МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A\,(x_1;y_1)$ и $B\,(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c \in \mathbb{N}$

min знач abc — ?

$ab \vdots 2^{14} 7^{10}$

$bc \vdots 2^{17} 7^{17}$

$ac \vdots 2^{20} 7^{37}$

$\cancel{ab = 2^{14} 7^{10}}$.

$ab \vdots 2^{14} 7^{10}$

$bc \vdots 2^{17} 7^{17}$

$ac \vdots 2^{20} 3^{37}$

$\Rightarrow a^2 b^2 c^2 \vdots 2^{51} \cdot 7^{64}$

$abc \vdots 7^{32}$.

$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot m$, где m — произведен множителей a и b не вошедших в $2^{14} \cdot 7^{10}$

$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot n$, где n — произведен множит b и c не вошедших в $2^{17} \cdot 7^{17}$

$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} l$, где l — произв множит. a и c не вошедших в $2^{20} \cdot 7^{37}$

Дано: ω, Ω

AB - хорда Ω

AB - касат ω

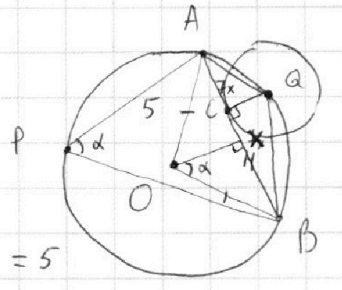
$\frac{AC}{CB} = 7$ $(QC \perp AB)$

$CQ = 1$

$OA = 5$

Найти: AB - ?

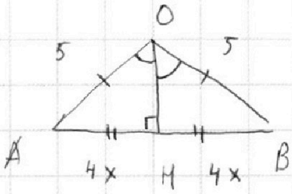
Решение:



1) Рассмотрим $\triangle AOB$:

р/б, т.к. $OA = OB = R_\Omega = 5$

$\Rightarrow$ Проведем OH - высота, медиана и биссектриса $\triangle AOB$



$AB = AC + CB = 7x + x = 8x$

Т.к. OH - медиана $\Rightarrow$

$AH = HB = \frac{1}{2}AB = 4x$

Пусть $\angle AOH = \alpha$ $\Rightarrow$ $\boxed{\sin\alpha = \frac{4x}{5}}$

Т.к. OH - является и биссектрисой $\angle AOB = 2\alpha$

2) $\angle AOB$ - центральный опир на $\cup A(Q)B$

$\angle APB$ - вписанный опир на $\cup A(Q)B$, где P точка на окружности на дуге $\cup AB$ (где нет Q)

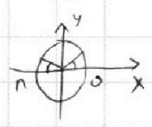
$\Rightarrow$ $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB = \alpha$

$\angle AQB$ - вписанный опир на $\cup A(P)B$

$\angle APB$ - вписанный опир на $\cup A(Q)B$ $\Bigg| \Rightarrow$ $\angle AQB + \angle APB = 180^\circ$

$\angle AQB = 180^\circ - \alpha$

$\sin\angle AQB = \sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$



$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$

$\cos\angle AQB = \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha = -\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

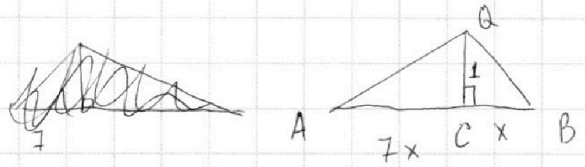
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(Продолж 3 задачи)

Рассмотрим $\triangle AQB$: $\cos\angle AQB = -\sqrt{1-\frac{16x^2}{25}}$



По th Пифагора: $\triangle AQC$:

$AQ = \sqrt{49x^2+1}$

По th Пифагора $\triangle QCB$:

$QB = \sqrt{x^2+1}$

По th cos $\triangle AQB$:

$$\cancel{(8x)^2}\quad AB^2 = AQ^2 + QB^2 - 2AQ\,QB\cos\angle AQB)$$

$$64x^2 = 49x^2+1+x^2+1 + 2\sqrt{49x^2+1}\sqrt{x^2+1}\sqrt{1-\frac{16x^2}{25}}$$

$$7\cancel{14}x^2 - \cancel{2}1 = \cancel{2}\sqrt{49x^4+50x^2+1}\sqrt{1-\frac{16x^2}{25}}$$

$$49x^4+1-14x^2 = (49x^4+50x^2+1)\left(1-\frac{16x^2}{25}\right)$$

$$\cancel{49x^4}+\cancel{1}-14x^2 = \cancel{49x^4} - \frac{16\cdot49\,x^6}{25} + 50x^2 - 32x^4 \cancel{+1} - \frac{16x^2}{25}$$

$$\frac{16\cdot49}{25}x^3 + 32x^2 - \frac{8\cdot198}{25}\cancel{x} = 0$$

$$\frac{49}{25}x^3 + 2x^2 - \frac{99}{25} = 0$$

$$49x^3 + 50x^2 - 99 = 0$$

Сх. Горнера:

	49	50	0	−99
1	49	99	99	0

$$(x-1)(49x^2+99x+99) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \quad (1) \\ 49x^2+99x+99=0 \quad (2) \end{array}\right.$$

(2) $49x^2+99x+99=0$

$D = \cancel{9801} - 99^2 - 196\cdot 99 < 0$

$\Rightarrow x\in\varnothing$

$\boxed{x=1} \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} AB = 8x \\ x = 1 \end{array}\right| \Rightarrow$

$AB = 8$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

Заметим, что $\cancel{2x^2}-5x+3 - \cancel{2x^2}-2x-1 = 2-7x$

$$-7x+2 = 2-7x$$

$\Rightarrow$ Пусть $2x^2-5x+3 = A$

$$2x^2+2x+1 = B$$

$\sqrt{A}-\sqrt{B} = \cancel{A}\ A-B$

$\cancel{A}\ A-B = (\sqrt{A}-\sqrt{B})(\sqrt{A}+\sqrt{B})$

$\Rightarrow$ | $\Rightarrow$ $(\sqrt{A}-\sqrt{B}) = (\sqrt{A}-\sqrt{B})(\sqrt{A}+\sqrt{B})$

$$(\sqrt{A}-\sqrt{B})(1-\sqrt{A}-\sqrt{B}) = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{ll} \sqrt{A}-\sqrt{B}=0 & (1) \\ 1-\sqrt{A}-\sqrt{B}=0 & (2) \end{array}\right.$$

(1) $\sqrt{A}=\sqrt{B}$: $\Rightarrow$ $\sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1}$

$$\cancel{2x^2}-5x+3 = \cancel{2x^2}+2x+1$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

(2) $1-\sqrt{A}-\sqrt{B}=0$ $\Rightarrow$ $1-\sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2x^2+2x+1}$

$$1-2\sqrt{2x^2-5x+3} + \cancel{2x^2}-5x+3 = \cancel{2x^2}+2x+1$$

$$-2\sqrt{2x^2-5x+3} = 7x-3$$

$$4(2x^2-5x-3) = 49x^2-42x+9$$

$$8x^2-20x-12 = 49x^2-42x+9$$

$$41x^2-22x+21=0$$

$D/_4 = 121 - 861$

$2x^2-5x+3 \geq 0$

$D = 25-24 = 1$

$x_1 = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}$

$x_2 = \frac{5-1}{4} = 1$

$\Rightarrow$

$(x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0$

$\boxed{x \in (-\infty;1] \cup [\frac{3}{2};+\infty)}$

$2x^2+2x+1$

всегда >0

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(Продолж. к задаче)

Проверим корень $x=\frac{2}{7}$ подстановкой:

$$\sqrt{\frac{2\cdot 4}{49}-\frac{5\cdot 2}{7}+3}-\sqrt{\frac{2\cdot 4}{49}+\frac{2\cdot 2}{7}+1}=2-\frac{7\cdot 2}{7}$$

$$\sqrt{\frac{8-70+147}{49}}-\sqrt{\frac{8+28+49}{49}}=0$$

$$\sqrt{\frac{85}{49}}-\sqrt{\frac{85}{49}}=0$$

верно $\Rightarrow$ $x=\frac{2}{7}$ – корень

Ответ: $\frac{2}{7}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 & (2) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2+y^2-4) \le 0 & (1) \end{cases}$$

2 решения
a – ?
b – ?

