МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть: $x \in N;\ y \in N;\ z \in N;\ k \in N$

такие, что:

$$ab = 2^{14}\cdot 7^{10}\cdot x$$
$$bc = 2^{17}\cdot 7^{17}\cdot y \Rightarrow a^2b^2c^2 = 2^{20+17+14}\cdot 7^{10+17+37}\, xyz =$$
$$ac = 2^{20}\cdot 7^{37}\cdot y \qquad = 2\cdot (2^{25})^2\cdot (7^{32})^2\, xyz$$

$$abc = \sqrt{2xyz}\cdot 2^{25}\cdot 7^{32}$$

но $ac \vdots 7^{37}$ и abc − целое $\Rightarrow \begin{cases} xyz \vdots 2 \\ xyz \vdots (7^5)^2 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow xyz = 2\cdot 7^{10} k$$

$$abc = 2^{26}\cdot 7^{37} k \to abc \geq 2^{26}\cdot 7^{37} \quad (\text{т.к. } k \geq 1)$$

Пример

$$a = 2^9\cdot 7^{20}$$

$$b = 2^6$$

$$c = 2^{11}\cdot 7^{17}$$

Проверка:

$$ab = 2^{15}\cdot 7^{20} \vdots 2^{14}\cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{17}\cdot 7^{17} \vdots 2^{17}\cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{20}\cdot 7^{37} \vdots 2^{20}\cdot 7^{37}$$

$$abc = 2^{9+6+11}\cdot 7^{20+17} = 2^{26}\cdot 7^{37}$$

Ответ: $2^{26}\cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 $x \in \mathbb{Z}$; $y \in \mathbb{Z}$ ~~$x \in \mathbb{N}$, $y \in \mathbb{N}$~~

Обозначим за $(x;y)$ – наибольший общий делитель чисел x, y, больший нуля

Если $\frac{a}{b}$ – несократима $\Rightarrow (a;b)=1$
иначе можно сократить дробь на $(a;b)$

Получаем, что, ~~если~~ $\frac{a+b}{a^2+b^2-6ab}$ можно сократить на m

~~$\Leftrightarrow (a;b) \vdots m$ т.е. $m \le (a;b)$ и при~~

$\Leftrightarrow (a+b;(a+b)^2-8ab) \vdots m$, т.е. $m \le (a+b;(a+b)^2-8ab)$

По Алгоритму Евклида: $(a+b;(a+b)^2-8ab)=(a+b;8ab)$

~~Пусть $8ab < a+b$~~

~~Очевидно, что $4\sqrt{ab} \ge 1$ (т.к. $a \ge 1$; $b \ge 1$) $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow 8ab \ge 2\sqrt{ab} \ge \frac{4ab}{a+b}$~~

Посмотрим при каких условиях $8ab \ge a+b$:

~~$8ab \ge a+b \ge 2\sqrt{ab}$~~

~~из в Коши о средних~~

~~$4ab$~~ ~~$8ab$~~

Очевидно, что $(4a-1)(2b-1) > 0$ т.к. $a \ge 1$, $b \ge 1$

Значит $8ab > 2b + 4a - 1 = a+b+\underbrace{(b+3a-1)}_{>0} > a+b$

Получаем, что $8ab > a+b$ всегда

$ab \equiv_a 0$; $a+b \equiv_a b \not\equiv_a 0$ аналогично $\equiv_b$

т.к. $(a;b)=1 \Rightarrow (ab;a+b)=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \max((a+b;8ab)) = \max((a+b;8)) = 8$

т.к. $(x;y) \le \max(x,y)$; т.е. $\max(m)=8$

Пример $\begin{cases} a=1 \\ b=15 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{1}{15}$ – несокр

$\frac{a+b}{a^2+b^2-6ab} = \frac{1+15}{1+15^2-6\cdot15\cdot1} = \frac{16}{136} = \frac{8\cdot2}{8\cdot17} = \frac{2}{17}$ несокр; $m=8$

