



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!

~ 1

$$ab: (2^{15} \cdot 4^{11}) \Rightarrow ab = 2^{15} \cdot 4^{11} \cdot x_1; \quad bc: (2^{17} \cdot 4^{18}) \Rightarrow bc = 2^{17} \cdot 4^{18} \cdot x_2;$$

$$ac: (2^{23} \cdot 4^{39}) \Rightarrow ac = 2^{23} \cdot 4^{39} \cdot x_3, \quad (ab: 2^{15} \cdot 4^{11}) = x_1$$

$$\begin{cases} ab: (2^{15} \cdot 4^{11}) \\ ac: (2^{23} \cdot 4^{39}) \\ bc: (2^{17} \cdot 4^{18}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab: (2^{15} \cdot 4^{11}) = x_1 \\ ac: (2^{23} \cdot 4^{39}) = x_2 \\ bc: (2^{17} \cdot 4^{18}) = x_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = 2^{15} \cdot 4^{11} \cdot x_1 \\ ac = 2^{23} \cdot 4^{39} \cdot x_2 \\ bc = 2^{17} \cdot 4^{18} \cdot x_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (abc)^2 = 2^{(15+23+17)} \cdot 4^{(11+39+18)} \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \quad (x_1, x_2, x_3 - \text{обозначение}$$

четности при делении ab на $2^{15} \cdot 4^{11}$, ac на $2^{23} \cdot 4^{39}$ и bc на

$$2^{17} \cdot 4^{18} \text{ соответственно}) \Rightarrow (abc)^2 = 2^{55} \cdot 4^{69} \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \Rightarrow abc =$$

$$= \sqrt{2^{55} \cdot 4^{69} \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} = 4^{39} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3}. \quad abc - \text{натуральное}$$

$$\text{число} \Rightarrow (abc)^2: (2^{55} \cdot 4^{69}) \cdot \text{П.к. } (abc)^2 - \text{квадрат н.ч.}$$

числа, степени всех простых множителей - четны \Rightarrow

$$\Rightarrow (abc)^2: (2^{56} \cdot 4^{69}) \Rightarrow abc: (2^{28} \cdot 4^{39}) \text{ Тогда мин. } abc = 2^{28} \cdot 4^{39}.$$

$$\text{Пример: } a = 2^{11} \cdot 4^{11}, b = 2^5, c = 2^{12} \cdot 4^{18}$$

$$ab = 2^{16} \cdot 4^{11}, bc = 2^{17} \cdot 4^{18}, ac = 2^{23} \cdot 4^{39}, abc = 2^{28} \cdot 4^{39}$$

$$\text{Ответ: } abc = 2^{28} \cdot 4^{39}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МОФИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н.д.
Пусть ~~дано~~ найдем такое m , что числитель и знаменатель дроби $\frac{a+b}{a^2-4ab+b^2}$ можно сократить на m . Тогда

Тогда $(a+b):m$ и $(a^2+b^2-4ab):m$: $a^2+b^2-4ab = (a+b)^2 - 9ab$.

$(a+b)^2 - 9ab : m$, $(a+b)^2 : m \Rightarrow 9ab : m$. Пусть $m = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$

(разложим m на простые множители, где p_i - простой делитель m , а α_i - степень вхождения p_i в m). Пусть

найдем такое p_i ~~такое p_i $\leq p_i$~~ , что $ab : p_i$. П.к.

$\frac{a}{b}$ - несократима, ~~а b не делит a~~ $\text{НОД}(a,b) = 1 \Rightarrow$ только

одно из чисел a и b делится на p_i ; (иначе $\text{НОД}(a,b) \geq p_i$).

Пусть ~~то~~ $a : p_i$ ~~тогда~~, а $b \not: p_i$ (без ограничения общности)

$\Rightarrow a+b \not: p_i$ $\Rightarrow a+b \not: m$ (т.к. p_i - простой множитель m),

это противоречит ~~уже принятому~~ условию \Rightarrow не най

дем такого p_i , что $ab : p_i \Rightarrow \text{НОД}(ab, m) = 1 \Rightarrow 9ab : m$.

Тогда из $9ab : m$ и $\text{НОД}(ab, m) = 1 \Rightarrow 9 : m$. Тогда $m \leq 9$.

