



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. По усл.: $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \\ bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \\ ac: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \cdot m & (1) \\ bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \cdot n & (2) \\ ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \cdot k & (3) \end{cases}$$

где $m, n, k \in \mathbb{N}$

$$(1) \cdot (2) \cdot (3): a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{85} \cdot mnk$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{21} \cdot 5^{37} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot mnk}$$

П.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, то $abc \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{3 \cdot 5 \cdot mnk} \in \mathbb{N}$.

Нужно найти такое m, n, k , чтобы $\sqrt{mnk} \rightarrow \min$

$$\frac{(1) \cdot (3)}{(2)}: \frac{ab \cdot ac}{bc} = 2^{7+14-13} \cdot 3^{11+17-15} \cdot 5^{14+43-18} \cdot \frac{mk}{n}$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{13} \cdot 5^{39} \cdot \frac{mk}{n}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^{19} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mk}{n}}$$

$$\frac{(1) \cdot (2)}{(3)}: \frac{ab \cdot bc}{ac} = 2^{7+13-14} \cdot 3^{11+15-17} \cdot 5^{14+18-43} \cdot \frac{mn}{k}$$

$$b^2 = 2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^{11} \cdot \frac{mn}{k}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^{\frac{11}{2}} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mn}{k}}$$

$$\frac{(2) \cdot (3)}{(1)}: \frac{ac \cdot bc}{ab} = 2^{14+13-7} \cdot 3^{17+15-11} \cdot 5^{43+18-14} \cdot \frac{nk}{m}$$

$$c^2 = 2^{20} \cdot 3^{21} \cdot 5^{47} \cdot \frac{nk}{m}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{23} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{nk}{m}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{3}{5^{11}} \cdot \frac{mn}{k}} \in \mathbb{N} \\ \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mk}{n}} \in \mathbb{N} \\ \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{nk}{m}} \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{5^{11}} \cdot \frac{mn}{k} \geq 1 \\ mn \geq \frac{5^{11}}{3} k \\ mnk \geq \frac{5^{11}}{3} k^2 \end{cases}$$

mnk - минимально и $\in \mathbb{N}$
при $k=3$, тогда при $m=5^6$
 $n=5^5$
 $k=3$

все корни ~~к~~ - натуральные число.

$$\begin{aligned} abc &\geq 2^{18} \cdot 3^{21} \cdot 5^{38} \cdot \sqrt{5 \cdot 3 \cdot (5^{11} \cdot 3)} = \\ &= 2^{18} \cdot 3^{21} \cdot 5^{38} \cdot 5^6 \cdot 3 = 2^{18} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43} \end{aligned}$$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

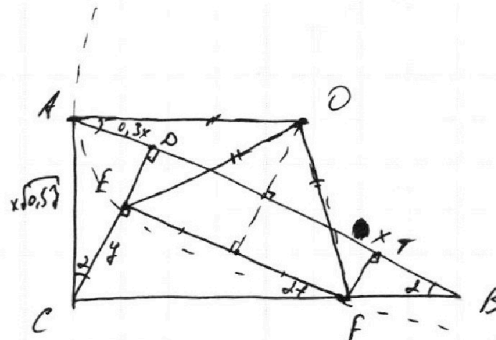
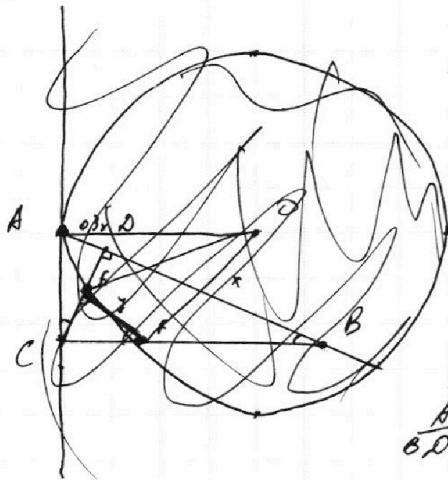
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2.



$$\frac{AB}{BD} = 1,3 \Rightarrow AB = 1,3x \Rightarrow AD = AB - BD = 0,3x$$

$$BD = x$$

По еб-бг вк ед фг вк прямые? Δ -ка:

$$CD = \sqrt{AD \cdot DB} = x \cdot \sqrt{0,3} \Rightarrow AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = x \sqrt{0,09 + 0,3} = x \sqrt{0,39}$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot CD = \frac{1}{2} x^2 \cdot 0,3 \sqrt{0,3}$$

