



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc &: 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac &: 2^{20} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

значит отметить, что те шиза, на которые делится
 $ab; bc; ac$ - это и есть шиза шиза шиза
 $ab; bc; ac$ соответственно, тогда перемножим
их и получим шиза

$\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = abc = \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64}}$ - но видно, что нужно
целой кинуть 2^{51} , но шиза $a; b; c$ по натуральности, пусть abc - натуральное,
нужно пойти в левую сторону шиза так брать
шиза шиза шиза, то $\sqrt{2^{51}}$ - шиза шиза шиза, то
 $\sqrt{2^{51}}$ не имеет дитя, тогда берем $\sqrt{2^{52}} = 2^{26}$
получается, что $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$. теперь стоит аргумент к
условию и проверить верность шиза. но знаешь на это
делается по порядку шиза, то да шиза шиза шиза
этих шиза шиза шиза шиза шиза шиза, то шиза шиза шиза шиза шиза шиза
но здесь видно, что $7^{32} \neq 7^{37}$, то 7^{32} ну, тогда $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$
поддержим шиза шиза шиза шиза шиза шиза, тогда это шиза шиза шиза шиза шиза шиза

$$\begin{aligned} \text{пусть } a &= 2^9 \cdot 7^{15} \\ b &= 2^6 \\ c &= 2^{11} \cdot 7^{22} \end{aligned}$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

$$\begin{aligned} ab &= 2^{15} \cdot 7^{15} \Rightarrow ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc &= 2^{17} \cdot 7^{22} \Rightarrow bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow ac : 2^{20} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

значит, вариант $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ - шиза шиза, удовлетворяет
всем условиям и шиза шиза шиза шиза шиза шиза

$$\text{Ответ: } abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) подразумеваем дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}, \text{ тогда}$$

$$\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2-8ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab} \text{ отсюда следует, что}$$

если каждая дробь сокращается на m , то 1) $m \leq a+b$

2) $(8ab)$ и $(a+b)$ имеют общий делитель m

т.к. в знаменателе сумма квадратов чисел и какого-то числа, то сокращение возможно только в случае, когда это число имеет общий делитель с числителем, тогда

каждый наибольший общий делитель чисел $(8ab)$ и $(a+b)$

1) $\frac{a}{b}$ - несократимая дробь, $(a, b \in \mathbb{N})$, т.е. a и b взаимно простые числа. сумма $a+b$ взаимно простых чисел не делится ни на одно из этих чисел. представим $(a+b)$ в виде произведения

$$a+b = p_1^{x_1} p_2^{x_2} p_3^{x_3} \dots \quad \text{или их произвед.}$$

ни одно из этих чисел не равно a или b

$$8ab = 8 \cdot a \cdot b$$

Значит единственный возможный общий делитель - это 2^x $\forall x \in \mathbb{N}$, $x \leq 3$, тогда максимальный делитель $\div 8$
Значит, $m=8$ - наибольший общий делитель

Ответ: $m=8$

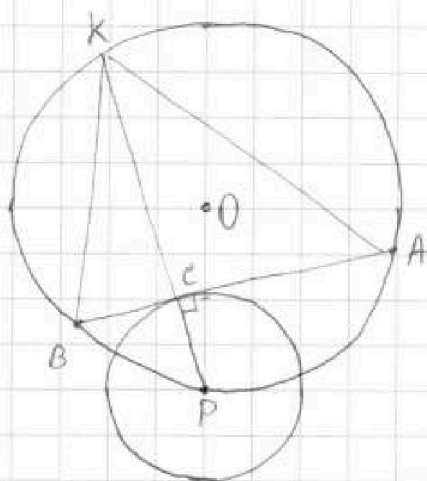
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



P - центр окр. ω
O - центр окр. Ω
 $PC \cap \Omega = K$

Пусть $BC = x$, то $AC = 7x$, тогда
 $AB \cap PK = C$ - точка пересечения хорд в окр., то

$$BC \cdot AC = PC \cdot CK$$

$$x \cdot 7x = 1 \cdot CK$$

$$CK = 7x^2$$

PC - радиус,
проведя в т. касания
 $PC \perp AB$

в $\triangle ACK \angle C = 90^\circ$ - по вписанной дуге,
по т. Пифагора

$$AK = \sqrt{49x^4 + 49x^2} = 7x\sqrt{x^2 + 1}$$

в $\triangle BCK \angle C = 90^\circ$ по вписанной дуге, то по т. Пифагора

$$BK = \sqrt{49x^4 + x^2} = x\sqrt{49x^2 + 1}$$

окр. Ω описана около $\triangle ABK$

$$R_{\text{окр.}} = \frac{BK \cdot AK \cdot AB}{4 S_{\triangle ABK}}$$

$$S_{\triangle ABK} = \frac{1}{2} CK \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 7x^2 \cdot 8x$$

