



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab: 2^{14} 7^{10}$   $bc: 2^{12} 7^{17}$   $ac: 2^{20} 7^{37}$  обозначим за  $a_2, b_2, c_2$  степени  
вхождения двойки в  $a, b, c$ .

Тогда  $a_2 + b_2 \geq 14$  (т.к.  $ab: 2^{14}$ )

$$b_2 + c_2 \geq 17$$

$$a_2 + c_2 \geq 20$$

Значит  $2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 51$  т.к.  $a_2, b_2, c_2$  натуральные, то

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 26. \text{ Пример: } a_2 = 9, b_2 = 5, c_2 = 12$$

Аналогично  $a_3 + b_3 \geq 10$

$$b_3 + c_3 \geq 17$$

$a_3 + c_3 \geq 37$  - значит  $a_3 + b_3 + c_3 \geq 37$ . Пример:  
 $a_3 = 20, b_3 = 0, c_3 = 17$

Тогда  $(abc)_2 \geq 26$ ,  $(abc)_3 \geq 37 \Rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$

(при выше описанных  $a_2, b_2, \dots, c_3$  это выполняется).

Ответ:  $2^{26} 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

$\frac{a}{b}$  несократима  $\Rightarrow a$  взаимнопроста с  $b$ .

Числитель и знаменатель можно сократить на  $m \Rightarrow$  они  
делятся на  $m$

$$a+b:m \quad a^2-8ab+b^2:m \quad a^2-8ab+b^2 = (a+b)^2 - 8ab.$$

т.к.  $a+b:m$ ,  $(a+b)^2-8ab:m$ , то  $8ab:m$

Итак,  $a+b:m$   $8ab:m$ .

Предположим, что  $ab$  и  $a+b$  имеют какой-то общий  
простой множитель  $= p$ .

$a+b:p$   $ab:p \Rightarrow a:p$  или  $b:p$  (варианты идентичны)

$a:p$ ;  $a+b:p \Rightarrow b:p$ ,  $a:p$  но  $a$  и  $b$  взаимнопросты,  
значит такого не может быть  $\Rightarrow a+b$  и  $ab$  взаимнопро-  
сты.

$\Rightarrow$  Если  $a+b:m$ ,  $8ab:m$ , то  $8:m$  (т.к.  $ab \not\vdots m$ )  $\Rightarrow$

$m \leq 8$ . Пример:  $a=3$   $b=5$   $\frac{5+3}{(5+3)^2-8 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{8}{8^2-15 \cdot 8}$

Как мы видим, числитель и знаменатель  $: 8$ .

Ответ: 8



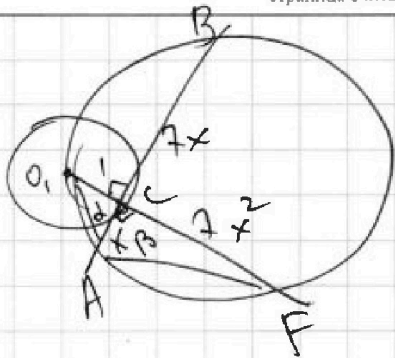
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CF \cdot O_1C = AC \cdot CB$$

$$1 \cdot 7x^2 = x \cdot 7x$$

$$\alpha = \angle O_1AC \quad \sin \alpha = \frac{O_1C}{O_1A} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\beta = \angle CAF \quad \sin \beta = \frac{7x}{\sqrt{49x^2+1}} \quad \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \frac{1}{(1+x^2)\sqrt{49x^2+1}} + \frac{7x^2}{(1+x^2)\sqrt{49x^2+1}}$$

$$= (7x^2+1) \sqrt{\frac{1}{(1+x^2)(49x^2+1)}}$$

$$\angle O_1AF = \alpha + \beta. \quad O_1F = 2R \cdot \sin \angle O_1AF \quad (\text{по т. синусов})$$

$$= 2 \cdot 5 \cdot \sin(\alpha + \beta) = 10(7x^2+1)$$

$$10(7x^2+1) \sqrt{\frac{1}{(1+x^2)(49x^2+1)}} = 10(7x^2+1)$$

$$10 \sqrt{\frac{1}{(1+x^2)(49x^2+1)}} = 1$$

$$\sqrt{(1+x^2)(49x^2+1)} = 10$$

$$(1+x^2)(49x^2+1) = 100$$

$$x = \pm 1; \quad x > 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow AB = 8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Итак,  $2x^2 + 2x + 1 \leq 1$  ;  $1 - 7x \leq 0$

$2x^2 + 2x \leq 0$

$x(x+1) \leq 0$

$-1 \leq x \leq 0$

$1 \leq 7x$

$x \geq \frac{1}{7}$

Как мы видим, условия противоречат друг-другу,  
а значит корней нет.