~~Возьмем $m=9$~~ . Проверим пример для $m=9$: $a=1, b=8, \frac{a}{b} = \frac{1}{8}$

$\frac{a+b}{a^2+b^2-4ab} = \frac{1+8}{1+64-4 \cdot 1 \cdot 8} = \frac{9}{9} = 1$ ($\frac{a}{b}$ - несократима, $\frac{a+b}{a^2-4ab+b^2}$ сокращаем

на a на m).

Ответ: $m=9$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2+3x+1} > 1$$

$$3x^2+3x+1 > 1$$

$$3x^2+3x > 0$$

$$x^2+x > 0$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$$

Тогда $\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} > 1$ при любых допустимых $x \Rightarrow \sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1$ не имеет решений.

Тогда существует только 1 возможный корень: $x = \frac{1}{9}$,
если он входит в область определения.

$$3x^2+3x+1 > 0 \rightarrow \sqrt{3x^2+3x+1}, \quad 3x^2-6x+2 > 0 \text{ при } x \in \mathbb{R}, \quad D = 36 - 24 =$$

$$= 12 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x \in (-\infty; 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}] \cup [1 + \frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty)$$

$$\frac{1}{9} > 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \quad 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} = \frac{9-3\sqrt{3}}{9} > \frac{9-8}{9} = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{9} \text{ входит}$$

в область определения.

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!

№ 4.

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x \quad | \cdot (\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1})$$

$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} > 0$ на всей области определения,

т.к. $\sqrt{3x^2-6x+2} \geq 0$, а $\sqrt{3x^2+3x+1} > 0$ (т.к. $D = 9 - 4 \cdot 3 = -3$) \Rightarrow

$= \sqrt{3x^2+3x+1} > 0$. Область определения $\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1}$ и

$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1}$ совпадает.

$$(\sqrt{3x^2-6x+2})^2 - (\sqrt{3x^2+3x+1})^2 = (-9x) (\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1})$$

$$3x^2-6x+2 - 3x^2-3x-1 = (-9x) (\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1})$$

я раскрыли как $3x^2-6x+2$, тогда потому что область опреде-

ления знаменателя совпадает со областью, на кото-

рой $3x^2-6x+2$ имеет ^{неотрицательное} значение совпадают, и

точки, в которой $3x^2-6x+2$ принимает отрицательные значения не рассматриваются.

$$(1-9x)(\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} 1-9x=0 \\ \sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{9} \\ \sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} > 1 \text{ при } x \in (-\infty; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$$

$$3x^2-6x+2 > 1$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 24 \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{6-\sqrt{24}}{6} \\ x > \frac{6+\sqrt{24}}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \\ x > 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) \cup (1 + \frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что ^{только} при $0 \leq z \leq 32$ ~~то~~ прямая пересечет параллелограмм ^{большее количество точек только эти z}. Заметим, что если z - четное, то прямая $z = 2x + y$. Будет иметь ровно 13 точек с целыми координатами. В параллелограмме (9 точек), т.к. в каждой строке y должно быть четным (чтобы x было целым), а четных y $0 \leq y \leq 26$ ровно 13. Аналогично при z - четном, y - четном \Rightarrow максимум точек 14. Тогда между прямой парами z и $z+14$ ^{нае} 13^2 пар если z - чет., и 14^2 если z - чет. Если рассматриваем пары прямых $z = 2x + y$ ^{и $z+14 = 2x+y$} при $0 \leq z \leq 18$, то мы рассмотрим все пары прямых \Rightarrow все пары имеют точек. Тогда общее кол-во пар $k = 10 \cdot 14^2 + 9 \cdot 13^2 = 16960 + (1690 - 169) = 18481$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

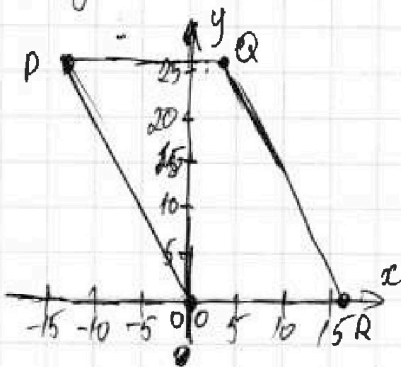
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



25

$$\text{Пусть } 2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 14$$

$$\text{Пусть } 2x_1 + y_1 = z. \text{ Тогда } 2x_2 + y_2 = 14 + z$$



Найдем уравнение прямой PQ:

Пусть оно $ax + y = b$

$$\begin{cases} a \cdot (-13) + 26 = b \\ a \cdot 0 + 0 = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \cdot (-13) + 26 = b \\ a \cdot 0 + 0 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a \cdot (-13) + 26 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a \cdot (-13) + 26 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = 2 \end{cases}$$

Тогда $2x + y = 0$ - уравнение прямой PQ.