Ответ: $m=8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

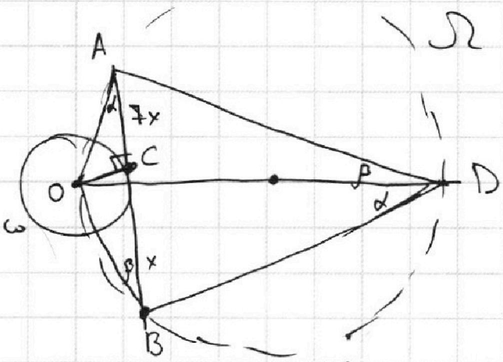
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3

$f(y)=\sin y>0$ тк $0<y<\pi$



Дано: O - центр окр ω
$O\in$ окр Ω; AB - хорда Ω
AB кас $\omega = C$
$AC : CB = 7$; $r=1$, $R=5$
радиусы ω и Ω соотв
Н-ти: AB - ?

Пусть $\angle OAB=\alpha$
$\angle OBA=\beta$
Пусть $AC=7x$; $CB=x$

Проведем в Ω диаметр, содерж т O; Пусть он вторично пересекает Ω в точке D

тк впис углы опир на одну дугу равн:

Тогда: $\angle ADO=\angle ABO=\beta$; $\angle BDO=\angle BAO=\alpha$

Рассм т C:

$OC\perp AB$ в т C тк ~~кас~~ точка касания

в $\triangle AOC$: $tg\alpha=\frac{1}{7x}$; в $\triangle BOC$: $tg\beta=\frac{1}{x}$ (тк $OC=r=1$)

По теореме синусов:

$\frac{AB}{\sin(\alpha+\beta)}=2R=10$; $8x=10(\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha)$

$tg\alpha=\frac{1}{7x}\Rightarrow\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}=\frac{1}{7x}\Rightarrow\frac{1}{\cos^2\alpha}-1=\frac{1}{49x^2}$; $\cos^2\alpha=\frac{49x^2}{49x^2+1}$

$\cos\alpha=\frac{7x}{\sqrt{49x^2+1}}$; $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}$

Аналогично: $\cos\beta=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$; $\sin\beta=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

$$4x=\frac{5}{\sqrt{1+x^2}\sqrt{49x^2+1}}(x+7x)\quad |:4x\neq0$$

$$1=\frac{5\cdot2}{\sqrt{1+x^2}\sqrt{49x^2+1}}\Leftrightarrow(1+x^2)(49x^2+1)=100$$

$$1+49x^4+50x^2=100$$

$$49x^4+50x^2-99=0$$

По теореме Виета: $\left[\begin{array}{l}x^2=1 \text{ - подх}\\ x^2=-\frac{99}{49} \text{ - неподх тк } x^2\geq0\end{array}\right.$ $\Rightarrow x=1$ тк $x\geq0$

$AB=8x=8\cdot1=8$

Ответ: $AB=8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x$$

$$\frac{\left(\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}\right)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}=2-7x$$

Область решений не изменилась тк ~~тогда~~ иначе: $\underbrace{\sqrt{2x^2-5x+3}}_{\geq 0}+\underbrace{\sqrt{2x^2+2x+1}}_{\geq 0}=0$

$$\begin{cases} 2x^2-5x+3=0 \\ 2x^2+2x+1=0 \end{cases} \Rightarrow 7x-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{7}$$

но $2\cdot\frac{2^2}{7^2}+\frac{2\cdot 2}{7}+1>0$ неверно

Значит переход равносилен

$$\frac{2x^2-5x+3-(2x^2+2x+1)}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}=2-7x$$

$$\frac{2-7x}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}=2-7x$$

$$(2-7x)\left(\frac{1-\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)}{\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}}\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{ll} (1) & 2-7x=0 \\ (2) & \sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1 \end{array}\right.$$