Ответ:  $x =$  Остается проверить вариант  $x = 3,5$   
по ОДЗ.

$\sqrt{2 \cdot 3,5^2 - 5 \cdot 3,5 + 3} = \sqrt{3,5 \cdot 2 + 3} = \sqrt{10}$

$\sqrt{2 \cdot 3,5^2 + 2 \cdot 3,5 + 1} = \sqrt{3,5 \cdot 2 + 1} = 2$ . Значит  $3,5$  подходит

Ответ:  $x = 3,5$

итог

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Допустим обе части по-  
 $(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) = \text{около}$   
 только 0

Левая часть разность квадратов.

$$2x^2 - 5x + 3 + (2x^2 + 2x + 1) = (2 - 7x) (\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots})$$

$$2x^2 - 2x^2 - 5x - 2x + 3 - 1 = (2 - 7x) (\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots})$$

$$(2 - 7x) = (2 - 7x) (\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots})$$

$$2 - 7x = 0$$

$$x = 3,5$$

$$1 = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\text{ОДЗ: } 2x^2 + 2x + 1 \leq 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1 - 7x = -2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1 - 14x + 49x^2 = 4(2x^2 + 2x + 1)$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 8x^2 + 8x + 4$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

Вершина при  $x = \frac{22}{4 \cdot 41} > 0$ .

$$f(0) = -3 \quad f(-1) = 41 + 22 - 3 > 0$$

Значит отрицательный корень ур-я находится по ОДЗ. (Положительный, очев. нет)

$$x = \frac{22 - \sqrt{22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3}}{2 \cdot 41} = \frac{11 - \sqrt{11^2 + 41 \cdot 3}}{41} = \frac{11 - \sqrt{408}}{41}$$

Итак, имели два корня:  $x = -3,5$      $x = \frac{11 - \sqrt{408}}{41}$

ОДЗ:  
 $\left. \begin{aligned} 2x^2 - 5x + 3 > 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 > 0 \end{aligned} \right\}$   
 $2(x-1)(x-1,5) > 0$   
 $x$ -надоб. (в числителе и знаменателе)

стр 1

$$2x^2 + 2x + 1 \leq 1$$

$$2x^2 + 2x \leq 0$$

$$x^2 + x \leq 0$$

$$x(x+1) \leq 0$$

$$-1 \leq x \leq 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Знаем } \operatorname{tg} d = \frac{2}{2 \cdot \sqrt{\frac{9}{55}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{55}}} = \sqrt{\frac{9}{55}} = a \quad (\operatorname{tg} d = a)$$

$$\text{Знаем } a = \pm \sqrt{\frac{9}{55}} \quad (\text{т.к. ось } y \text{ — ось симметрии относительно } O_x \text{ касательная})$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{9}{55}} ; -\sqrt{\frac{9}{55}}$$

(стр 2)



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Верхнее равенство:  $y = ax + 10b$  - линейная функция

Нижнее:  $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$

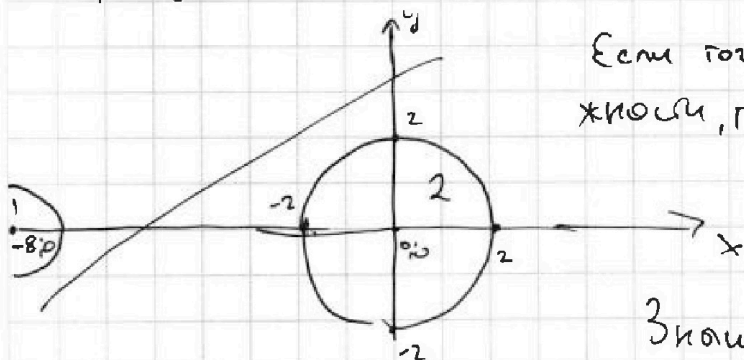
$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$  - уравнение окружности

центр  $-8; 0$   $R=1$

$x^2 + y^2 - 4 = 0$  - уравнение окружности.