Пг еф б $CE = y \Rightarrow \frac{CE}{CF} = \sin \alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{0,3}{\sqrt{0,39}}$

$$\frac{y}{CF} = \frac{3}{\sqrt{39}} \Rightarrow CF = y \frac{\sqrt{39}}{3}$$

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = x \sqrt{1,69 - 0,39} = x \sqrt{1,3}$$

$$BF = BC - FC = x \sqrt{1,3} - y \frac{\sqrt{39}}{3} \quad \text{по ер. } FF \perp AB.$$

$$FF = ED = CD - CE = x \sqrt{0,3} - y$$

$$\frac{FF}{FB} = \sin \alpha = \frac{0,3}{\sqrt{0,39}} \Rightarrow \frac{x \sqrt{0,3} - y}{x \sqrt{1,3} - y \frac{\sqrt{39}}{3}} = \frac{0,3}{\sqrt{0,39}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

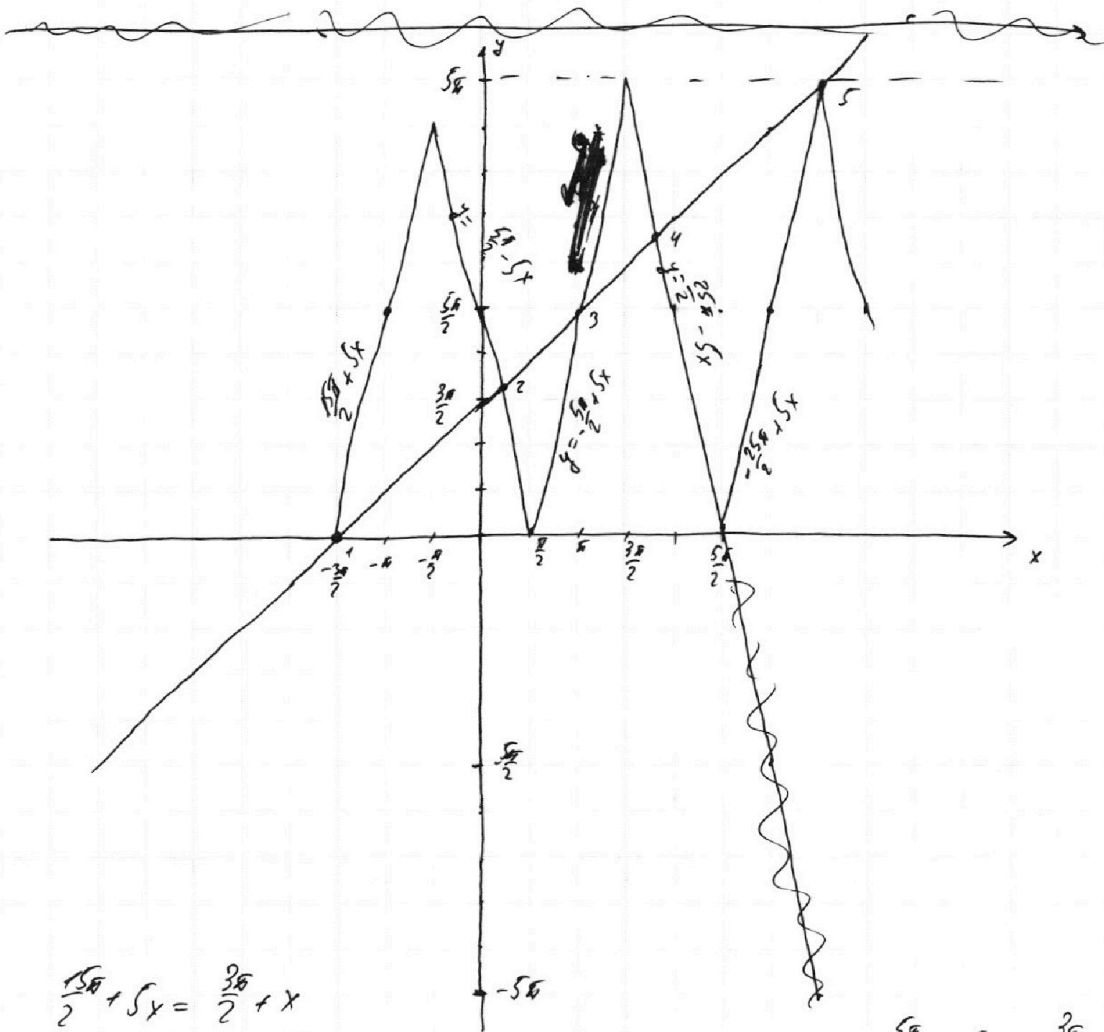
3.