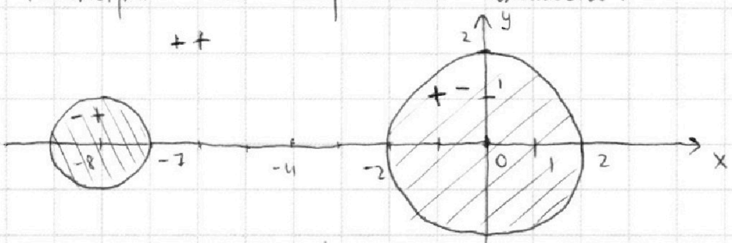
(1) $((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4) \le 0$

$(x+8)^2+y^2=1$ – окружн с центром $(-8;0)$ и $r=1$ → I окр

$(x^2+y^2-4)=0$

$x^2+y^2=4$ – окружн с центром $(0;0)$ и $R=2$ → II окр.

Рассмотрим на координатн. плоскости:



$(y = ax + 10b)$

I окр:
$(x+8)^2+y^2-1 > 0$
Вся область кроме закраш. окр (границы НЕ входят)
$(x+8)^2+y^2-1 \le 0$
Закрашенная I окр с границами

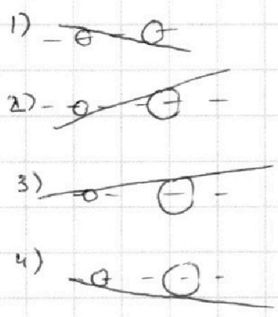
II окр: $x^2+y^2-4>0$
Вся область кроме II окр (границы не входит)
$x^2+y^2-4 \le 0$
Закрашенная II окр с границами

(2) График – прямая, т.к. 2 решения =>

прямая должна быть общ касат к 2 окр

(Прямая не может пересекать ни одну окружн, т.к. тогда бесконечно много решен)

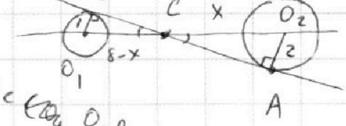
=> Есть 4 варианта прямой:



Заметим, что из симметрии:
1) и 2) случай различаются лишь знаком коэфф.
Аналогично для случаев 3) и 4)

=> в кругах знаки будут $(+-)$, что удовлетворяет неравенству (1)
вне окружностей $(++)$ не подходит.

Рассмотрим случай № 1):



Т.к. AB – общ касат => $O_2A \perp AB$ и $O_1B \perp AB$, где $O_1B = r = 1$
$O_2A = R = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим $\triangle O_1BC$ и $\triangle O_2AC$

$\triangle O_1BC \sim \triangle O_2AC$ (по 2 углам; прямоуг + $\angle BCO_1 = \angle O_2CA$ (вертик))

$\Rightarrow \dfrac{O_2A}{O_1B} = \dfrac{O_2C}{CO_2} = 2$ $\qquad O_1C + CO_2 = 8$ $\quad \left(\begin{matrix} xO_2 = 0 ; \; yO_2 = yO_1 \\ xO_1 = -8 \end{matrix}\right)$

$\Rightarrow$ Пусть $O_2C = x \Rightarrow \dfrac{x}{8-x} = 2$

$x = 16 - 2x$

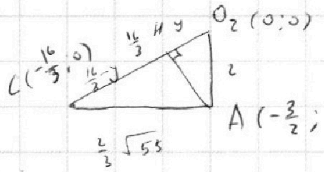
$3x = 16$

$x = \dfrac{16}{3} \Rightarrow X_{т.C} = -\dfrac{16}{3}$

$y_{т}C = 0$

AC по th Пифагора из $\triangle CO_2A$: $[HA \perp CO_2]$

$AC = \sqrt{\dfrac{256}{9} - 4} = \sqrt{\dfrac{220}{9}} = \dfrac{2}{3}\sqrt{55}$



Пусть $O_2H = y \rightarrow HC = \dfrac{16}{3} - y$

По th Пифагора для $\triangle CHA$ и $\triangle HO_2A$:

$\dfrac{220}{9} - \dfrac{256}{9} - \cancel{y^2} + \dfrac{32y}{3} = 4 - \cancel{y^2}$

$\dfrac{32y}{3} = 16$

$y = \dfrac{3}{2} \Rightarrow X_A = -\dfrac{3}{2}$

$HA = \sqrt{4 - \dfrac{9}{4}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow y_A = -\dfrac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow$ Прямую задают 2 точки C и A.

$y = ax + 10b$

$$\begin{cases} 0 = -\dfrac{16}{3}a + 10b \\ -\dfrac{\sqrt{7}}{2} = -\dfrac{3}{2}a + 10b \end{cases}$$

$\dfrac{\sqrt{7}}{2} = -\dfrac{23}{6}a$

$a = \dfrac{-3\sqrt{7}}{23}$

$10b = -\dfrac{16\sqrt{7}}{23}$

$b = \dfrac{-16\sqrt{7}}{230}$

$\Rightarrow$ Для случая 2) ответ:

$a = \dfrac{+3\sqrt{7}}{23}$

$b = \dfrac{+16\sqrt{7}}{230}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

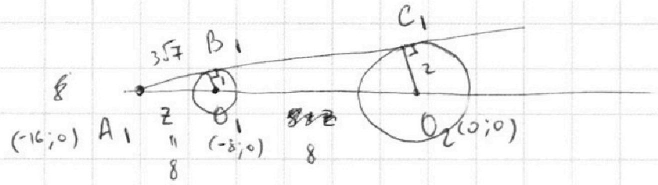
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

(Продолж 6 задачи)

Теперь рассмотрим случай: № 3 : A_1C_1 – общая кас к I и II окр



$\Rightarrow O_1B_1 = r$, $O_1B_1 \perp A_1C_1$

$O_2C_1 = R$, $O_2C_1 \perp A_1C_1$

$\triangle A_1B_1O_1 \sim \triangle A_1C_1O_2$ (по 2 углам $\angle B_1A_1O_1$ – общ, прямоуг $\triangle$)

$\dfrac{O_2C_1}{O_1B_1} = 2 = \dfrac{O_2A_1}{A_1O_1}$

$2 = \dfrac{\cancel{z}+8}{\cancel{z}}$

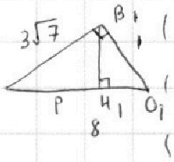
$2\cancel{z} = \cancel{z}+8$

$\cancel{z} = 8 \Rightarrow xA_1 = -16$

По th Пифагора $\triangle A_1O_1B_1$:

$A_1B_1 = \sqrt{64-1} = \sqrt{63} = 3\sqrt7$

По th Пифагора $\triangle A_1B_1H_1$ и $\triangle B_1H_1O_1$: A_1



$63 - p^2 = 1 - (8-p)^2$

$63 - \cancel{p^2} = 1 - 64 - \cancel{p^2} + 16p$

$2\cdot 63 = 16p$

$p = \dfrac{63}{8} \Rightarrow x_{B_1} = -16 + \dfrac{63}{8} = \dfrac{-65}{8}$

$B_1H_1 = \dfrac{3\sqrt7\cdot 1}{8} = \dfrac{3\sqrt7}{8} \Rightarrow y_{B_1} = \dfrac{3\sqrt7}{8}$

По двум точкам A_1 и B_1 определим прямую $y = ax + 10b$

$$\begin{cases} 0 = -16a + 10b \\ \dfrac{3\sqrt7}{8} = -\dfrac{65}{8}a + 10b \end{cases}$$

