



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc &: 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac &: 2^{20} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

значит отметить, что те же шага, на которые делится  
 $ab$ ;  $bc$ ;  $ac$  — это и есть минимальные множители  
 $ab$ ;  $bc$ ;  $ac$  соответственно, тогда перемножив  
их и убрав общие множители

$\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = abc = \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64}}$  — но видно, что нужно взять  
целой кратно  $2^{51}$ , но если  $a, b, c$  по натуральны, пусть  $abc$  — кратно  
льбо, нужно пойти в противоположную сторону т.к. брать  
минимальные множители, то  $\sqrt{2^{51}}$  — минимально возможный, но  
 $\sqrt{2^{51}}$  не имеет дельты, тогда берем  $\sqrt{2^{52}} = 2^{26}$   
получается, что  $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$ . теперь стоит обратиться к  
условию и проверить верность полученной. но знаем на это  
делается попарно проверяется, то же проверяется все три  
этих числа делимость делится на попарно, но важно, что можно  
но здесь видно, что  $7^{32} \nmid 7^{37}$ , то  $7^{32}$  не делит  $ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$   
поддерживаем — какому пример, тогда это было бы

$$\begin{aligned} \text{пусть } a &= 2^9 \cdot 7^{15} \\ b &= 2^6 \\ c &= 2^{11} \cdot 7^{22} \end{aligned}$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

$$\begin{aligned} ab &= 2^{15} \cdot 7^{15} \Rightarrow ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc &= 2^{17} \cdot 7^{22} \Rightarrow bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow ac : 2^{20} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

значит, вариант  $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$  — возможен, удовлетворяет  
всем условиям и минимально.

$$\text{Ответ: } abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) подразумеваем дробь  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$ , тогда

$$\frac{a+b}{a^2+7ab+b^2-8ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$
 отсюда следует, что

если каждая дробь сокращается на  $m$ , то 1)  $m \leq a+b$

2)  $(8ab)$  и  $(a+b)$  имеют общий делитель  $m$

т.к. в знаменателе сумма квадратов чисел и какого-то числа, то сокращение возможно только в случае, когда это число имеет общий делитель с числителем, тогда

каждый наибольший общий делитель чисел  $(8ab)$  и  $(a+b)$

1)  $\frac{a}{b}$  - несократимая дробь,  $(a, b \in \mathbb{N})$ , т.е.  $a$  и  $b$  взаимно простые числа. сумма  $a+b$  взаимно простых чисел не делится ни на одно из этих чисел. представим  $(a+b)$  в виде произведения

$$a+b = p_1^{x_1} p_2^{x_2} p_3^{x_3} \dots$$
 ни одно из этих чисел не равно  $a$  или  $b$

$$8ab = 8 \cdot a \cdot b$$

Значит единственный возможный общий делитель - это  $2^x$   
и  $x \leq 3$ , тогда максимальный делитель  $= 8$   
Значит,  $m = 8$  - наибольший общий делитель

Ответ:  $m = 8$



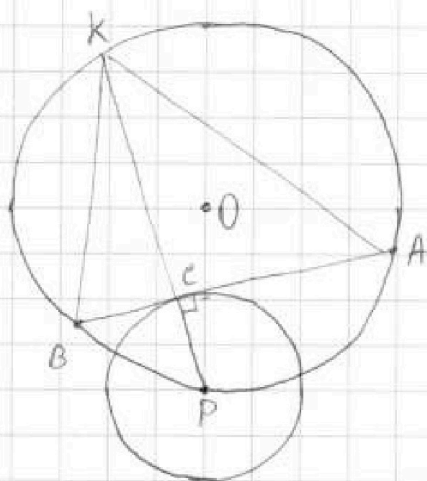
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$P$  - центр окр.  $\omega$