Построим графики левой и правой частей.

$$0 \leq 5 \arccos(\sin x) \leq 5\pi \Rightarrow \text{т.к. при } x \geq \frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} + x > 5\pi$$

$$x < -\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} + x < 0, \text{ то}$$

решения содержатся только в обл. $[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$



$$1: \frac{5\pi}{2} + 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$4x = -\frac{4\pi}{2}$$

$$x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$2: \frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow 6x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \pi; \frac{3\pi}{2}$

$$3: -\frac{5\pi}{2} + 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$4x = \frac{8\pi}{2} \Rightarrow x = \pi$$

$$5: -\frac{7\pi}{2} + 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$4x = \frac{10\pi}{2}$$

$$x = \frac{5\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.

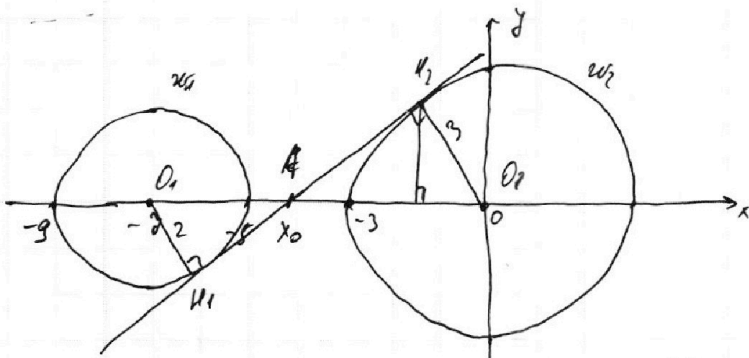
$$\begin{cases} x + 3ay - 3b = 0 \\ (x^2 + 4x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3b}{3a} - \frac{x}{3a} & (1) \\ \begin{cases} (x+2)^2 + y^2 = 2^2 & (2) \\ x^2 + y^2 = 3^2 & (3) \end{cases} \end{cases}$$

1 - прямая с угл. коэфф $-\frac{1}{3a}$. При $b \in \mathbb{R}$ перемещается "вверх и вниз" отн. оси y

2 - две окр. ~~с центром~~ $(-2; 0)$ с рад. 2 и $2\sqrt{2}$ с центром $(0; 0)$ и рад. 3.

Не найдется таких b , чтобы система имела 4 решения, если угловый коэфф. прямой 1 будет больше или равен ~~нулю~~ по модулю угл. коэфф. внутр. касательной и обеих окр.



$2\sqrt{2}$ подобна $\triangle O_1KH_1$
и O_2KH_2 :

$$\frac{O_1H_1}{KO_1} = \frac{O_2H_2}{A}$$

$$\frac{2}{x+2} = \frac{3}{-x_0}$$

$$\begin{aligned} -2x_0 &= 3x + 21 \\ x &= -\frac{21}{5} = -4.2 \end{aligned}$$

угл. коэфф. $k = \frac{O_2H_2}{KH_2} = \frac{3}{4\sqrt{6}} = \frac{31}{4\sqrt{6}} = \frac{5}{2\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$
и решено будет, если $\frac{1}{3a} \geq \frac{5\sqrt{6}}{12} \Rightarrow |a| \leq \frac{4}{5\sqrt{6}}$

$$\begin{aligned} |a| &\leq \frac{4}{5\sqrt{6}} \Rightarrow |a| \leq \frac{2\sqrt{6}}{15} \Rightarrow a \in (-\infty; \frac{2\sqrt{6}}{15}] \cup [\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty) \\ KH_2 &= \sqrt{4.2^2 - 3^2} = \sqrt{1.2 \cdot 7.2} = 4\sqrt{6} \\ \text{Ответ: } a &\in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}] \cup [\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty) \end{aligned}$$

~~Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}] \cup [\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty)$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \log_2^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x} 2 \cdot 343 - 4 & x > 0 \\ \log_2^4 y + 6 \log_y 7 = \log_y 2 (7^5) - 4 & y > 0, y \neq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_2^4(6x) - 2 \cdot \frac{\log_2 7}{\log_2 6x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\log_2 7}{\log_2 6x} - 4 \\ \log_2^4 y + 6 \frac{\log_2 7}{\log_2 y} = \frac{5}{2} \frac{\log_2 7}{\log_2 y} - 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \log_2(6x) &= t \\ \log_2 y &= u \end{aligned}$$

$$\begin{cases} t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4 & (1) \\ u^4 + \frac{6}{u} = \frac{5}{2u} - 4 & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^5 + 4t = \frac{3}{2} & (1) \\ u^5 + 4u = -\frac{7}{2} & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow t^5 + 4t + u^5 + 4u = 0$$

$$t^5 + 4t = -(u^5 + 4u) \quad (3)$$

$\log_2(6x)$ - возраст. $\Rightarrow t^5 + 4t$, где $t = \log_2(6x)$ - возраст.
 ($(t^5 + 4t)' = t^4 + 4 > 0$)