$\dfrac{3\sqrt7}{8} = \dfrac{63}{8}a$

$a = \dfrac{\sqrt7}{21}$

$b = \dfrac{\sqrt7\cdot 16}{21\cdot 10} = \dfrac{8\sqrt7}{105}$

$\Rightarrow$ Т.к. случай 3 симметричен 4

$\Rightarrow a = \dfrac{-\sqrt7}{21}$ и $b = \dfrac{-8\sqrt7}{105}$

Ответ: $a = \pm\dfrac{3\sqrt7}{23} \Rightarrow b = \pm\dfrac{16\sqrt7}{230}$;

$a = \pm\dfrac{\sqrt7}{21} \Rightarrow b = \pm\dfrac{8\sqrt7}{105}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

$\sqrt{A} - \sqrt{B} = A - B$

$(\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B}) = (\sqrt{A} - \sqrt{B})$

$\sqrt{A} + \sqrt{B} = 1$

$\sqrt{2x^2-5x+3}$

Проверка: $x = \frac{1}{7}$

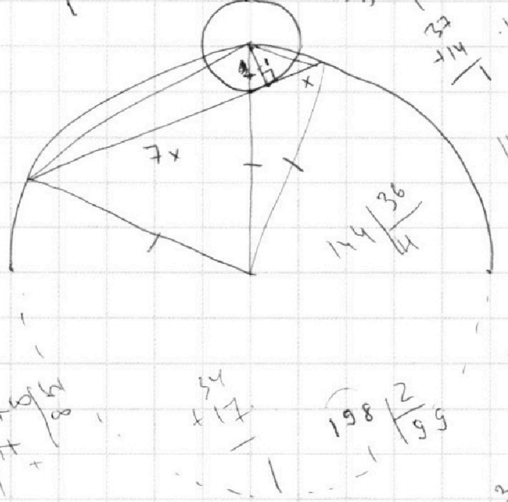
$\sqrt{\frac{8}{49} - \frac{10}{7} + 3}$

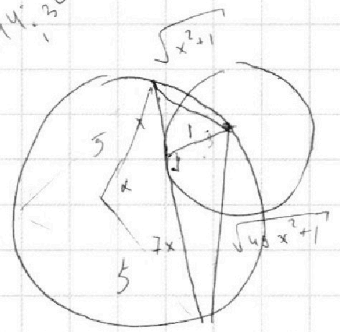
$\frac{8 - 70 + 147}{49} = \frac{85}{49}$

$\frac{2 \cdot 4 - 5 \cdot 2 \cdot 7 + 3 \cdot 49}{49}$

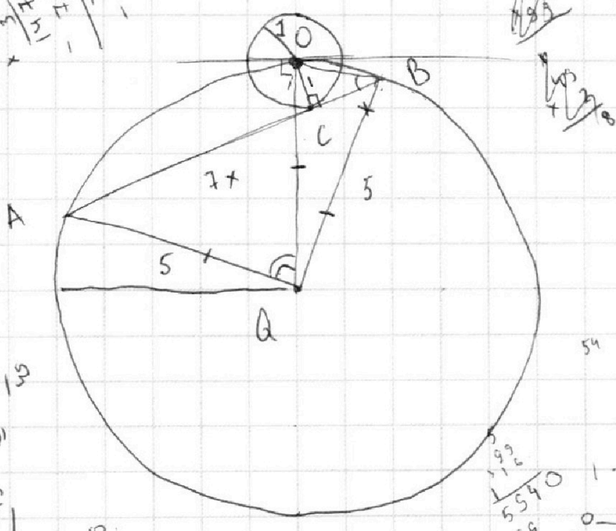
$\frac{2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot 7 + 49}{49} = \frac{85}{49}$

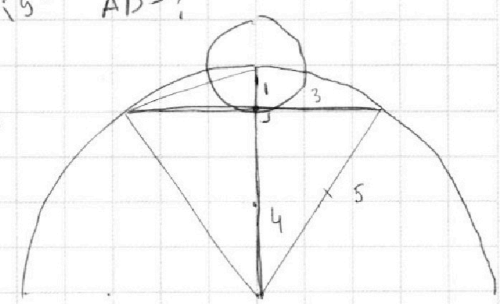
$\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 - 5 \cdot 2 \cdot 7 + 3 \cdot 49}{49}$

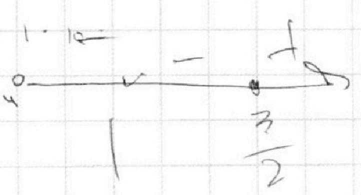




AB-?