$$R_{\text{окр.}} = 5 \text{ - радиус} \quad R = 5 = \frac{x \cdot \sqrt{49x^2 + 1} \cdot 7x \sqrt{x^2 + 1} \cdot 8x}{2 \cdot 7x^2 \cdot 8x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 = \sqrt{49x^2 + 1} \sqrt{x^2 + 1}$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \quad x = 1 \text{ - корень}$$

$$\begin{array}{r|l} 49x^4 + 50x^2 - 99 & x-1 \\ \hline 49x^4 - 49x^2 & 49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 \end{array}$$

$$49x^3 + 50x^2$$

$$49x^3 - 49x^2$$

$$99x^2$$

$$99x^2 - 99x$$

$$99x - 99$$

$$99x - 99$$

$$0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$x = -1$ - корень

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 \quad | \quad x+1$$

$$49x^3 + 49x^2 \quad | \quad 49x^2 + 99x$$

$$0 + 99x + 99$$

$$99x + 99$$

$$0$$

$$(49x^2 + 99)(x-1)(x+1) = 0$$

$x = 1$ - единственный неотрицательный корень, то

$$AB = BC + AC = x + 7x = 8x = 8 \cdot 1 = 8$$

Ответ: $AB = 8$

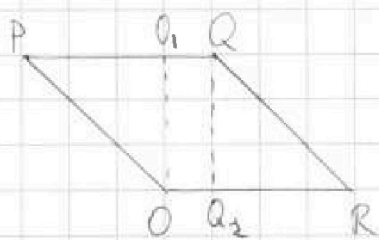
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$O(0;0)$ $R(15;0)$
 $P(0;24)$ $Q(15;24)$

Итак, опустим перпендикуляр из O на PQ и из Q на OR

- 1 $O_1O = 24$ - расстояние между пр. OR и PQ $24 - 0 = 24$
- 2 $OQ_2 = 3$ - x координата mO_1 и x коорд mQ $3 - 0 = 3$
- 3 $PO_1 = PQ - O_1Q = 15 - 3 = 12$ $|12 - 3| = 15$

4. Значит, в $\triangle PO_1O$ и в $\triangle QO_2R$ 12 подобных треугольников с целочисленными катетами, тогда m_k

$\frac{PO_1}{OQ_2} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ поставим на-во целочисленных точек

$1 + 3 + 5 + 7 + \dots$
 (всего) (число пар)

$\sum_{ar} = \frac{2 \cdot 1 + 2(B-1)}{2} \cdot 13 = \frac{2 + 12 \cdot 2}{2} \cdot 13 = 169$

$13 + 1 = 13$

каждый в целочисленных точках в прямоугольнике

O_1QO_2O $(O_1Q - 1) \cdot 24 = 2 \cdot 24 = 48$

Итого в n -ме $169 + 48 = 217$ целочисленных точек

$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$, так как все прямоугольники с заданными сторонами содержат по 2 пары точек
 вариантов сторон 6

может поместиться только 2 прямоугольника: 10×2 и 4×8 по 1 прямоугольнику 4×8 и 6×6

всего 6 вариантов пар точек может быть использован независимо т.к. можно поместить и в обратную сторону, но прибавляется еще столько же вариантов по симметрии

$2 \cdot 169 + 48 = 386$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



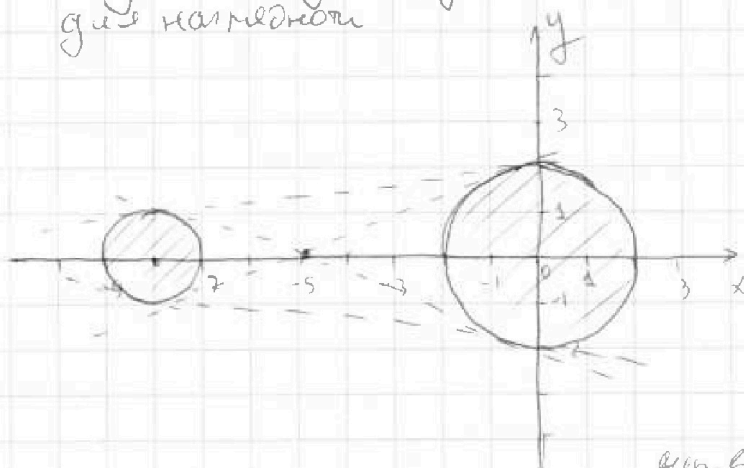
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