(1) $x=\frac{2}{7}$; $0<\frac{2}{7}<1 \Rightarrow$ подх

(2) возведем в квадрат

$$2x^2-5x+3=1-2\sqrt{2x^2+2x+1}+2x^2+2x+1$$

$$2\sqrt{2x^2+2x+1}=-1+7x \Rightarrow 7x-1\geq 0;\quad x\geq\frac{1}{7}$$

возведем в квадрат: $4(2x^2+2x+1)=49x^2-14x+1$

$$41x^2-22x-3=0$$

$$\frac{1}{4}D=11^2+41\cdot 3=121+123=244=4(11+50)=4\cdot 61$$

$x_{1,2}=\frac{11\pm 2\sqrt{61}}{41}$; $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}\ \overset{?}{<}\ \frac{1}{7}$; $77-14\sqrt{61}\ \overset{?}{<}\ 41$

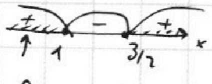
$36\ \overset{?}{<}\ 14\sqrt{61}$; $18\ \overset{?}{<}\ 7\sqrt{61}$

$\frac{11+2\sqrt{61}}{41}>\frac{1}{7}$, верно

значит неподх $\sqrt{18^2}\ \overset{?}{<}\ \sqrt{49\cdot 61}$

$2x^2-5x+3\geq 0$

$(2x-3)(x-1)\geq 0$



$\frac{11+2\sqrt{61}}{41}<\frac{11+2\sqrt{64}}{41}=\frac{11+16}{41}=\frac{27}{41}<1 \Rightarrow$ подх

~~$\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$~~ $2x^2+x+1\geq 0$ точно при $x\geq 0 \Rightarrow$ подх

Ответ: $x=\frac{2}{7}$ или $x=\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$

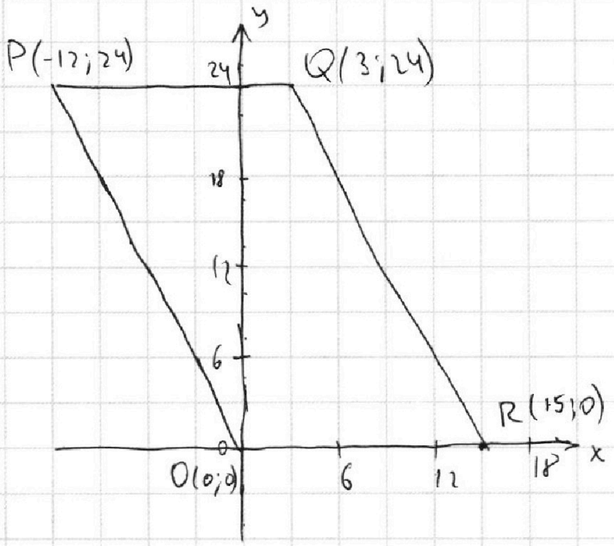
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5



Найдем ур-ие прямой QR:

$$\frac{x-3}{15-3} = \frac{y-24}{0-24}$$

$$\frac{x-3}{12} = \frac{24-y}{24} \quad |\cdot 24$$

$$2x-6 = 24-y$$

$$2x+y = 30$$

$PQ: y = 24$

$PO: y+2x = 0$

$OR: y = 0$

Получаем для точек внутри

$$\begin{cases} 0 \le y+2x \le 30 \\ 0 \le y \le 24 \\ (2x_2+y_2)-(2x_1+y_1) = 12 \leftarrow \text{"разность" двух прямых вида } 2x+y=C \end{cases}$$

где сдвиг м/у ними = 12

Пусть $2x_1+y_1 = C \ge 0$ $\Rightarrow$ $0 \le C \le 18$

$2x_2+y_2 = C+12 \le 30$

при этом, тк $\left.\begin{matrix} x_1 \in \mathbb{Z} \\ y_1 \in \mathbb{Z} \\ x_2 \in \mathbb{Z} \\ y_2 \in \mathbb{Z} \end{matrix}\right| \Rightarrow C \in \mathbb{Z}$