Уравнение прямой QR $ax + y = b$:

$$\begin{cases} 30a + 26 = b \\ 16a + 0 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13a = 26 = 0 \\ 16a + 0 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 32 \end{cases} \Rightarrow \text{QR: } 2x + y = 32.$$

PQ: $y = 26$, OR: $y = 0$. Тогда все точки в параллелограмме удовлетворяют условию: $\begin{cases} 0 \leq 2x + y \leq 32 \\ 0 \leq y \leq 26 \end{cases}$

Возьмем ^{прямые} $Z_1 = 2x + y$ и $Z_2 = 2x + y$ ^{так}. Тогда любая ^{точка} ~~точка~~ ^{из} ~~этой~~ ^{этой} ~~прямой~~ ^{прямой} ~~удовлетворяет~~ ^{удовлетворяет} ~~условию~~ ^{условию} ~~параллелограмма~~ ^{параллелограмма} ~~и~~ ^и ~~находится~~ ^{находится} ~~внутри~~ ^{внутри} ~~параллелограмма~~ ^и ~~такая~~ ^{такая} ~~же~~ ^{же} ~~точка~~ ^{точка} ~~на~~ ^{на} ~~прямой~~ ^{прямой} $Z + 14 = 2x + y$ ~~(удовлетворяющая~~ ^{(удовлетворяющая} ~~тм. же~~ ^{тм. же} ~~условию)~~ ^{условию)} ~~является~~ ^{является} ~~исканой~~ ^{исканой} ~~точкой~~ ^{точкой}.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

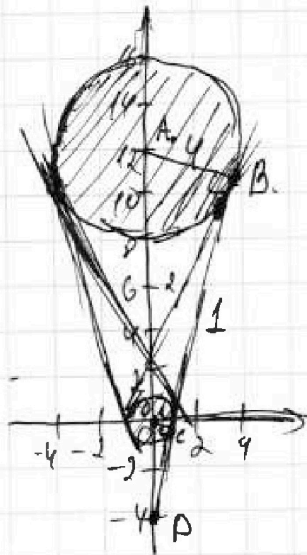
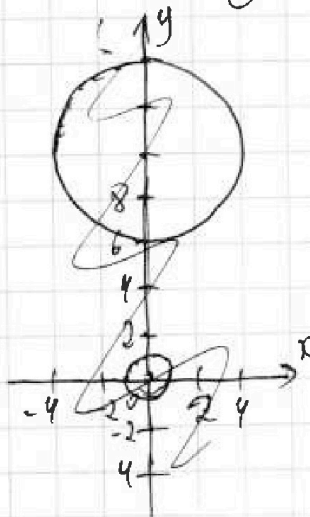


1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порядк QR-кода непустым!

Заметим, что $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 12) - 16 \leq 0$ только если один из множителей ≥ 0 , а второй ≤ 0 .



П.к. оба графика
обойх множителей - круги
- окружности, то множе-
ство всех решений
этого неравенства
все точки внутри каж-
дого круга (т.к. круги не пересе-

каются, ^{точка} внутри круга делает значение одно из множи-
телей положительным, а второго - отрицательным.

П.к. $ax + y - 8b = 0$ - прямая, то система имеет
всего два решения, то эта прямая касательная к ^{одной}
окружности (имеет ^{одну} точку касания) либо не ^{имеет} точек с
кругами, либо касается одной окружности (1 решение), либо
пересекает хотя бы одну окружность (бесконечное кол-во
решений). По условию нужно найти a всех прямых,
касательных ^{одной} окружности. Возьмем $A(4, 4)$
уже только одна П.к. $AB = 4$, $AO = 4\sqrt{2}$ Тогда $a = 4, -4$