Аналогично $u^5 + 4u$ - ~~убыв.~~ ~~возраст.~~ ~~убыв.~~ ~~возраст.~~

\Rightarrow ур-е (3) имеет единств. корень. Заметим, что

при $t = -u$ (3) верно. $\Rightarrow \log_2(6x) = -\log_2(y)$

$$\log_2(6x) = \log_2\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$6x = \frac{1}{y}$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$x = \frac{\pi}{3} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$2: \cos 2 = \sin x$$

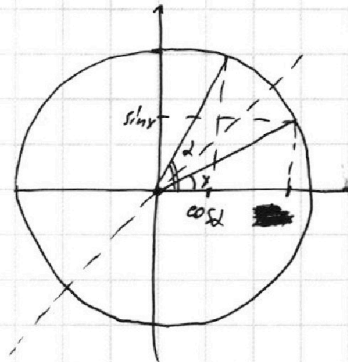
$$2 = \frac{\pi}{2} - x$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi = 6x \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$5 \cdot \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} + x \Rightarrow 5 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

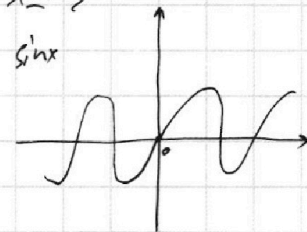


$\arccos(x)$

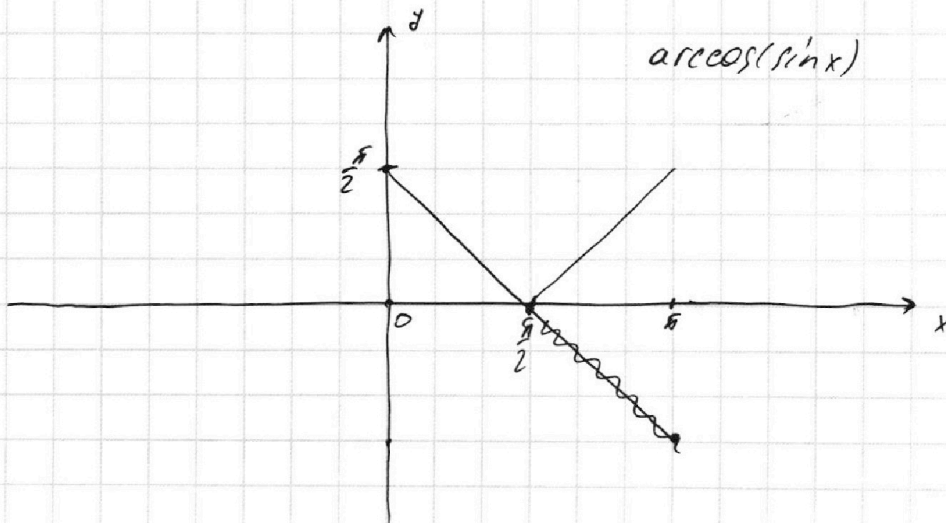
$$0 \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq -x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$



$\arccos(\sin x)$





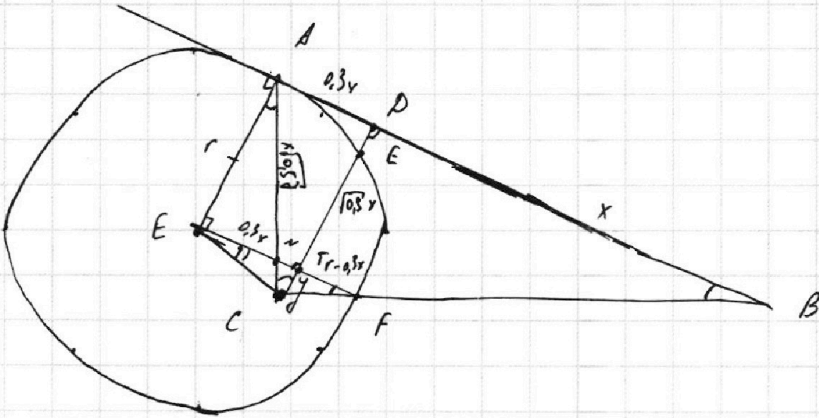
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~0.3x~~
~~r~~