и кол-во пар $(x_1;y_1)$ и $(x_2;y_2)$ равно:

~~кол-во =~~ $\cancel{\sum_{C=0}^{18}}$ при $C \vdots 2$: $|x_{\cap Ox} - x_{\cap y=24}| + 1$; $x_{\cap Ox} = \frac{C}{2}$

$C \not\vdots 2$: $|x_{\cap Ox} - x_{\cap y=24}| = 12$; $x_{\cap y=24} = \frac{C}{2} - 12$

кол-во $= \cancel{\sum_{C=0}^{18}} \left(\left|\frac{C}{2} - \frac{C}{2} + 12\right| + 1\right)^2 = \sum_{C=0}^{18}$ $\quad 0, 2, \ldots 18$

в квадрате тк для любой точки прямой $2x+y=C$ можно выбрать любую точку прямой $C+12 = 2x+y$ той же четности

от 0 до 18 9 нечет и 10 чет чисел

кол-во $= 9 \cdot 12^2 + 10 \cdot 13^2 = 2986$

Ответ: 2986

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6 2 реш:

$$\begin{cases} (1)\ y = ax + 10b \\ (2)\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$ знаки скобок отличаются с точностью до совпадения при равенстве 0

~~(2)~~

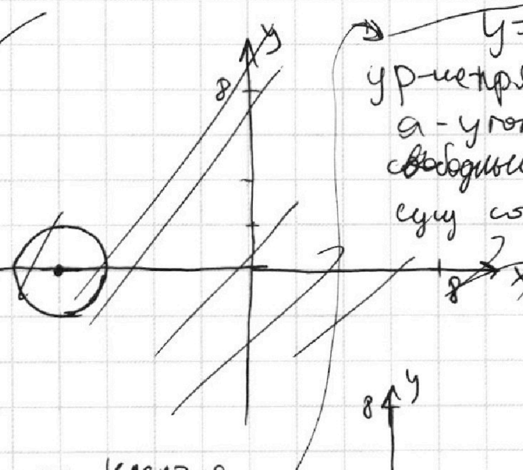
Рассмотрим ~~второе~~ 2 н-во и нарисуем его на координатной плоскости

равносильно:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x+8)^2+y^2 \le 1 \\ (x^2+y^2) \ge 4 \end{cases} \\ \begin{cases} (x+8)^2+y^2 \ge 1 \\ x^2+y^2 \le 4 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{круг } (O(-8;0); R=1) \\ \text{круг } (O(0;0); R=2) \end{array}\right.$$