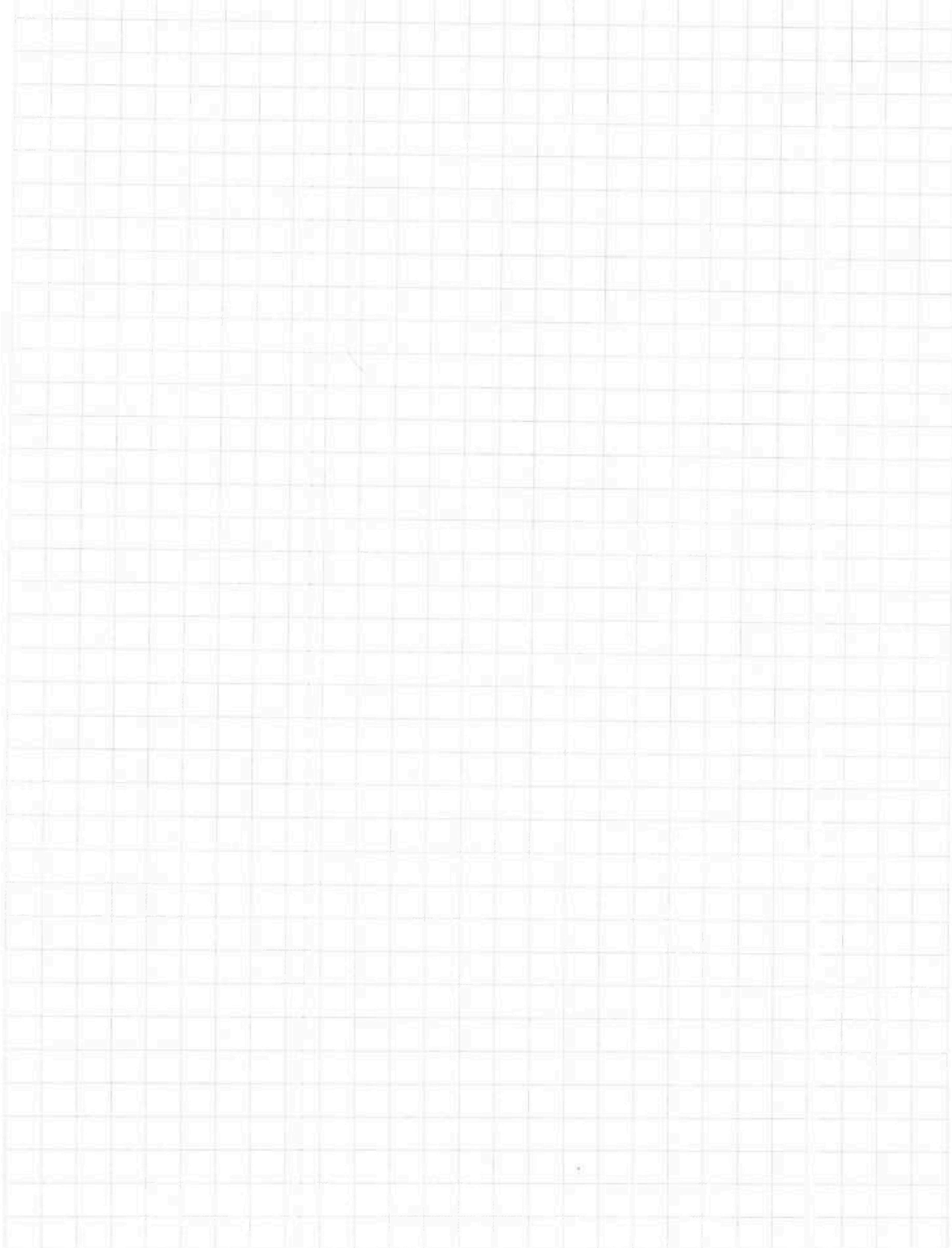
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4(120^2 + 221^2) = 4(120^2 - 2 \cdot 120 \cdot 221 + 221^2) + 8 \cdot 120 \cdot 221 = 4(221 - 120)^2 +$$

$$\begin{array}{r} \times 221 \\ 120 \\ \hline 442 \\ 2210 \\ \hline 26520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 221 \\ 12 \\ \hline 221 \\ 2412 \\ \hline 26520 \\ + 53040 \\ 10201 \\ \hline 63241 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 251 \\ 251 \\ \hline 1255 \\ 502 \\ \hline 63001 \end{array}$$