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

По th cos: $8x^2 = x^2+1+49x^2+1-$

$49x^4+50x^2+1$

$25-16x^2$

$\frac{\sqrt7}{x} = \frac{-23}{63}$

$-\frac{3\sqrt7}{23} = c$

-16

$-\frac{2\cdot 64+63}{8} =$

$=$

$-\frac{65}{8}+16$

$\frac{128-65}{8}$

$\sin(A-\alpha) = \sin\alpha =$

$\frac{4x}{5}$

$\cos = \sqrt{1-\frac{16x^2}{25}} =$

$= \sqrt{\frac{25-16x^2}{25}}$

$\sin\alpha = \frac{4x}{5}$

$\alpha+\beta = 180^\circ$

$\beta = \pi-\alpha$

$A(x_1; y_1)$

$B(x_2; y_2)$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$

$2(x_2-x_1)+(y_2-y_1) = 12$

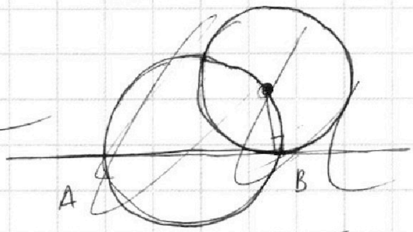
$\frac{200-2}{25} = \frac{198}{25}$

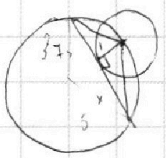
$\left(-64+\frac{16}{25}\right) =$

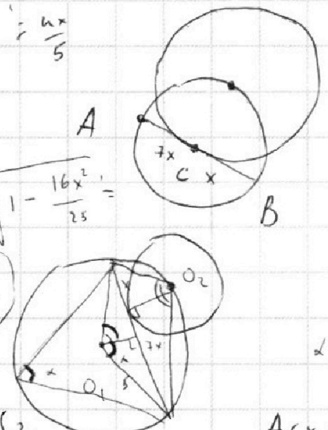
$-8\left(-8+\frac{2}{25}\right)$

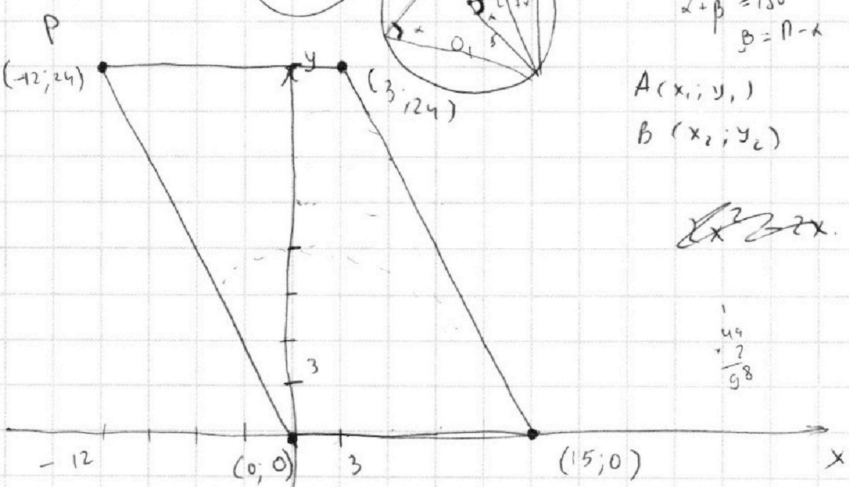
-8

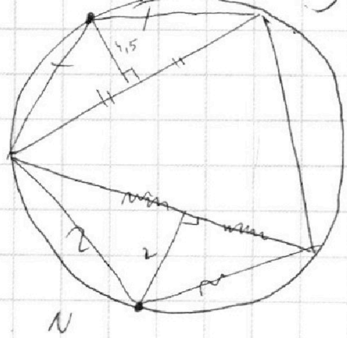
2











На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$$

$$2x^2-5x+3-2x^2-2x-1-2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}=(2-7x)^2$$

