{k} = -\frac{13}{3}\frac{1}{k} - 5$

$\boxed{k^5 + 5k + \frac{16}{3} = 0}$

3) ~~$k = \log_{0{,}5y}$~~ ~~$t = \log_{11} x$~~

$t + k = \log_{11} x + \log_{11} 0{,}5y = \log_{11} 0{,}5xy$

Пусть $f(x) = x^5 + 5x - \frac{16}{3}$

Тогда равенство для t задаётся уравнением $f(t) = 0$

~~$-f(k)$~~ $-f(-k) = -(-k)^5 - 5(-k) + \frac{16}{3} = k^5 + 5k + \frac{16}{3} = 0$

$\Rightarrow -f(-k) = 0$

Нули ~~$f(x)$~~ $f(x)$ совпадают с нулями $-f(x)$

Значит $t + k$ – расстояние между двумя точками пересечения $f(x)$ с осью x.

$f'(x) = 5x^4 + 5 = 5(x^4 + 1) > 0 \quad (x^4 \geq 0)$

$\Rightarrow$ ~~$f(x)$ — возрастающая функция~~. $f(x)$ – возрастает на всей ОДЗ.

$\Rightarrow$ она имеет не больше одного пересечения с осью x.

$f(0) = -\frac{16}{3} < 0$

$f(1) = 1 + 5 - \frac{16}{3} > 0$

$\Rightarrow f(x)$ имеет ~~од~~ ровно один корень.

$\Rightarrow t + k = 0$

$\log_{11} 0{,}5xy = 0 \Rightarrow 0{,}5xy = 1 \Rightarrow \boxed{xy = 2}$

Ответ: $xy = 2$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

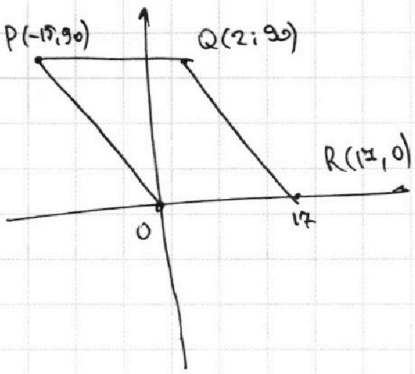
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$f(x_1)=0$