центр  $0; 0$   $R=2$

Нарисуем всё:



Если точка лежит внутри той окружности, то  $(x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0$ ,

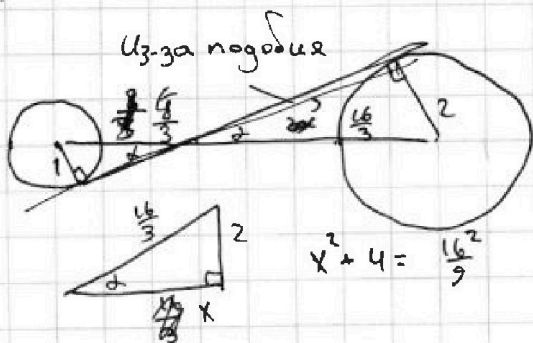
Если внутри второй, то

$$x^2 + y^2 - 4 \leq 0.$$

Значит неравенство выполняется  $\Leftrightarrow$  точка лежит внутри

одной из окружностей (или знак  $\geq 0$ ).

Итак, нам подходят все точки, которые лежат на прямой и находятся внутри какой-то окружности. Если прямая пересекает окружность в 2х точках, то у нас уже бесконечное кол-во решений  $\Rightarrow$  если всего 2 решения, то прямая касается обеих окружностей:



Радиусы  $= 1; 2$ , расстояние между центрами  $= 8 \Rightarrow$  Получаем треугольник со сторонами  $2; \frac{16}{3}$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 1 = \frac{64}{9}$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{64-9}{9} = \frac{55}{9} \Rightarrow$$

$$\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{55}{9}}$$

(стр 1)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$2x^2 + 2x \leq 0$   
 $x^2 + x \leq 0$   
 $x(x+1) \leq 0$   
 ОДЗ:  $x \in (-1; 0]$   
 $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$   
 $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$25 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 4 \cdot 6 = 1 \quad 2 \cdot \frac{1}{4} = 1 + 1 \quad 4 - 4 = 2 \quad (x+1)^2 + x^2$$

$$\frac{5 \pm 1}{4} \quad \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{6}{4} = 1,5 \quad \frac{5 - 1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\sqrt{2(x-1)(x-1,5)} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

1)  $x = 3,5$

$$2(x-1)(x-1,5) - 2\sqrt{2(x-1)(x-1,5)(2x^2+2x+1)} + 2x^2 + 2x + 1 = 4 - 28x + 49x^2$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 - 2x - 1} = (2 - 7x) \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = (2 - 7x) \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$-7x + 1 = -2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 7}}{2 \cdot 41}$$

$$\frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 7}}{2 \cdot 41} = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 1148}}{82}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$a, b, c$

$ab : 2^{14} 7^{10} \quad bc : 2^{17} 7^{17} \quad ac : 2^{20} 7^{37}$

$abc$  - наим.

2)  $a+b \geq 14$   
 $b+c \geq 17$   
 $a+c \geq 20$

$a+2b+c \geq 31$   
 $2b \geq 11$   
 $b \geq 6$

$a=9 \quad b=5 \quad c=12 \quad S=26$

$2a+b+c \geq 34$   
 $2a \geq 14$   
 $a \geq 7$

$a+b \geq 14$

~~$a \geq 7 \quad b \geq 7$~~   
 $b > 14-a$   
 $14-a+c \geq 17$   
 $a+c \geq 20$

$34+17=51$   
 $c-a \geq 3$   
 $a+c \geq 20$   
 $2a \geq 17$   
 $a \geq 9$

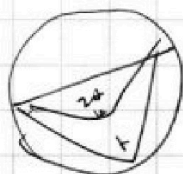
7)  $a+b \geq 10$   
 $b+c \geq 17$   
 $a+c \geq 37$   
 $20 \quad 17$