$O$  - центр окр.  $\Omega$

$PC \cap \Omega C = K$

Пусть  $BC = x$ , то  $AC = 7x$ , тогда  
 $AB \cap PC = C$  - точка касания хорды в окр., то

$$BC \cdot AC = PC \cdot CK$$

$$x \cdot 7x = 1 \cdot CK$$

$$CK = 7x^2$$

$PC$  - радиус,  
прямая вт касание  
 $PC \perp AB$

в  $\triangle ACK \angle C = 90^\circ$  - по вписанн. дуге,  
по т. Пифагора

$$AK = \sqrt{49x^4 + 49x^2} = 7x\sqrt{x^2 + 1}$$

в  $\triangle BCK \angle C = 90^\circ$  по вписанн. дуге, то по т. Пифагора

$$BK = \sqrt{49x^4 + x^2} = x\sqrt{49x^2 + 1}$$

окр.  $\Omega$  описана около  $\triangle ABK$

$$R_{\text{окр.}} = \frac{BK \cdot AK \cdot AB}{4 S_{\triangle ABK}}$$

$$S_{\triangle ABK} = \frac{1}{2} CK \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 7x^2 \cdot 8x$$

$$R_{\text{окр.}} = 5 \text{ - радиус} \quad R = 5 = \frac{x \cdot \sqrt{49x^2 + 1} \cdot 7x \sqrt{x^2 + 1} \cdot 8x}{2 \cdot 7x^2 \cdot 8x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 = \sqrt{49x^2 + 1} \sqrt{x^2 + 1}$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \quad x = 1 \text{ - корень}$$

$$\begin{array}{r|l} 49x^4 + 50x^2 - 99 & x-1 \\ \hline 49x^4 - 49x^2 & 49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 \end{array}$$

$$49x^3 + 50x^2$$

$$49x^3 - 49x^2$$

$$99x^2$$

$$99x^2 - 99x$$

$$99x - 99$$

$$99x - 99$$

$$0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$x = -1$  - корень

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 \quad | \quad x+1$$

$$49x^3 + 49x^2 \quad | \quad 49x^2 + 99x$$

$$0 + 99x + 99$$

$$99x + 99$$

$$0$$

$$(49x^2 + 99)(x-1)(x+1) = 0$$

$x = 1$  - единственный неотрицательный корень, то

$$AB = BC + AC = x + 7x = 8x = 8 \cdot 1 = 8$$

Ответ:  $AB = 8$



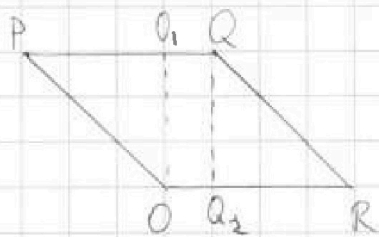
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$O(0; 0)$   $R(15; 0)$   
 $P(0; 24)$   $Q(3; 24)$

Итак, опустим перпендикуляр из  $O$  на  $PQ$  и из  $Q$  на  $OR$

- 1  $O_1O = 24$  - расстояние между пр.  $OR$  и  $PQ$   $24 - 0 = 24$
- 2  $OQ_2 = 3$  -  $x$  координата  $mO_1$  и  $x$  коорд  $mQ$   $3 - 0 = 3$
- 3  $PO_1 = PQ - O_1Q = 15 - 3 = 12$   $|12 - 3| = 15$

4. Значит, в  $\triangle PO_1O$  и в  $\triangle QO_2R$  12 подобных треугольников с целочисленными катетами, тогда  $m_k$

$\frac{PO_1}{OQ_2} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$  поставим на  $x$ -во целочисленные точки

$1 + 3 + 5 + 7 + \dots$   
 (число) (число катетов)

$\sum_{ar} = \frac{2 \cdot 1 + 2(B-1)}{2} \cdot 13 = \frac{2 + 12 \cdot 2}{2} \cdot 13 = 169$

или во целочисленных точках в прямоугольнике

$O_1QO_2O$   $(O_1Q - 1) \cdot 24 = 2 \cdot 24 = 48$

Итого в  $n$ -ме  $169 + 48 = 217$  целочисленных точек

$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$ , так как все прямоугольники с заданными сторонами содержат по 2 целочисленных точек вершин по сторонам  $b$