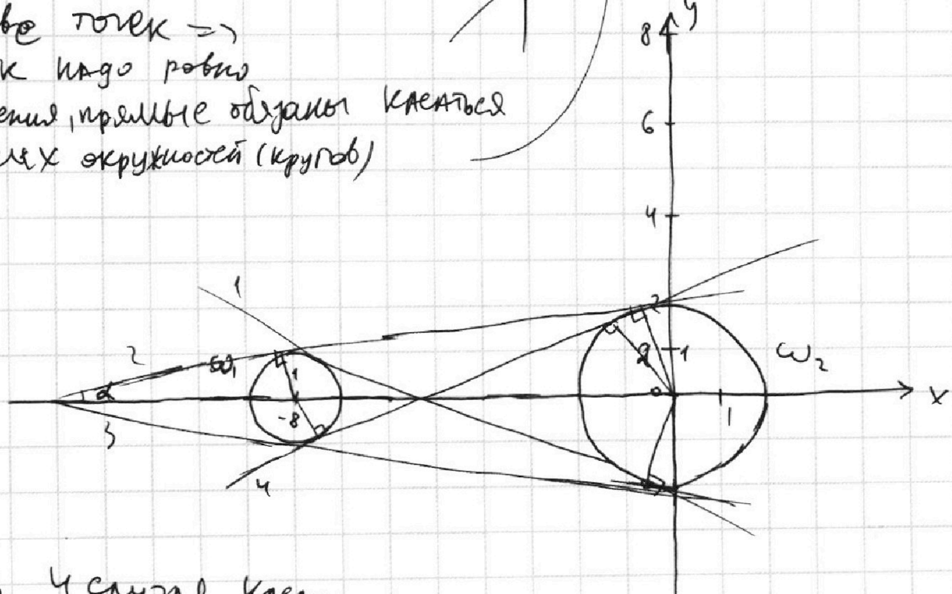
объединение \\\ и ///

объединение \\\ и ///



$y = ax + b\cdot 10$ — ур-е прямой, у которой a — угол наклона $10b$ — свободный член; $10b$ сущ согласно условию $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow y = ax + b\cdot 10$ кас обеих окр

Заметим, что если прямая не касается ~~[зачёркнуто]~~ окружности (круга), то она пересекает круг в ~~[зачёркнуто]~~ беск кол-во точек $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ тк надо ровно 2 решения, прямые обязаны касаться обеих окружностей (кругов)



Есть 4 случая касания 2х окружностей (2 внешние и 2 внутр)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

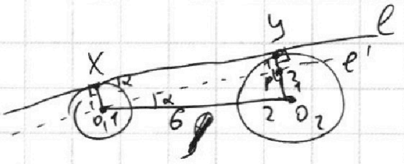
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

~~$a = \sqrt{tg\alpha}$~~
~~$a = \sqrt{-tg\alpha}$~~

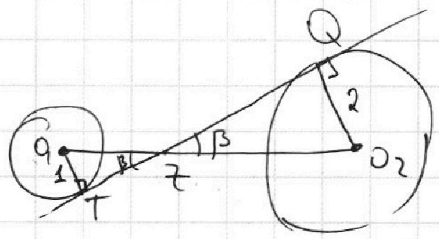
Тк окр симметричны отн Ox =>
=> можно рассмотреть только 1 внешнюю и 1 внутреннюю касательную, остальные два ответа — два полученных с противоположным знаком, тк в этом случае Ox — биссектриса углов образованных внешними или внутренними касательными



Расстояние м/у центрами: 8

$l' \parallel l$, $PO_2 = 2-1 = 1 = O_2Y - O_1X$

$tg\alpha = \frac{PO_2}{PO_1} = \frac{1}{\sqrt{6^2-1}} = \frac{1}{\sqrt{35}}$



$O_2O_1 = 8$

$\triangle O_1TZ \sim \triangle O_2QZ$ тк $\angle O_1ZT = \angle QZO_2$ — вертикальные
$90° = \angle O_2QZ = \angle O_1TZ$) =>

=> $\frac{O_2Z}{ZO_1} = \frac{QO_2}{TO_1} = \frac{2}{1} = 2$ => $ZO_1 = \frac{1}{3}O_2O_1 = \frac{8}{3}$

$2ZO_1 + ZO_1 = 3ZO_1 = 8$

$tg\beta = \frac{O_1T}{TZ} = \frac{1}{\sqrt{O_1Z^2 - TZ^2}} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{8}{3})^2 - 1}} = \frac{3}{\sqrt{64-9}} = \frac{3}{\sqrt{55}}$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} a = \pm\frac{3}{\sqrt{55}} \\ a = \pm\frac{1}{\sqrt{35}} \end{array}\right.$

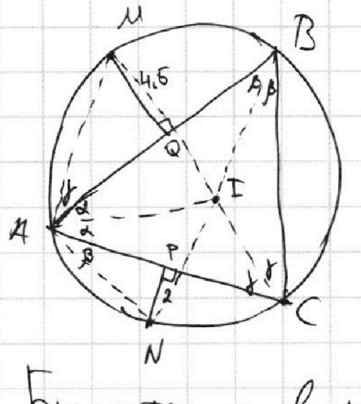
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№7