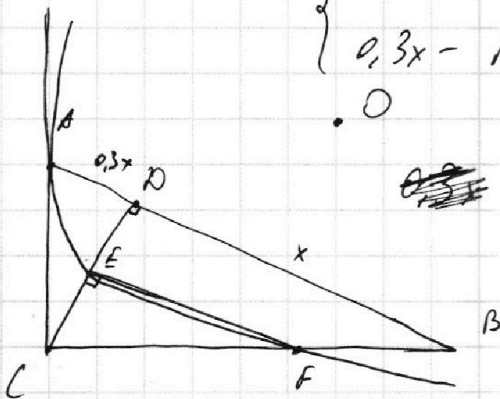
~~y~~
~~0.3x~~

$$NF = y\sqrt{0,3}$$

$$AC = y\sqrt{0,3^2 + 0,3} = x\sqrt{0,24 + 0,3} = x\sqrt{0,54}$$

$$\frac{y}{r-0,3x} = \sqrt{0,3} \quad ; \quad \frac{0,3r - \sqrt{0,3}y}{r} = \sqrt{0,3}$$

$$\begin{cases} y = \sqrt{0,3}r - 0,3\sqrt{0,3}x \\ 0,3x - \sqrt{0,3}y = \sqrt{0,3}r \end{cases}$$



$$y - 0,3x + \sqrt{0,3}y = -0,3\sqrt{0,3}x$$

$$y(1 + \sqrt{0,3}) = (0,3 - 0,3\sqrt{0,3})x$$

$$\frac{y}{x} = \frac{0,3(1 - \sqrt{0,3})}{1 + \sqrt{0,3}}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{0,3(1 - 2\sqrt{0,3} + 0,3)}{1 - 0,3} = \frac{0,3(1,3 - 2\sqrt{0,3})}{0,7}$$

$$y = \frac{0,3}{0,7}(1,3 - 2\sqrt{0,3})x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



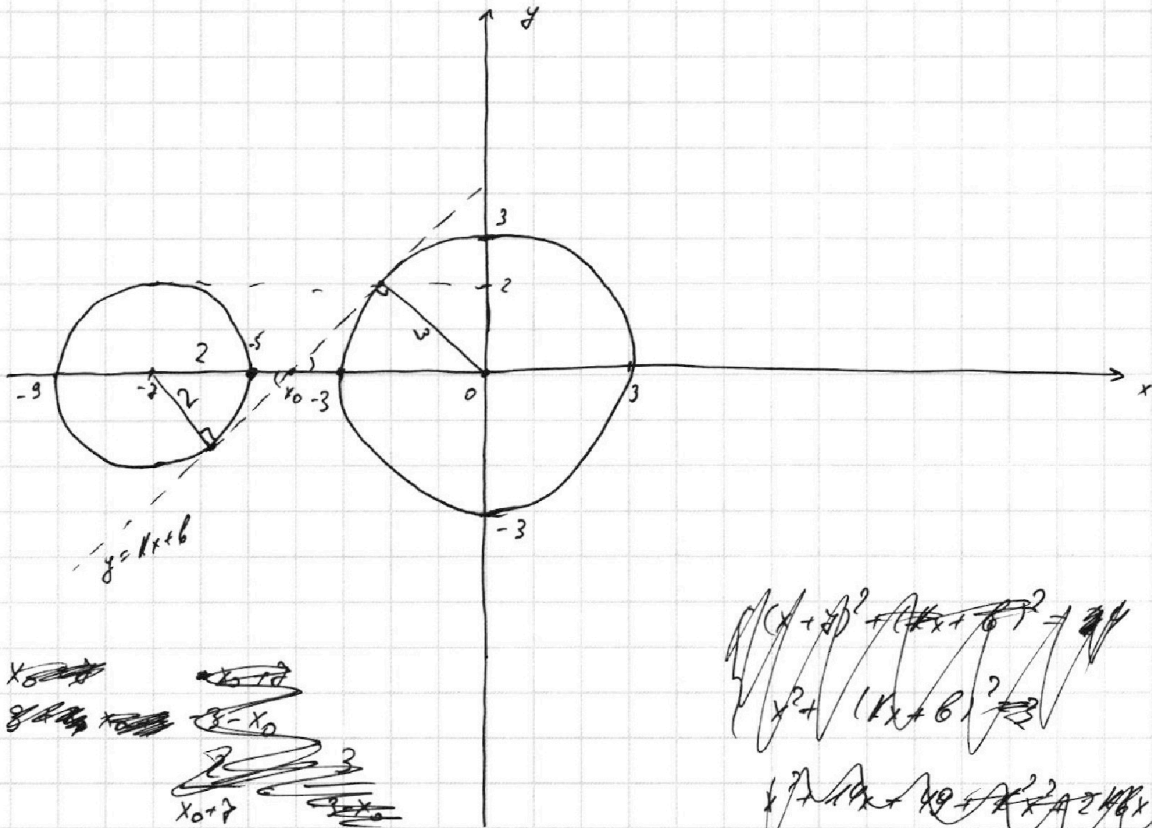
$$\begin{cases} x + 3ay - 2b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$$