может поместиться только 2 прямоугольника:  $10 \times 2$  и  $4 \times 8$  по 1 прямоугольнику  $4 \times 8$  и  $6 \times 6$

Всего 6 вариантов найденных может быть использован несплошному т.к. можно поместить и в отрезке  $ab$  и  $bc$ , но прибавляется еще столько же вариантов по сплошному

$2 \cdot 169 + 48 = 386$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



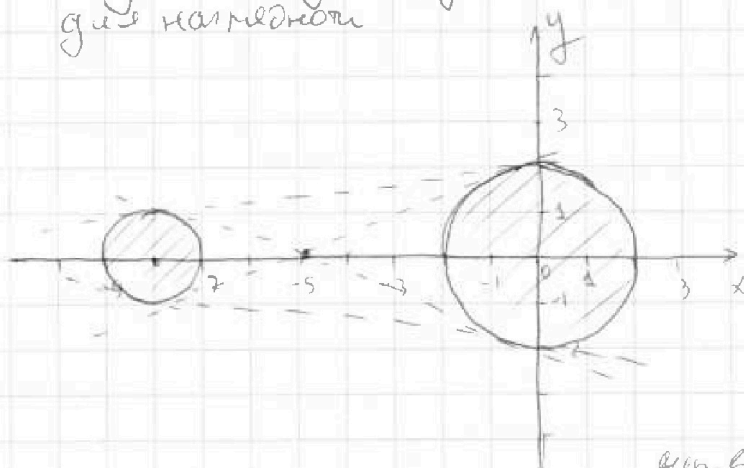
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

итак, рассмотрим (второе) кер. ба

$$(x+8)^2 + y^2 = 1 \text{ - ур. окружкам } R=1 \text{ центр } (-8; 0)$$

$$x^2 + y^2 = 4 \text{ - ур. окружкам } R=2 \text{ центр } (0; 0) \text{ построим две касательные}$$



возьмем точки  
 $A(0; 2)$ ,  $B(-8; 2)$   
и  $C(5; 5)$   
тогда видно, что  
в т. А и В касание  
левой касат. кер. ба  
отсутствует  
в т. С касание правой,  
тогда

кер. ба не выходит за пределы  
открытой

следовательно если  
прямая  $y = ax + 10b$  будет касаться обеих окружностей,  
то будет решение системы

1) приравняем  $y = ax + 10b$  к  $(x+8)^2 + y^2 = 1$

$$x^2(1+a) + x(16-20ab) + 100b^2 + 63 = 0 \quad a \neq -1$$

$$D = 4(100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2)$$

касание, а не пересечение в окруж.  $D=0$

$$100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2 = 0$$

2) приравняем  $y = ax + 10b$  к  $x^2 + y^2 = 4$

$$x^2(a+1) - 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 4(100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4) \text{ касание только в окруж. } D=0$$

$$100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0$$

решим систему  $\begin{cases} 100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0 \\ 100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2 = 0 \end{cases}$

$$100ab^2 - 320ab - (5a+4) = 0 \quad D = 4^2 \cdot 10^2 a^2 + 4^2 \cdot 10^2 + 2000a$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$D_{\text{кр}} = 4^4 \cdot 10^2 a^2 + 2000a + 4^2 \cdot 10^2 = 160^2 a^2 + 2000a + 1600$$

~~ног. вариант~~

$$D=0 \rightarrow 160^2 a^2 + 2000a + 1600 = 0 \quad D = 4 \cdot 10^6 - 4 \cdot 4^2 \cdot 10^2 \cdot 4 \cdot 10^2 = -4 \cdot 10^4 (100 - 64) = -1200^2$$