$2(a+b+c) \geq 14+17+20=51$

$a+b+c \geq 26$

$a+b+c \geq 37$   
 $a=20 \quad c=17$

$S=9$



$\frac{a+b}{a^2 - bab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} : m$

$\frac{m_1 + m_2}{\sin \alpha}$

$a+b : m$

$: m$

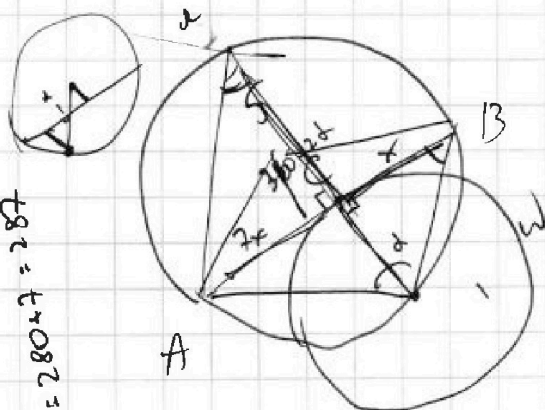
$8ab : m$   
 $: p_1$

$a=3$   
 $b=5$

$\frac{5+3}{5-3 \cdot 5 \cdot 6+3^2}$

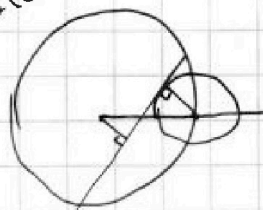
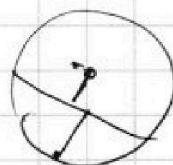
8

$25+9-90$



$15 \cdot 6 = 90$

$AB = 10 \cdot \sin \alpha$



$41 \cdot 7 = 287$   
 $280 + 7 = 287$   
 $\frac{14}{x} \cdot \frac{7}{7}$

$\frac{287}{21} = 13 \frac{14}{21}$   
 $\frac{80}{21} = 3 \frac{17}{21}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$\begin{cases} ax - y + \frac{b}{a} = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

ровно 2 решения

$$b = 10a$$

$$y = ax + \frac{b}{a} \quad y = b = 0$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$((x+8)^2 - 1)(x^2 - 4) \leq 0$$

$$x^2 + y^2 - 4 \leq 0$$

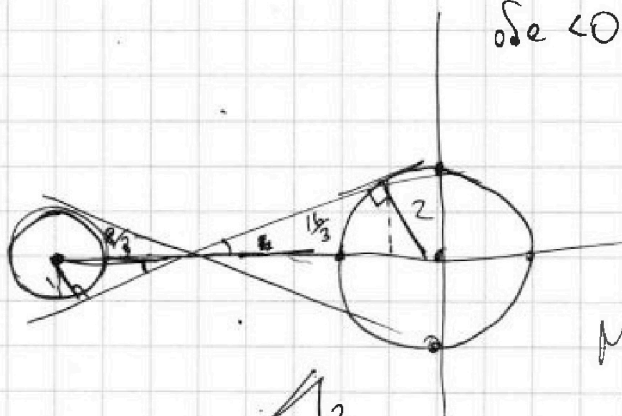
$$x^2 + y^2 \leq 4$$

если  $x, y$  внутри окружности, то  $x^2 + y^2 - 4 \leq 0$

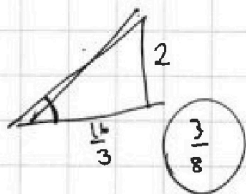
если  $a > 0$   
если  $a < 0$  тогда не выполняется

$$\frac{11 - \sqrt{408}}{41} \geq \frac{1}{7}$$

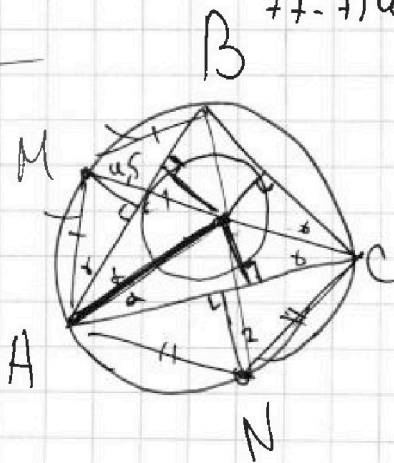
$$77 - 7\sqrt{408} \geq 41$$



-7 0



$$x \geq \frac{1}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

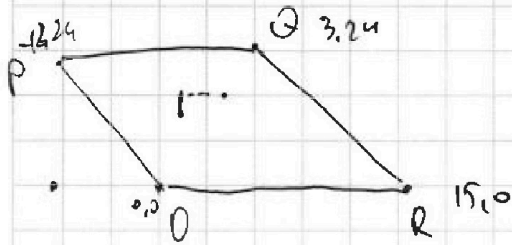
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