$$2-7x-2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}=2-7x$$

$$\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}=0$$

$$(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)=0$$

$$(x-1)(x-\tfrac{3}{2})=0$$

$x=1$

$x=\frac{3}{2}$

$2x^2-5x+3=0$

$D=25-24=1$

$x=\frac{5+1}{4}=\frac{3}{2}$

$x=\frac{5-1}{4}=1$

$2x^2+2x+1=0$

$D=4-8<0$

Проверим:

$x=1$: $\sqrt{2-5+3}-\sqrt{2+2+1}=2-7$

$0-\sqrt{5}=-5$ (x) не подходит.

$x=\frac{3}{2}$: $\sqrt{\frac{9}{2}-\frac{15}{2}+3}-\sqrt{\frac{9}{2}+\frac{6}{2}+1}=2-\frac{21}{2}$

$-\sqrt{\frac{17}{2}}=$

Заметим что: $2x^2-5x+3-2x^2-2x-1=2-7x=4x^4+5x^3-2x^2+x+3$

$-7x+2=2-7x$

$$2x^2-5x+3-2x^2-2x-1-2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}=4-28x+45x^2$$

$$-49x^2+21x-2=2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}$$

$$2401x^4-2058x^3+637x^2-84x+4=8x^4+10x^3-4x^2+2x+3$$

$x\in(-\infty;1)\cup(\frac{3}{2};+\infty)$

$98x^2+441x^2$
$58x^2$

$(-49x^2+21x-2)(-49x^2+21x-2)=$
$=2401x^4+2058x^3+637x^2-84x+4$

$4x^4+4x^3+2x^2$
$-5x^3-10x^2-5x$
$+6x^2+6x+3=$

$-42x$
$-42x$
$-84x$

$y=x+1$

$y=-x-6$

$0=-k+6$

$1=6$

$k=1$

$0=-k+b$
$k=-1$ $b=-1$

$35-9=6$

$\frac{15}{2}+1=$

$=\frac{17}{2}$

$2-\frac{21}{2}=$

$2401-81$
2353

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$2393x^4 - 2068x^3 + 641x^2 - 88x + 1 = 0$