$$a_1 = \frac{-2000 + 1200}{320} = \frac{-800}{320} = -2,5$$

$$a_2 = \frac{-2000 - 1200}{320} = -10$$

$$v_{\text{кр}} = \frac{160a \pm \sqrt{160^2 a^2 + 2000a + 1600}}{200a}$$

итого всего 4 ~~ног.~~ варианта





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10} \text{ min}$$

$$abc: 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$64$$

$$32$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{17} \text{ min}$$

$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37} \text{ min}$$

$$7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 4$$

$$ab$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

НОК

$$bc$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$a$$

$$\frac{a}{b} = 2^3 \cdot 7^{20}$$

$$\frac{c}{a} = 2^3 \cdot 7^7$$

$$c = a \cdot 2^3 \cdot 7^7$$

$$b = \frac{a}{2^3 \cdot 7^{20}} \quad a = b \cdot 2^3 \cdot 7^{20}$$

$$\frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{27}$$

$$abc = a \cdot b \cdot c = a \cdot \frac{a}{2^3 \cdot 7^{20}} \cdot a \cdot 2^3 \cdot 7^7 = \frac{a^3 \cdot 7^{27}}{2^3 \cdot 7^{20}}$$

$$b = \frac{c}{2^6 \cdot 7^{27}}$$

$$abc = ac \cdot b = a \cdot c \cdot \frac{c}{2^6 \cdot 7^{27}} = \frac{a \cdot c^2}{2^6 \cdot 7^{27}}$$

$$a = 2^{10} \cdot 7^7$$

$$mc \quad c = 2^{10} \cdot 7^{30}$$

$$b = 2^7$$

$$a + c \geq 20$$

$$a + b + 2c \geq 37$$

$$b + c \geq 17$$

$$2c \geq 23$$

$$c \geq 11,5$$

$$a + b \geq 14$$

$$c \geq 11,5$$

$$c = 2^{11}$$

$$b = 2^6$$

$$a = 2^9$$

$$c_{\min} = 12$$

$$a + c + 2b \geq 31$$

$$2b \geq 11$$

$$2a + b + c \geq 34$$

$$2^{26} \cdot 7^{32}$$

$$b \geq 5,5$$

$$2a \geq 12$$

$$a \geq 6$$

$$b \geq 6 \text{ min}$$

$$a + c \geq 37$$

$$2c \geq 44$$

$$c \geq 22$$

$$c = 22$$

$$b + c \geq 17$$

$$b \geq 0$$

$$a = 15$$

$$a + b \geq 10$$

$$2a \geq 30$$

$$a \geq 15$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b} \quad (a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N})$

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{a+b}{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 4ab}$$

$m < a+b$   
3 и 5

$8ab \quad 8a+b$   
 $8ab \bmod a \quad 8a+b \bmod m = a+b \bmod m$

$\frac{a}{b} = c$

$a = bc$

$\frac{b^2(x+y)}{(a+b)^2 - 4ab}$

$78 = 56 \cdot a, \quad b$

$7+8=15$

$x=1 - \text{верно}$

$m=8$

$a+b \quad / a \text{ и } b \text{ в } m \text{ и}$   
 $a \text{ и } b \text{ взаимно простые}$   
 $8ab \quad a \text{ и } b, \text{ то}$