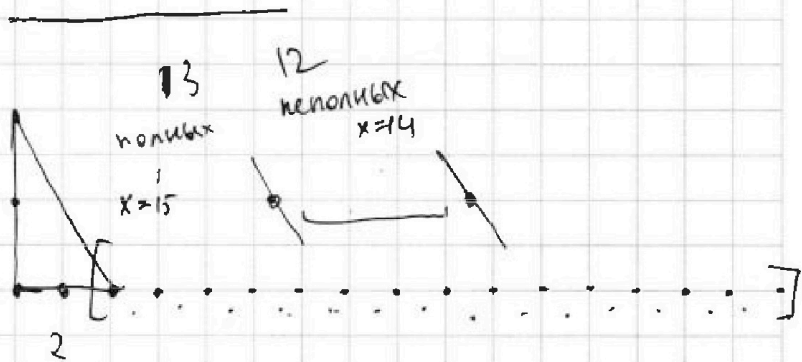
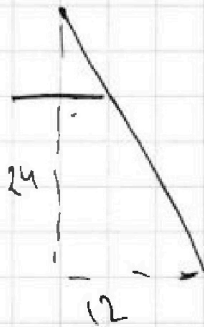
Черновик



$$0 \leq y \leq 24$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$0 \Rightarrow \Delta x = 6$$



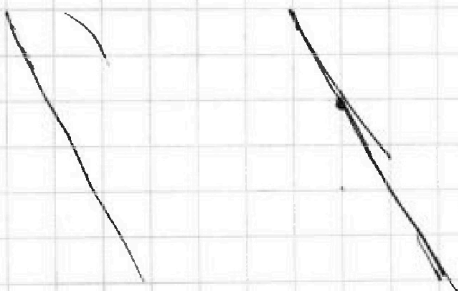
$$\Delta y = 0 \quad \Delta x = 6 \quad \begin{matrix} \text{H: } 9 \cdot 12 \\ \text{П: } 10 \cdot 13 \end{matrix}$$

$$\Delta y = 2 \quad \Delta x = 5$$

$$\Delta y \text{ от } -24 \text{ до } +24$$

A

B





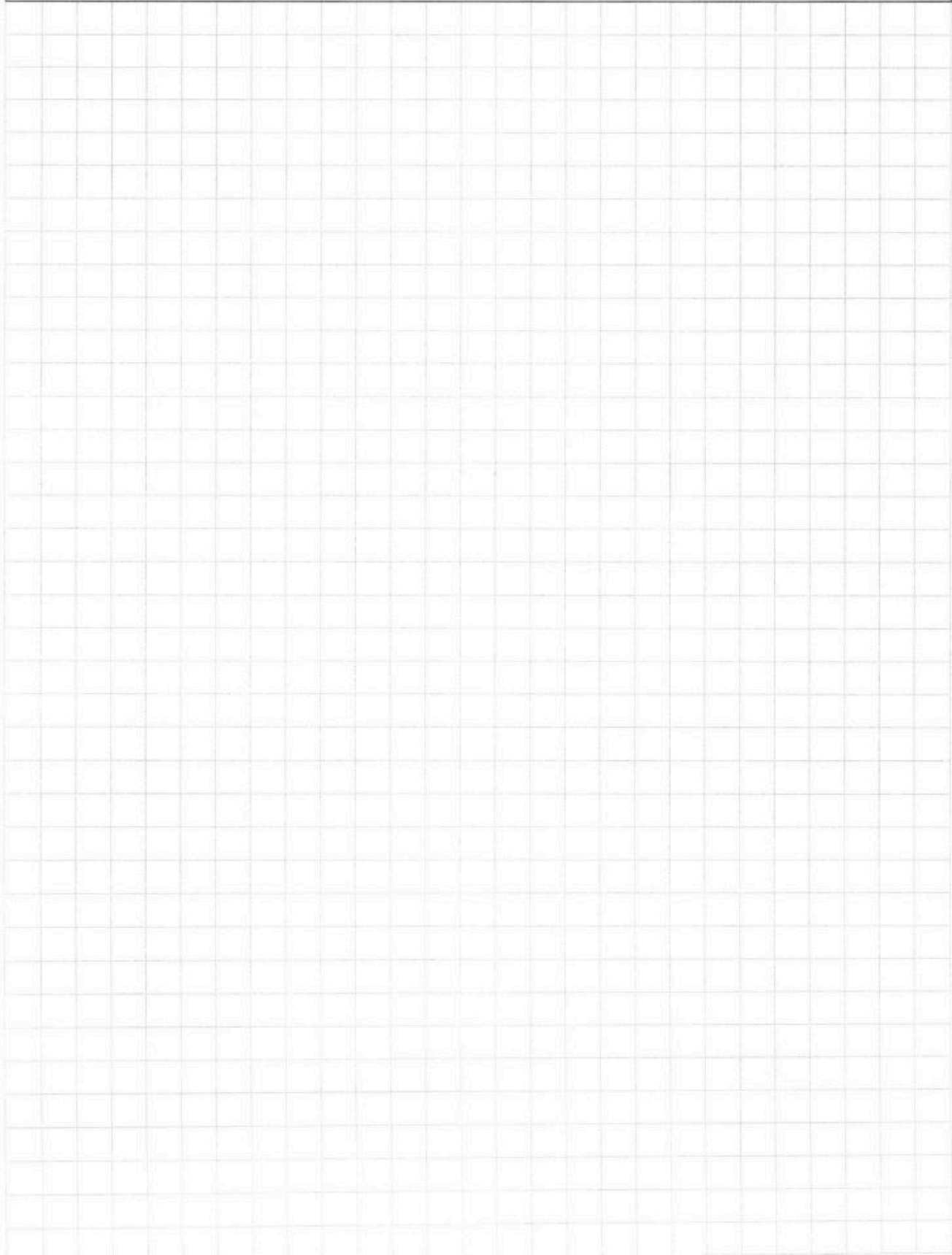
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