$f(x_2)=0$

$x_1^5+5x_1+\frac{16}{3}-x_2^5-5x_2-\frac{16}{3}=0$

$x_1^5-x_2^5+5(x_1-x_2)=0$



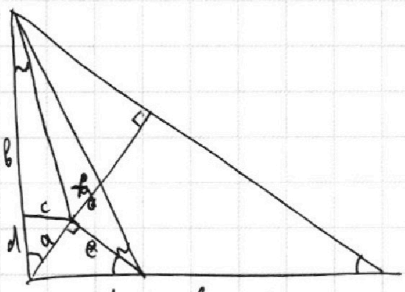
$6x_2-6x_1+y_2-y_1=48$

$6(x_2-x_1)+y_2-y_1=48$

$y_2-y_1 \vdots 6$

$x_2-x_1=\Delta x$

$6\Delta x+\Delta y=48$



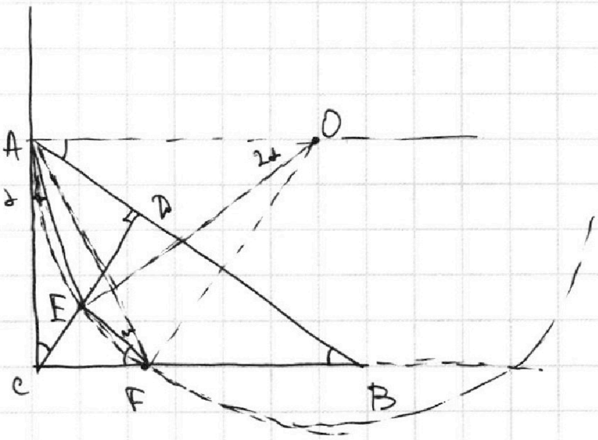
$\frac{e}{a}=\frac{d}{c}$

$\frac{b}{c}=\frac{e}{f}$

$\frac{c}{b}=\frac{f}{e}$

$\frac{d}{b}=\frac{f}{a}$

ae



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$

$10\sqrt{1-x^2} = 9\pi - 2x$

$9\pi - 2x \geq 0$

$100(1-x^2) = 81\pi^2 - 4x^2 - 36\pi x$

$ab: 2^6 3^{13} 5^4$

$bc: 2^{14} 3^{21} \cdot 5^{13}$

$ac: 2^{16} 3^{25} 5^{28}$

$abc: 3^{25}; 2^{16}; 5^{28}$

$abc = 3^{25} \cdot 2^{16} \cdot 5^{28}$

$z_1 + z_2 = 11$

$z_2 + z_3 = 13$

$z_1 + z_3 = 28$

$2z_1 = 11 + 28 - 13 = 39 - 13 = 26$

$z_1 = 13$

$x_1 + x_2 = 6$

$x_2 + x_3 = 14$

$x_1 + x_3 = 16$

$2x_1 + x_2 + x_3 = 22$

$2x_1 = 8$

$\boxed{x_1 = 4 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 10}$

$y_1 + y_2 = 13$

$y_2 + y_3 = 21$

$y_1 + y_3 = 25$

$2y_1 = 25 + 13 - 21 = 17$

$\boxed{AD \parallel CD}$

$AB : BD = 1{,}4$

$S_{ACD} : S_{CEF} - ?$

8424

$18 \cdot 18 = 144 + 18\ldots = 324$

$104 \cdot 81 = 104 + 832 = 8424$

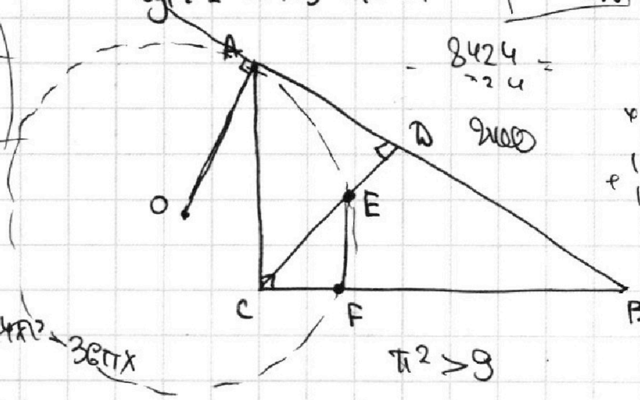
$y_1 + y_2 = 13$

$y_2 + y_3 = 21$

$y_1 + y_3 = 25$

$x_1 + x_3 = 16$

$x_2 = 0$



$100 - 100x^2 = 81\pi^2 + 4x^2 - 36\pi x$

$104x^2 - 36\pi x + 81$

$\pi^2 > 9$

$8100 \cdot 9 = 72\,000$

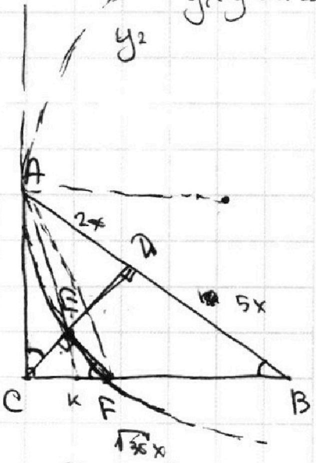
72900

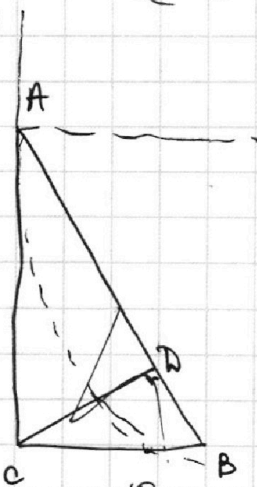
25

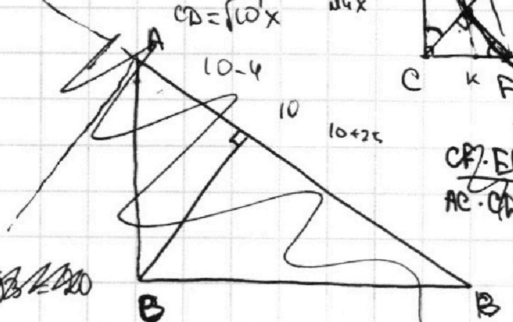
$-6 + \frac{2}{3} = \frac{-18+2}{3}$

$\frac{14}{16}$

$CD = \sqrt{10}x$







10+2x

$\frac{CF \cdot EF}{AC \cdot CD}$ $\frac{EF \cdot CE}{AD \cdot CD}$

$\angle ACD = \angle AED - \angle CAE$

$\angle AED = \angle ACD + \angle CAE$

$\boxed{y_1 = 9 \quad y_3 = 16 \quad y_2 = 5}$

$y_1 = 13$

$y_3 = 12$

28

$z_1 + z_2 = 10$

$z_3 = 18$

$z_2 = 11$

$z_1 = 10$

$\boxed{z_1 = 11 \quad z_3 = 17 \quad z_2 = 0}$

$\alpha = x - y \quad \alpha = \beta - \gamma$

$AED = \beta \quad \gamma = \beta - \alpha$

$\gamma = AED - \alpha$

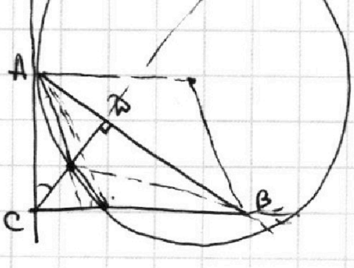
$= 180° - \angle AED - 90° + \alpha =$

$= 90° - \gamma$

$\angle AKC = 90° - \gamma$

$90° - \angle AKC = \angle AED - \alpha$

$\angle AKC = 90° + \alpha - \angle AED$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{cases} 9x+6ay-b=0 \\ (x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77)=0 \end{cases}$$