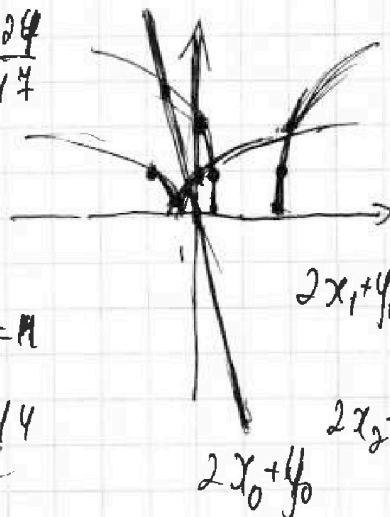
$$8 \cdot 26520 \sqrt{14^2} \sqrt{14}$$

$$D = 4 \cdot (2514 \cdot 240) + 588$$

$$a^2 = \frac{252514240 - 588}{281}$$

BA AB = 24a = 24 \cdot \frac{24}{14}

10 \cdot 14 \cdot 14 + 13 \cdot 13 \cdot 9



$$(x+1) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{x^2 + x + 1}{x} = 0$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$D = 9 - 12 = -3$$

$$D = 36 - 24 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$2x_1 + y_1 = 2$$

$$2x_2 + y_2 = 24x = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$$

$$2x_2 + y_2 = (2x_1 + y_1) = 14$$

$$2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 14$$

$$3 \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 6 - 2\sqrt{3}$$

$$+ 2 = 8 + 1 + 2\sqrt{3} -$$

$$2a + b = 14 = 2x_1 + y_1$$

$$y_1 = -2x_1 + 2a + b - 14$$

$$0 = 1 \cdot 16 + b$$

$$26 = a \cdot 3 + b$$

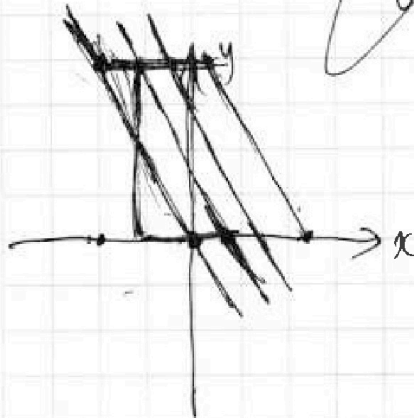
$$26 = -13a \Rightarrow a = -2$$

$$y = -2a^2 + 82$$

$$0 \leq y \leq 16$$

$$-2x \leq y \leq -2x + 32$$

$$0 \leq y + 2x \leq 32 \quad 0 \leq y \leq 16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$(x^2 + y^2 - 1) / (x^2 + y^2 - 24y + 144) = 1/3$

$36 - 12 = 24$
 $x = \frac{6 \pm \sqrt{24}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$

$\alpha = -4, -4$
 $-ax = y + 4$
 $-a = \frac{y+4}{x}$
 $c = y_0 + ax_0 \quad -a = 4$
 $\alpha x + y = -4$
 $\alpha x + y = c$
 $\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $\frac{4 - 12}{5 - 4} = \frac{y_2 + 4}{x_2}$
 $y_1 = ctg \alpha \cdot |x_1| \quad y_2 = ctg \alpha \cdot |x_2|$
 $\frac{4 - 12}{5 \cdot 4} = \frac{12}{5} - \frac{12}{5}$

$ax + y = b$
 $-13a + 26 = b \Rightarrow -13a + 26 = 0$
 $a = 2$
 $0 = b$
 $-2a + y = 0$
 $2x + y = 9b$
 $2x + y = 32$

$0 \leq 2x + y \leq 32$
 $0 \leq y \leq 26$

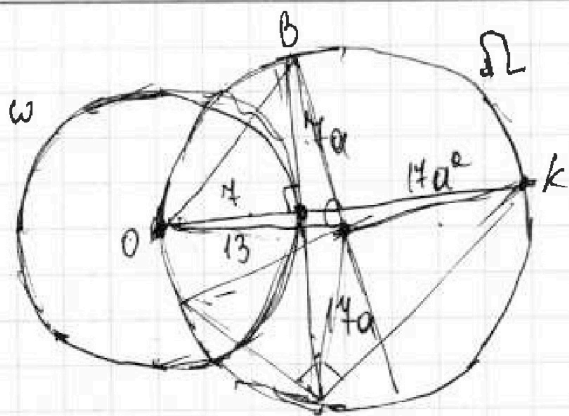
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$ab = 14$$

$$a - b = 11$$

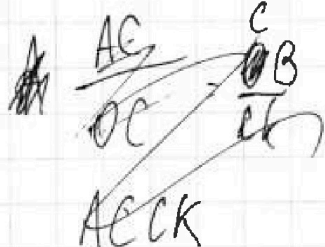
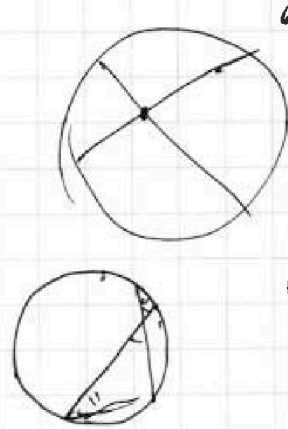
$$b = 0, a = 11, c = 18$$