$$(x^2 + y^2) + y^2 = 2^2$$

$$x + 3ay - 2b = 0$$

$$y = \frac{2b - x}{3a} = \frac{2b}{3a} - \frac{x}{3a}$$



~~$x_0 = -3$~~
 ~~$y = kx + b$~~
 ~~$x_0 = -3$~~
 ~~$y = kx + b$~~

$$\begin{aligned} (x+7)^2 + (kx+b)^2 &= 4 \\ x^2 + (kx+b)^2 &= 4 \\ x^2 + k^2x^2 + 2kbx + b^2 &= 4 \end{aligned}$$

~~$x^2 + (kx+b)^2 + (2kb+14)x + 45+b^2 = 0$~~

~~$x^2 + (kx+b)^2 + (2kb+14)x + 45+b^2 = 0$~~
 ~~$-6 - 2x_0 = -3x_0 + 21$~~

$$\frac{2}{x_0 + 7} = \frac{3}{-x_0} \Rightarrow -2x_0 = 3x_0 + 21 \Rightarrow 5x_0 = -21 \Rightarrow x_0 = -\frac{21}{5} = -4.2$$

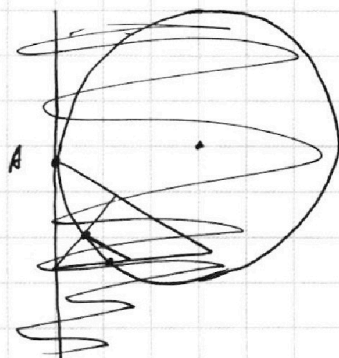
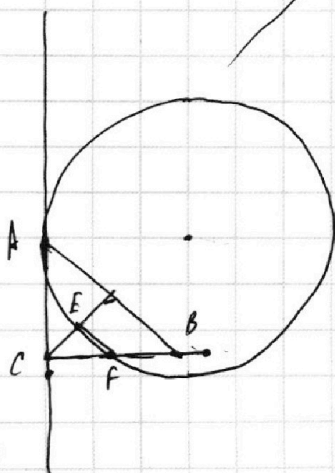
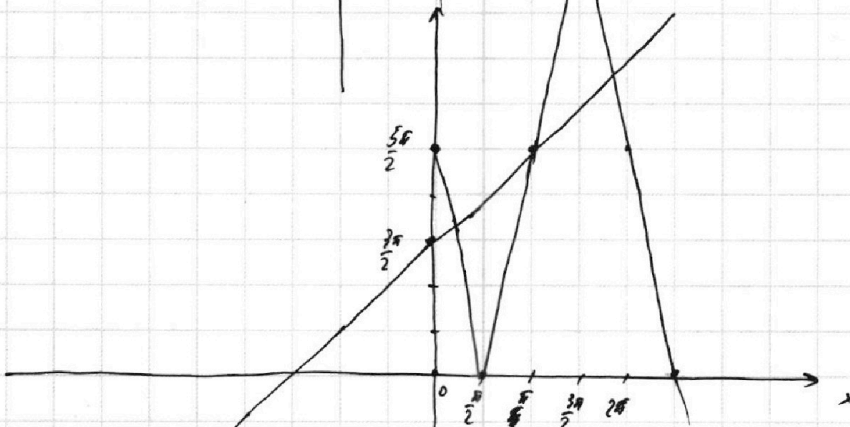
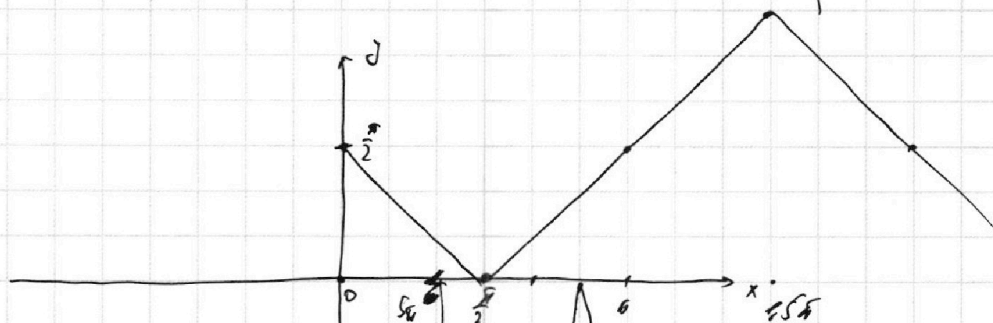
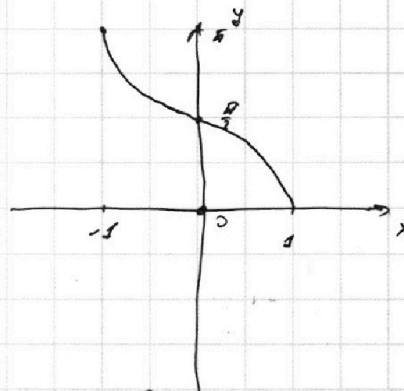
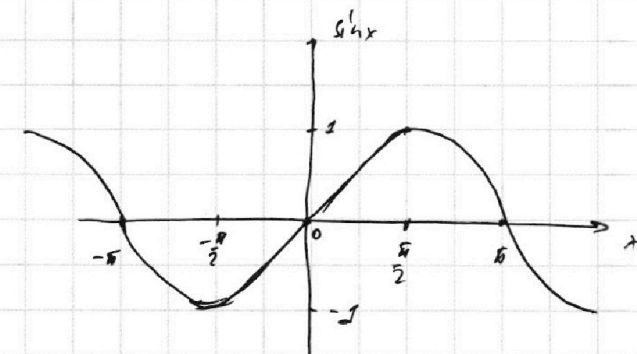
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot \sqrt{\frac{3}{5^{11}} \cdot \frac{mn}{k}}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^{19} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mn}{k}}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{23} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot \frac{mn}{k}}$$