Дано: окр опис ΔABC
M, N - сер дуг AB и AC соотв
I - центр впис окр
$\rho(N, AC) = 2$; $\rho(M, AB) = 4{,}5$
Н-ти: AI

Р-ие:

Биссектрисы в Δ $\cap$ в 1 точке, в точке I; (теорема о бисс. в Δ)
биссектрисы проходят через середины соотв дуг, т.е
$M \in CI$; $N \in BI$

Пусть $\angle A = 2\alpha$; $\angle B = 2\beta$; $\angle C = 2\gamma$, тогда $\alpha+\beta+\gamma = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$ (Σ углов в Δ)
$\beta = \angle CBN = \frac{1}{2} \smile CN = \angle CAN$; $\angle MAB = \frac{1}{2} \smile BM = \angle MCB = \gamma$

в ΔANP: $AN = \frac{PN}{\sin\beta} = \frac{2}{\sin\beta}$; в ΔAMQ: $AM = \frac{MQ}{\sin\gamma} = \frac{4{,}5}{\sin\gamma}$
$\angle ANI = \angle ANB = \angle ACB = 2\gamma$
$\angle AMI = \angle AMC = \angle ABC = 2\beta$

По лемме о трезубце: $\begin{cases} MI = MA = \frac{4{,}5}{\sin\gamma} \\ NI = NA = \frac{2}{\sin\beta} \end{cases}$

По теореме косинусов:
ΔAMI: $AI^2 = AM^2 + MI^2 - 2AM \cdot MI \cdot \cos 2\beta = 2AM^2(1-\cos 2\beta) = 4AM^2\sin^2\beta$
ΔANI: $AI^2 = AN^2 + NI^2 - 2AN \cdot NI \cos 2\gamma = 2AN^2(1-\cos 2\gamma) = 4AN^2 \sin^2\gamma$

тогда: $\begin{cases} AI = 2AM\sin\beta \\ AI = 2AN\sin\gamma \end{cases}$ тк $\sin x$ при $x \in [0;\pi]$: $\sin x > 0$

(1) $AI = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \cdot 9$

(2) $AI = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} \cdot 4$

$$AI = \sqrt{AI^2} = \sqrt{9 \cdot \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \cdot 4 \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}} = \sqrt{9 \cdot 4} = 6.$$

Ответ: $AI = 6$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$5+4+6=15$ 5

~~1~~
2
~~3~~
~~4~~
5
6
~~7~~

2. $\left(\cancel{\frac{11+2\sqrt{61}}{41}}\right)^2$

$2x^2-5x+3\geqslant 0$

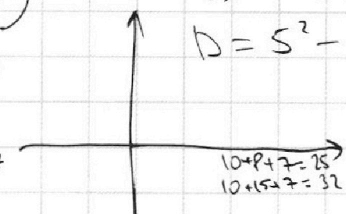
$D=5^2-4\cdot 2\cdot 3=1$

$x=\frac{5\pm 1}{2\cdot 2}=\left[\begin{array}{l}\frac{3}{2}\\ 1\end{array}\right.$

$ab\geqslant 2^{14}\cdot 7^{10}$

$bc\geqslant 2^{17}\, 7^{17}$

$ac\geqslant 2^{20}\, 7^{37}$



$10+8+7=25$
$10+15+7=32$

$(2x-3)(x-1)\geqslant 0$

$\Rightarrow a^2b^2c^2\geqslant 2^{20+16+14+1}\cdot 7^{10+10+30+7\cdot 2}$ y 2

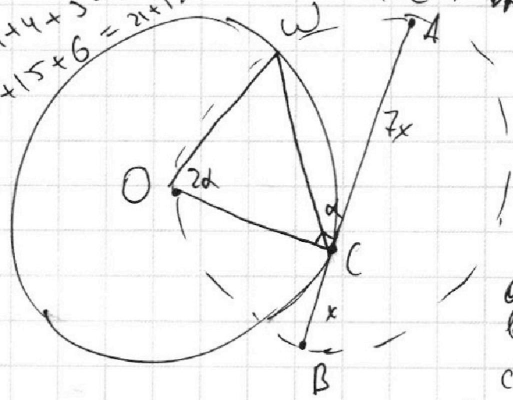
$\left\{\begin{array}{l}x\leq 1\\ x\geqslant\frac{3}{2}\end{array}\right.$