$$a + b \geq 15 \Rightarrow a = 11,$$

$$a - b = 6 \Rightarrow b = 5,$$

$$c = 12.$$

$$240 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$$



$$\frac{OC}{CA} = \frac{BC}{CK}$$

$$OC \cdot CK = AC \cdot BC.$$

$$14 \cdot 4a^2 = 4 \cdot CK \Rightarrow CK = 14a^2$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 14 \\ \hline 91 \\ 13 \\ \hline 221 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 221 \\ 221 \\ \hline 442 \\ 442 \\ \hline 48841 \end{array}$$

$$13^2 = \sqrt{14^2 a^2 + 14^2 a^4 + 4^2 + 4^2 a^2}$$

$$14^2 x^2 + (14^2 + 4^2)x + 4^2 - 13^2 = 0. \quad D = 14^4 + 2 \cdot 14^2 \cdot 4^2 + 4^4 - 4 \cdot 14^2 \cdot 4^2$$

$$+ 13^2 \cdot 14^2 \cdot 4 = (4^2 - 14^2)^2 + 4 \cdot 13^2 \cdot 14^2 = 240^2 + 2^2 \cdot 13^2 \cdot 14^2 = 47100$$

$$a^2 = \frac{14^2 - 4^2 \pm \sqrt{D}}{14^2}$$

$$2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1)$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 12 \\ \hline 14400 \\ + 48841 \\ \hline 63241 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 321 \\ 321 \\ \hline 321 \\ 642 \\ 963 \\ \hline 103041 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 54600 \\ + 48841 \\ \hline 106441 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 331 \\ 331 \\ \hline 331 \\ 662 \\ 993 \\ \hline 109861 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 48 \\ 48 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 144 \\ 48 \\ \hline 192 \\ 48 \\ \hline 240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 28 \\ 28 \\ \hline 56 \\ 56 \\ \hline 112 \\ 56 \\ \hline 168 \\ 56 \\ \hline 224 \\ 56 \\ \hline 280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 48 \\ 48 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 144 \\ 48 \\ \hline 192 \\ 48 \\ \hline 240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 331 \\ 331 \\ \hline 331 \\ 662 \\ 993 \\ \hline 109861 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 329 \\ 329 \\ \hline 329 \\ 658 \\ 987 \\ \hline 108241 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 251 \\ 251 \\ \hline 251 \\ + 1255 \\ \hline 1506 \\ \hline 1506 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 329 \\ 329 \\ \hline 329 \\ 658 \\ 987 \\ \hline 108241 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x^2 + 9x + 1 + 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 + 3x - 1 = -9x + 1$$

$$1 - 9x = (1 - 9x) \left(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \right)$$

$$(1 - 9x) \left(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} - 1 \right) = 0$$

$$\begin{cases} 1 - 9x = 0 \\ \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \end{cases} \quad x = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1 - 18 + 54}{24} =$$

$$= \frac{37}{24}$$

$$\frac{1 + 9 + 24}{24} = \frac{34}{24}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0 \quad D = 36 - 24 = 12$$

$$3t^2 + 6t + 3 - 6t - 6 + 2 = 3t^2 - 1$$

$$3t^2 - 6t + 3 - 6t + 6 + 2 = 3t^2 - 12t + 11$$

$$3t^2 + 6t + 3 + 3t + 3 + 1 = 3t^2 + 9t + 7$$

$$3t^2 - 6t + 3 + 3t - 3 + 1 = 3t^2 - 3t + 1$$

$$3(t^2 + 3t + 3) = 3(t^2 - 3t + 1)$$

$$ab: p, p;$$

$$a: p, p;$$

$$m: p, p;$$

$$ab: p, p;$$

$$a: p, p;$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab} =$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab}$$

$$a+b: m$$

$$(a+b)^2 - 9ab: m$$

$$9ab: m$$

$$\frac{(a+b)^2 - 9ab}{(a+b)^2 - 9ab} = 1 \Rightarrow 1 + \frac{9ab}{(a+b)^2 - 9ab}$$

$$\frac{5+4}{25+16-4 \cdot 2}$$

$$a+b: p, p; \quad (a, b) = 1$$

$$\frac{1+8}{1+64-4 \cdot 8} = \frac{9}{65-32} = \frac{9}{33} = \frac{3}{11}$$