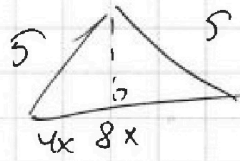
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

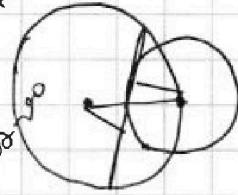
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик



$$h^2 = 25 - 16x^2$$



$$90^\circ - \alpha - \beta = \alpha$$

$$x = \frac{b}{3}$$

$$\Gamma = b$$

$$25b = (bx + 3x)(4x(1+b) + 3bx)$$

$$25b = x(1+3b)x(4+7b)$$

$$25b = x^2(1+3b)(4+7b)$$

$$AB \cdot BO = x^2$$

$$AB^2 = 49x^2 + 49x^2$$

$$BO^2 = 49x^2 + 1$$

$$10 \cdot 8x^2$$

$$x^2 + x^2$$

$$a = \frac{5\sqrt{25-16x^2}}{1+\sqrt{25-16x^2}}$$

$$a = \frac{3x}{1+\sqrt{25-16x^2}}$$

$$\frac{5}{1+\sqrt{25-16x^2}}$$

$$\frac{5\sqrt{25-16x^2}}{1+\sqrt{25-16x^2}}$$

$$\frac{5}{1+\sqrt{25-16x^2}}$$

$$= \left( \frac{4x+3x}{1+\sqrt{25-16x^2}} \right) \left( \frac{4x+3x\sqrt{25-16x^2}}{1+\sqrt{25-16x^2}} \right)$$

$$25\sqrt{25-16x^2} = (x(1+\Gamma) + 3x)(4x(1+\Gamma) + 3x\Gamma)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

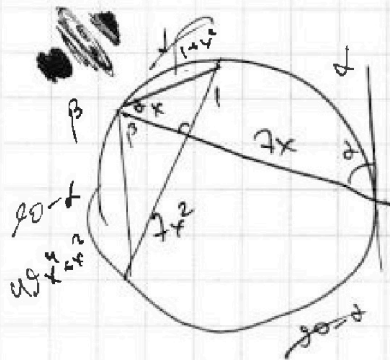
1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик



$$10 \cdot \sin \alpha = \sqrt{49x^2 + 1}$$

$$10 \cdot \cos \alpha = \sqrt{49x^4 + x^2}$$

$$10 \cdot \sin \alpha \cdot x = 10 \cdot \cos \alpha$$

$$x = \cot \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{x^2}{1+x^2}$$

$$\cos^2 \beta = \frac{1}{49x^2 + 1}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{x}$$

$$\tan \beta = 7x$$

$$\sin \beta = \frac{7x}{\sqrt{49x^2 + 1}}$$

$$\sin \beta = \frac{7x}{\sqrt{49x^2 + 1}}$$

$$\sin^2 \beta = \frac{49x^2}{49x^2 + 1}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{(1+x^2)\sqrt{49x^2 + 1}} + \frac{7x^2}{(1+x^2)\sqrt{49x^2 + 1}}$$

$$10 \sin \alpha = \sqrt{1+7x^2} = \sqrt{1+7x^2}$$

$$10 \sqrt{1+7x^2} = \sqrt{1+7x^2}$$

$$100 \frac{1}{(1+x^2)(49x^2 + 1)} = 100$$

$$(1+x^2)(49x^2 + 1) = 100$$

$$x = 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