$8x AB=2R\sin(\alpha+\beta)+6=$

$4+4+4+5+5+5+3=21+12=33$

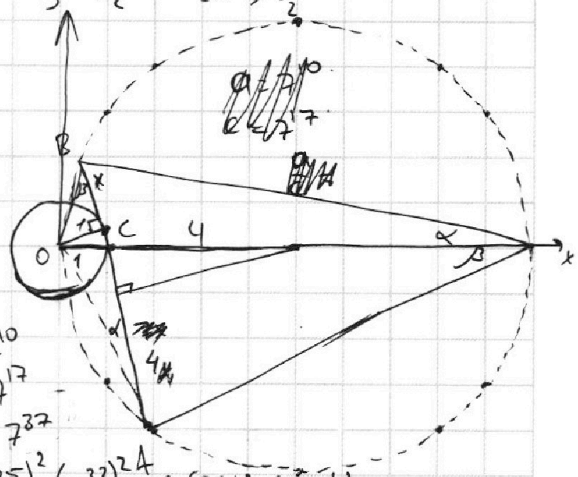
$=17+15+6$

$abc\geqslant \cancel{\ } \cdot 2^{25}\cdot 7^{32}$



$tg\,\alpha=\frac{1}{7y}$

$tg\,\beta=\frac{1}{x}$



$ab=x\cdot 2^{14}\cdot 7^{10}$

$bc=y\cdot 2^{17}\cdot 7^{17}$

$ca=z\cdot 2^{20}\cdot 7^{37}$

$a^2b^2c^2=2xyz\cdot(2^{25})^2\cdot(7^{32})^2$ $\cancel{(2^{26})^2\cdot(7^{32})^2}$

$\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}(x+8)^2+y^2\leq 1\\ x^2+y^2\geqslant 4\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}(x+8)^2+y^2\geqslant 1\\ (x^2)+y^2\leq 4\end{array}\right.\end{array}\right.$

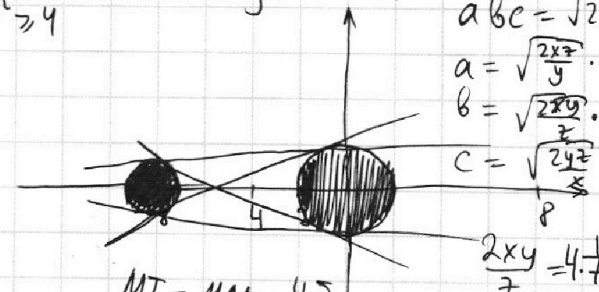
~~$y=ax+10b$~~

$abc=\sqrt{2xyz}\cdot 2^{25}\cdot 7^{32}$

$a=\sqrt{\frac{2xz}{y}}\cdot 2^{8}\cdot 7^{5}$

$b=\sqrt{\frac{2xy}{z}}\cdot 2^{5}\cdot 7^{-5}$

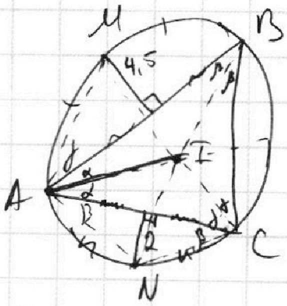
$c=\sqrt{\frac{2yz}{x}}\cdot 2^{11}\cdot 2^{22}$



$y=ax+10b$

$\frac{2xy}{z}=4\cdot 7^{10}\cdot k^2$

$b=2^6 k$



$MI=MA=\frac{4,5}{\sin\gamma}$

$AI=2\cdot\frac{4,5}{\sin\gamma}\cdot\sin(\alpha+\gamma)=2\cdot\frac{2}{\sin\beta}\cdot\sin(\alpha+\beta)$