$81-49=81-50+1=31+1$

$x^2+y^2=25$

$x^2+y^2+18y+77=$

$=x^2+y^2+18y+81-4=0$

$x^2+(y+9)^2=4$

$6ay=-9x+b$

$y=-\frac{9}{6a}x+\frac{b}{6a}$

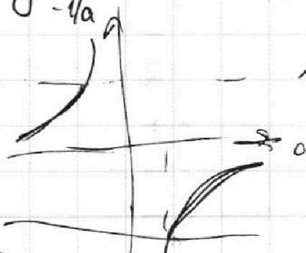
$y=kx+b$

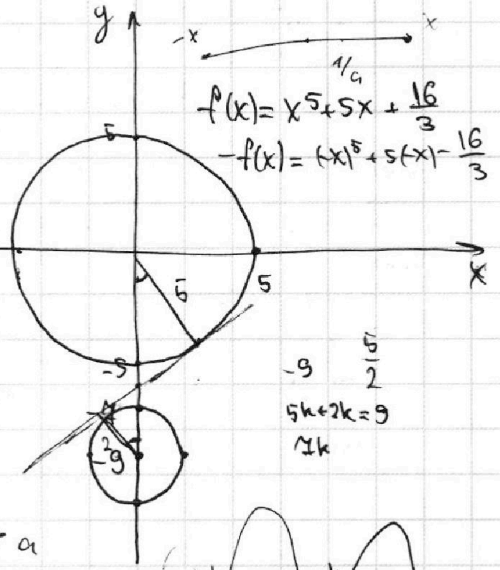
$-\frac{24}{35}\sqrt{2}\quad a<1 \quad 2^5=32$

$3t^5+15t-16=0$

Любой адвен.

$-1/a$





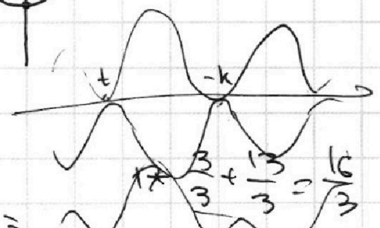
$f(x)=x^5+5x+\frac{16}{3}$

$-f(x)=(-x)^5+5(-x)-\frac{16}{3}$

$-9 \quad \frac{5}{2}$

$5k+2k=9$

$7k$



$(t+\frac{\sqrt{5}}{t})^2=t^2+\frac{5}{t}+$

$t^2+\frac{5}{t^2}-\frac{16}{3t^3}=0$

$\log_{11}^4 x-6\log_x 11=\log_{x^3}\frac{1}{121}-5$

$\log_a b=\frac{\log_b b}{\log_b a}=\frac{1}{\log_b a}$

$\frac{1}{3}\log_x 11^{-2}=$

$\frac{1}{3}+\frac{13}{3}=\frac{16}{3}$

$\log_{11}^4 x-\frac{6}{\log_{11}x}=\frac{1}{3\log_{11}}-\frac{2}{3\log_{11}x}-5$

$3t^5+5$

$\log_{11}^4(0{,}5y)+\frac{1}{\log_{11}0{,}5y}=$

$=-\frac{13}{3}\frac{1}{\log_{11}0{,}5y}-5$

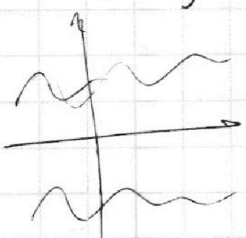
$\boxed{t=\log_{11}x}$

$-6+\frac{2}{3}=\frac{2-18}{3}=\frac{-16}{3}$

$\boxed{k=\log_{11}0{,}5y}$

$t^5-6=-\frac{2}{3}-5t$

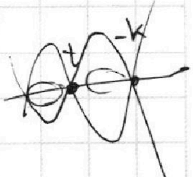
$\boxed{t^5+5t-\frac{16}{3}=0}$



$t^5+1=-\frac{13}{3}-5t$

$\cancel{k^5+k\,\frac{16}{3}=0}$

$\boxed{k^5+5k+\frac{16}{3}=0}$



$k+t=\log_{11}0{,}5xy$

$t^5+k^5+5(k+t)=0$

$t^5+k^5=(t+k)(t^4+kt^3 \quad k^4)$

$(k+t)(t^4-kt^3+k^2t^2-k^3t+k^4)+5(k+t)=0$

$(t+k)(t^4-kt^3+k^2t^2-k^3t+k^4)$

$\boxed{k+t=0}$

$k\,t^4-kt^4+k^2t^3-k^3t^2+k^4t+$

$+kt^4-k^2t^3+k^3t^2-k^4t+k^5=$

$t^4-kt^3+k^2t^2-k^3t+k^4+5=0$

$t^4-(x-t)t^3+(x-t)^2t^2-(x-t)^3t+(x-t)^4+5=0$

$x=k+t \Rightarrow k=x-t$

$\cancel{t^4-x+t^4}$

$(x-t)^2t(t-x+t)$

$\cancel{f(x)=t^5+5t-\frac{16}{3}}$

$t>0$

$\frac{t^5+5t}{t}=\frac{16}{3t}$

$f(x)=x^5+5x-\frac{16}{3}$

$g(x)=x^5+5x+\frac{16}{3}$