$a+b \text{ также взаимно}$

прост.  
масштаб

$\frac{8}{8^2 - 8 \cdot 15}$

$ab : 8$

$m=8$

$S_{\triangle BAP} = 8 \times \frac{1}{2} = 4$

$BP = \sqrt{x^2 + 1}$

$PA = \sqrt{4x^2 + 1}$

$A \frac{1}{2} \sqrt{(x+1)(x^2+1)} \sin \angle BPA$

$AC : CB = 7$

$AB = 8$

$\frac{x}{y} = \frac{4}{3x}$

$9x^2 = y^2$

$64x^2 = (x^2+1)(4x^2+1) \sin \angle BPA$

$r_{\text{circ}} = \frac{abc}{4S}$

$r_{\triangle BPA} = 5$

$r_{\triangle OPA} = 1$

$\angle BPA = 180 - \alpha$

$\angle BPA = 2\alpha$

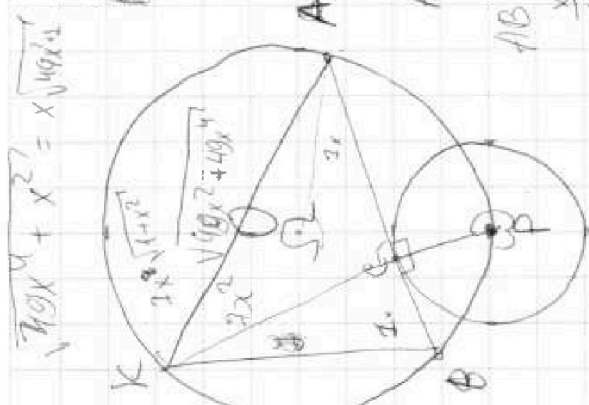
$2 \angle BPA = 360 - \angle BPA$

$S_{\triangle POA} = 2.5 \cdot \sin \angle POA = \frac{1}{2} \sqrt{(x+5)(x-5)^2(5-x)} =$

$2.5 \sin \angle POA = 2(4x-5) \sqrt{4x^2-16x^2} \quad P = 8x+10$

$5 = \frac{2x \sqrt{1+x^2} \cdot 2x \cdot \sqrt{4x^2-16x^2}}{2 \cdot 4x^2 \cdot 8x}$

$\Rightarrow 100 = (1+x^2)(4x^2+1)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a^2 + a^2} \Big| \frac{a+b}{a^2}$   
 $\frac{16}{20} \Big| \frac{160}{200}$   
 $\frac{abc}{45} = \frac{abc}{2ab}$   
 $r = \frac{ca}{25ca}$

$O(0;0)$   
 $A(x_1; y_1)$      $B(x_2; y_2)$   
 $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$   
 $2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$   
 $X \in (-12; 15)$   
 $y \in (0; 24)$   
 $2x + y = 12$   
 $2x + y = 12$

$12 \ 3 \ 4$   
 $2 \ 10 \ 8 \ 6 \ 4 \ 2 \ 0$   
 $20 \ 15 \ 10 \ 5 \ 0$

$1 \ 3 \ 7$   
 $9 \ 1 \ 11$

$24 = 2 \cdot 3$   
 $4 \text{ точки} = 24$   
 $34$   
 $0 \ 3 \ 12 \ R$   
 $P \ 12 \ 3 \ Q$   
 $0 \ 3 \ 12 \ R$   
 $0 \ 3 \ 12 \ R$   
 $0 \ 3 \ 12 \ R$

$M \cap SC = K$   
 $BN \cap MC = K$   
 $AK$   
 $BN \cap MC = K$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$100 = 49x^2 + 49x^4 + 1 + x^2$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$49x^4 + 50x^2 - 99$	$x - 1$	$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99$	$x + 1$
$49x^4 - 49x^2$		$49x^3 + 49x^2$	$49x^2 + 99$
$49x^3 + 50x^2$		$0$	$x < 0$
$49x^3 - 49x^2$			

$$\begin{aligned} 99x^2 - 99 \\ 99x^2 - 99x \end{aligned}$$

$$49x^4 + 49x^2 - 99 = 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$$x = -1$$

$x = -1$  - корень

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$$\begin{aligned} 49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 > 0 \\ 49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 < 0 \end{aligned}$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 > 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 > 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 > 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 > 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 > 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 > 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 > 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 > 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 > 0$$

$$x = \frac{4}{5+1} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$8x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$8x^2 - 5x + 3 > 0$$

$$\sqrt{8x^2 - 5x + 3} - \sqrt{8x^2 + 2x + 1} = 2 - 2x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