$\boxed{y = ax + 106}$

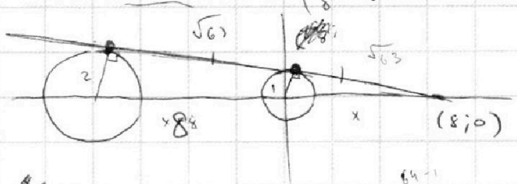
$0 = 8a + 10b$

$-\frac{\sqrt{63}}{8} = \frac{63}{8}a$

$a = -\sqrt{63} = -3\sqrt{7}$

$\frac{\sqrt{63}}{8} = \frac{1}{8}a + 10b$

$\left(\frac{1}{8}; \frac{\sqrt{63}}{8}\right)$



a, b, c

$ab : 2^{14} 7^{10}$

$bc : 2^{17} 7^{17}$

$ac : 2^{20} 7^{37}$

$z = \frac{y}{8-y}$

$16 - 2y = y$, $y = \frac{16}{3}$

$\frac{x}{x+8} = \frac{1}{2}$, $2x = x + 8$, $x = 8$

$ab = 2^{14} 7^{10} m$

$bc = 2^{17} 7^{17} n$

$ac = 2^{20} 7^{37} l$

min abc

$2 = \frac{2+x}{6-x}$, $\frac{1}{2} = \frac{x}{x+8}$

$12 - 2x = 2 + x$, $x + 8 = 2x$, $x = 8$

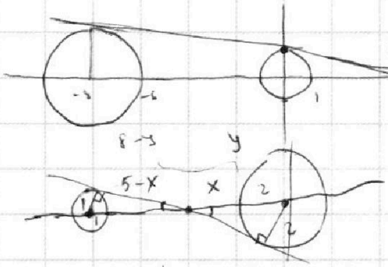
$10 = 3x$, $x = \frac{10}{3}$

$\frac{bc}{ab} = 2^3 7^7 \frac{n}{m}$

$abc = mnl \cdot 2^x \cdot 2^y$

$8 - \frac{63}{8} = \frac{64-63}{8} = \frac{1}{8}$

$cm = 2^3 7^7 an$



$abc = a'b'c' \, 2^x 7^y$

$ab = 2^{14} 7^{10} a'b'$

$bc = 2^{17} 7^{17} b'c'$

$ac = 2^{20} 7^{37} a'c'$

$63 - \frac{63^2}{8^2} = h^2$

$h^2 = \frac{937}{64}$, $h = \frac{\sqrt{937}}{8}$

$abc = 64 \; ba' \; 2^3$

$63 - y^2 = 1 - 64 - y^2 + 16y$

$\frac{63 \cdot 64 - 63^2}{64} = \frac{63(64-63)}{64} = \frac{63}{64}$

$\frac{c}{a} = 2^3 7^7 \frac{c'}{a'}$

$\frac{a+b}{(a+b)^2 + 8ab}$

$(8-y)^2 = 64 + y^2 - 16y$

$2 \cdot 63 = 16y$, $y = \frac{63}{8}$

$c = \left(\frac{a}{a'} \cdot 2^3 \cdot 7^7\right) c'$

$4569 - 4032 = 537$

$= 16 - 9 = \frac{7}{4}$

$\frac{c}{b} = 2^6 7^{27} \frac{c'}{b'}$

$x^2 + y^2 - 4 = 0$

$x^2 + y^2 = 4$ — окр с $O(0;0)$, $r = 2$

$-\frac{16}{3} + \frac{3}{2} = \frac{-32+9}{6}$

$\frac{a}{a'} \frac{2^3 7^7}{b} = 2^6 \cdot 7^{27} \frac{c'}{b'}$

$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$

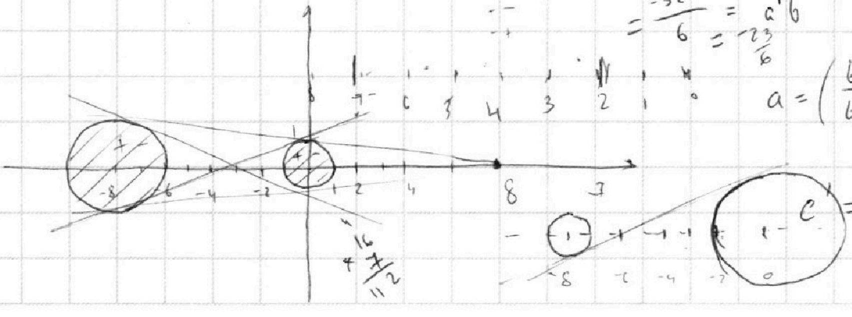
$(x+8)^2 + y^2 = 1$ — окр с $O(-8;0)$, $r = 1$

$-\frac{16}{3} + \frac{3}{2} = \frac{-32+9}{6} = -\frac{23}{6}$

$\frac{ab'}{a'b} = 2^3 7^{20}$

$\underline{b' = \frac{b a' 2^3 7^{20}}{a}}$

$a = \left(\frac{b}{b'} 2^3 7^{20}\right) a'$



$c' = \frac{a'c}{a \; 2^3 7^7}$

$\frac{3}{2}$, $\frac{\sqrt{7}}{2}$

$\frac{9}{4} + \frac{7}{4}$