$$m \cdot n \cdot k \rightarrow \min$$

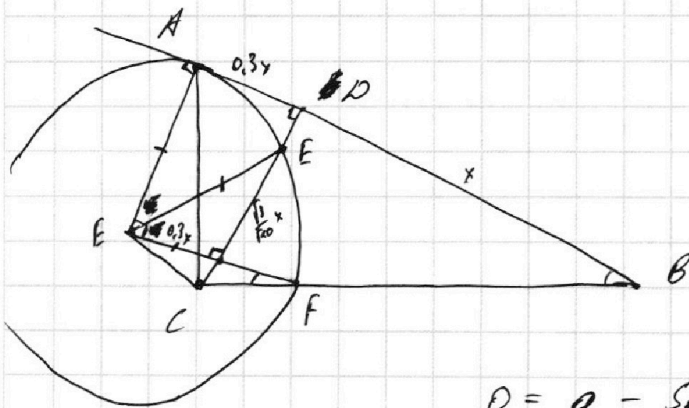
$$\frac{3}{5^{11}} = \frac{mn}{k} \Rightarrow \begin{matrix} k=3 \\ mn=5^{11} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} k=3 \\ m=5^6 \\ n=5^5 \end{matrix}$$

$$\frac{3}{5^{11}} \cdot \frac{mn}{k} \geq 1$$

~~x~~ ~~2~~ ~~3~~ ✓

$$mn \geq \frac{5^{11}}{3} k \Rightarrow mnk \geq \frac{5^{11}}{3} \cdot k^2$$

2.



$$S_{ADE} = \frac{1}{2} \cdot 0.3x \cdot \sqrt{0.3} x = \frac{0.3\sqrt{0.3}}{2} x^2$$

$$0 = a - 5 \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} \quad a = \frac{25\sqrt{6}}{2}$$

$$72 = 8 \cdot 9 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 2$$

$$12 = 3 \cdot 2^2$$

$$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{6}$$

$$12\sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \cdot m$$

$$bc : 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \cdot n$$

$$ac : 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{43}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{43} \cdot k$$

$$\frac{a}{c} = \frac{2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}}{2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{43}} \cdot \frac{m}{n} = \frac{1}{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^4} \cdot \frac{m}{n}$$

~~1/2~~

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 3^{33} \cdot 5^{75} \cdot mnk$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ + 14 \\ \hline 61 \\ + 14 \\ \hline 75 \end{array}$$

~~24~~ 32

$$abc = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{32} \cdot \sqrt{3 \cdot 5 mnk}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ - 12 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 43 \\ - 32 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{cases} m = 3 \\ n = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} ab = 2^7 \cdot 3^{12} \cdot 5^{14} \\ bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \\ ac = 2^{14} \cdot 3^{12} \cdot 5^{43} \cdot k \end{cases}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}}{2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}} = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^5$$

$$c = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^5 \cdot a$$

$$ac \cdot b^2 = 2^{20} \cdot 3^{26} \cdot 5^{32} \cdot mn$$

$$b^2 = 2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^{11} \cdot \frac{mn}{k}$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{38} \cdot k \rightarrow 2$$