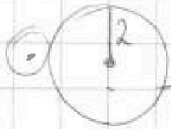
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y = ax + 10b$$



$$\frac{1000}{80} \Big/ \frac{40}{2}$$

$$-1 - 20$$

$$100ab^2 - 5a - 320ab - 4 = 0$$

$$100ab^2 - 320ab - (4 + 5a) = 0$$

$$a \neq 0$$

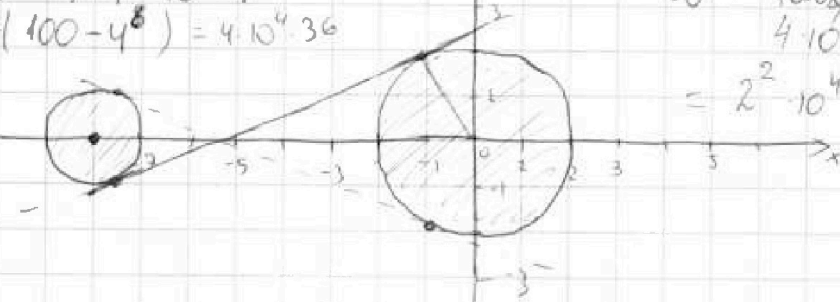
$$D = 320^2 a^2 + 400(4 + 5a) =$$

$$= 400^2 a^2 + 1600 + 2000a$$

$$160^2 a^2 + 2000a + 1600$$

$$4 \cdot 10^6 - 4 \cdot 4^4 \cdot 10^4 \cdot 4^2$$

$$4 \cdot 10^4 (100 - 4^8) = 4 \cdot 10^4 \cdot 36$$



$$D = 1600^2$$

$$4 \cdot 10^6 - 4 \cdot 10^4 \cdot 4^2 \cdot 2^5 =$$

$$= 2^2 \cdot 10^4 (100 - 16 \cdot 32)$$

$$y = ax + 10b$$

$$a^2 x^2 + 100b^2 - 20abx$$

$$\frac{64}{4}$$

$$\frac{256}{6}$$

$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x^2(a+1) - 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$x^2(a+1) + x(-20ab) + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 256 - 1280ab + 400a^2b^2 - 4a - 400b^2$$

$$D = 0$$

$$400a^2b^2 - 1280ab - 4a - 400b^2 = 0$$

$$100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2 = 0$$

$$100ab^2(a+1) - a(320b+1)$$

$$2) D = 400a^2b^2 - 4(a+1)(100b^2 - 4) =$$

$$D = 0 \quad 100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0$$

$$100ab^2 - 4a - 4 - 320ab - a = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

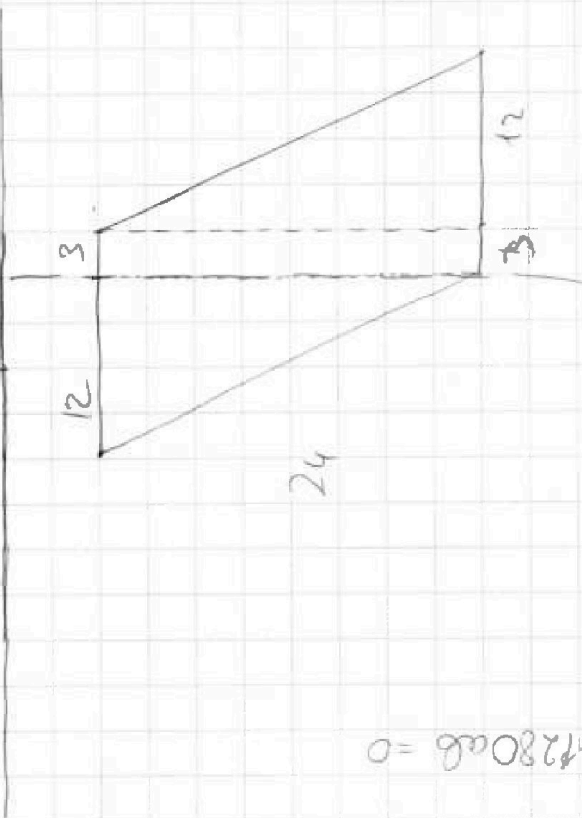
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{12}{3} = 4$   
 $3 \times 4 = 12$

$12 \times 3 =$



$$500a^2b^2 - 100ab^2 - 500b^2 + 4 - 1280ab = 0$$