$\sqrt{2xyz}=2\cdot 7^5 kz$

~~$2\cdot 4,5$~~ ~~$9\sin\beta=4\sin^2\gamma$~~

~~$3\sin\beta=2\sin\gamma$~~

$9\sin\beta\cos\beta=4\cos\gamma\sin\gamma$

$9\sin 2\beta=4\sin 2\gamma$

~~$AI=9\cdot\frac{\sin\beta}{\sin\gamma}=9\cdot\frac{2}{3}=6$~~

$abc=2^{26}\cdot 7^{37}kz$

$ac=2^{20}\cdot 7^{37}kz$

$b=2^6\Rightarrow c\geqslant 2^{11}\cdot 7^{17}$

$a\geqslant 2^{9}\cdot 7^{10}$

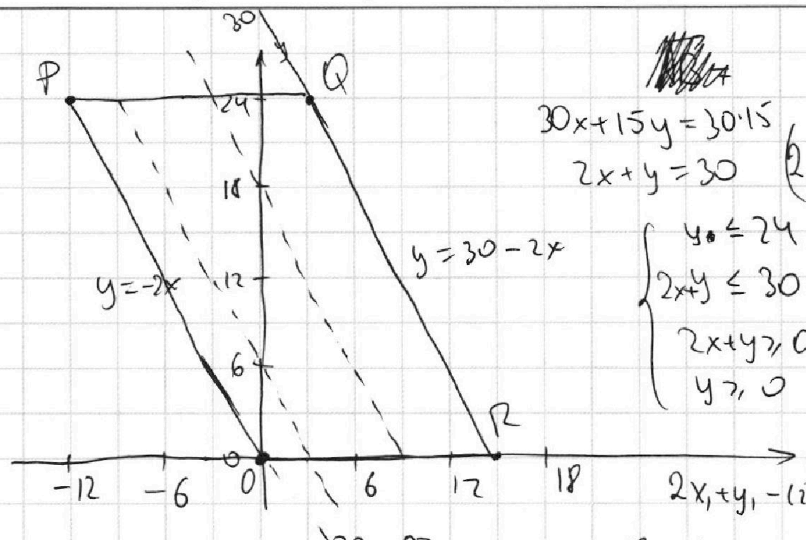
$a=2^9\cdot 7^{20}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



198

$30x+15y=30\cdot15$

$2x+y=30$

прямая ↓ ↓ прямая

$(2x_1+y_1)-(2x_2+y_2)=12$

сдвиг

$\begin{cases} y \le 24 \\ 2x+y \le 30 \\ 2x+y \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$

$2x_1+y_1-(2x_2+y_2)$?

$ac = 2^{20}\cdot 7^{37}$

$8ab \ge 2\sqrt{ab}$

$4\sqrt{ab} \ge 1$

верн

6

$(a,b)=1$

$(a+b\,;(a+b)^2-8ab) = (a+b\,;8ab)$

1сл) $a=1\,;\,b=1$

b|

$8ab \ge 4a+2b-1$

$8ab-4a$

2 b|

b|

$4a(2b-1) \ge 2b-1$

$1890+144\cdot9=$ 1; 7

$(4a-1)(2b-1)$

=

$\frac{8}{50-6\cdot7}$

$6\cdot7=42$

$2x+y=1$

$900+360+36$

1296

$y=24$

$x=-\frac{23}{2}=-11{,}5$

$\frac{1+15}{1+225-\underbrace{6\cdot15}_{90}} = \frac{16}{1+15\cdot9} = \frac{16}{136}$

$136 = 8\cdot17$

135

$1296+1690=$ −11 → 0

$\frac{150}{6} = 75 = 25$

$=6+180+800+2000+2$

−11,5 −0,5

$=2986$