$$a^2 = 2^{14+8-13} \cdot 3^{17+11-15} \cdot 5^{43+14-14} \cdot \frac{mk}{n}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{19}$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{13} \cdot 5^{39} \cdot \frac{mk}{n}$$

$$c^2 = 2^{14+13-7} \cdot 3^{17+15-11} \cdot 5^{43+18-14} \cdot \frac{nk}{m}$$

$$c^2 = 2^{20} \cdot 3^{21} \cdot 5^{47} \cdot \frac{nk}{m}$$

$$\begin{array}{r} + 14 \\ + 18 \\ \hline 32 \\ - 43 \\ \hline 11 \end{array}$$

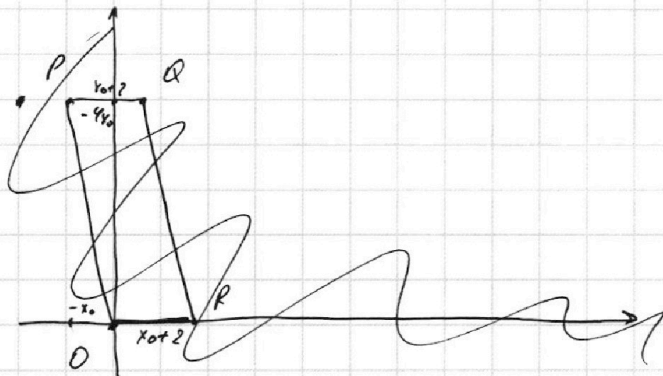
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

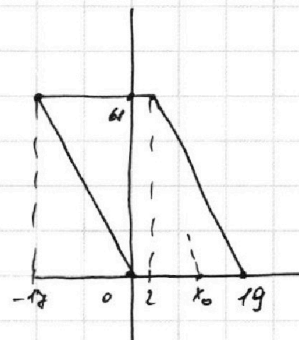
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_0 = +19$$



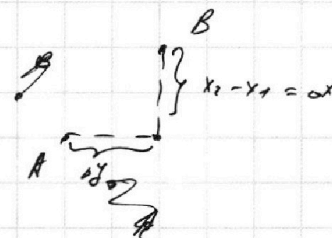
$A(x_1; y_1)$ $B(x_2; y_2)$

~~$$4(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 40$$~~

~~$$4x_2 + y_2 = 40$$~~

~~$$4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$$~~

~~$$4x_2$$~~



$$4x + y = 40$$

$$(x_0; 0) \rightarrow (x_0 + n; x_0 + y_n), \quad n \in \mathbb{Z}, \quad 0 \leq n \leq 19$$

$$\frac{FV}{FB} = \frac{0.3}{10.52} = \frac{x\sqrt{0.3} - y}{x\sqrt{1.12} - y\sqrt{52}} \cdot \frac{1}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2 \log_6 x = \log_{36x^2} 343 - 4 \\ \log_7^4(y) + 6 \log_7 z = \log_{y^2}(z^5) - 4 \end{cases}$$

~~log~~ $\log_7^4(6x) - 2 \cdot \frac{\log_7 z}{\log_7 6x} = \frac{3}{2} \frac{\log_7 z}{\log_7 6x} - 4$

$$\begin{matrix} \times 49 \\ 2 \\ \hline 343 \end{matrix}$$

$$\log_7^4(6x) - 2 \cdot \frac{1}{\log_7 6x} = \frac{3}{2} \frac{1}{\log_7 6x} - 4$$

$$\log_7(6x) = t$$

$$(t^5 + 4t)' = 5t^4 + 4 = 0$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$t^4 = \frac{7}{2t} - 4$$

$$t^5 = \frac{7}{2} - 4t$$

$$t^5 + 4t = \frac{7}{2}$$

$$\log_7^4(y) + 6 \cdot \frac{1}{\log_7 y} = \frac{5}{2} \log_7 \frac{\log_7 z}{\log_7 y} - 4$$

~~$$\log_7^4 u + \frac{6}{u} = \frac{5}{2} - 4$$~~

$$u^4 + \frac{6}{u} = \frac{5}{2} - 4$$

$$u^5 + 6 = \frac{5}{2} - 4u$$

$$u^5 + 4u = -\frac{7}{2}$$

~~$$t^5 + 4t = u^5 + 4u$$~~

~~$$\log_7^5(6x) + 4 \log_7(6x) = \log_7^5(\frac{7}{2}) + 4 \log_7(\frac{7}{2})$$~~

~~$$t^5 + 4t = u^5 + 4u = 0$$~~

$$6x = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

~~$$t = -2$$~~

$$t = -2 \quad \log_7 6x = -\log_7 z$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

 МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