итак, рассмотрим (второе) кер. бс

$$(x+8)^2 + y^2 = 1 \text{ - ур. окружкам } R=1 \text{ центр } (-8; 0)$$

$$x^2 + y^2 = 4 \text{ - ур. окружности } R=2 \text{ центр } (0; 0) \text{ построим две касательные}$$



возьмем точки
 $A(0; 0)$, $B(-8; 0)$
и $C(5; 5)$
тогда видно, что
в т. А и В касание
левой касат. кер. ба
отсутствует
в т. С касание есть,
тогда

кер. ба не выходит за пределы
оппозиции

следовательно если
прямая $y = ax + 10b$ будет касаться обеих окружностей,
то будет решение 2-х уравнений

1) приравняем $y = ax + 10b$ к $(x+8)^2 + y^2 = 1$

$$x^2(1+a) + x(16-20ab) + 100b^2 + 63 = 0 \quad a \neq -1$$

$$D = 4(100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2)$$

касание, а не пересечение в осях $D=0$

$$100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2 = 0$$

2) приравняем $y = ax + 10b$ к $x^2 + y^2 = 4$

$$x^2(a+1) - 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 4(100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4) \text{ касание только в осях } D=0$$

$$100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0$$

решим систему $\begin{cases} 100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0 \\ 100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2 = 0 \end{cases}$

$$100ab^2 - 320ab - (5a+4) = 0 \quad D = 4^2 \cdot 10^2 a^2 + 4^2 \cdot 10^2 + 2000a$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$D_{\text{кр}} = 4^4 \cdot 10^2 a^2 + 2000a + 4^2 \cdot 10^2 = 160^2 a^2 + 2000a + 1600$$

~~ноя Вадим~~ ~~160a~~ ~~1600~~ ~~1600~~

$$D=0 \rightarrow 160^2 a^2 + 2000a + 1600 = 0 \quad 0 = 4 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 4^2 \cdot 10^2 \cdot 4^4 \cdot 10^2 =$$
$$= 4 \cdot 10^4 (100 - 64) = 1200^2$$

$$a_1 = \frac{-2000 + 1200}{320} = \frac{-800}{320} = -2,5$$

$$a_2 = \frac{-2000 - 1200}{320} = -10$$

$$v_{\text{кр}} = \frac{160a \pm \sqrt{160^2 a^2 + 2000a + 1600}}{200a}$$

итого всего 4 возможных варианта



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab: 2^{14} \cdot 7^{10} \text{ min}$ ~~$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$~~ 64 32
 $bc: 2^{17} \cdot 7^{17} \text{ min}$
 $ac: 2^{20} \cdot 7^{37} \text{ min}$ 7 · 2 · 7 · 4

~~$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$~~ $ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$ НОК
 ~~$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$~~ $bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$
 ~~$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$~~ $\frac{c}{a} = 2^3 \cdot 7^7$
 $c = a \cdot 2^3 \cdot 7^7$ $\frac{a}{b} = 2^3 \cdot 7^{20}$
 $b = \frac{a}{2^3 \cdot 7^{20}}$ $a = b \cdot 2^3 \cdot 7^{20}$

$\frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{27}$ ~~$abc = 2^{31} \cdot 7^{54}$~~
 $b = \frac{c}{2^6 \cdot 7^{27}}$

~~$abc = ac \cdot b = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot \frac{a}{2^3 \cdot 7^{20}} = 2^{17} \cdot 7^{17}$~~
 $a = 2^{10} \cdot 7^7$ $mc = 2^{10} \cdot 7^{30}$
 $b = 2^7$

$a + c \geq 20$ $a + b + 2c > 37$
 $b + c \geq 17$ $2c > 23$
 $a + b > 14$ $c \geq 11,5$ $c = 2^{11}$
 $c_{\min} = 12$ $b = 2^6$
 $a = 2^9$

$a + c + 2b \geq 31$ $2a + b + c \geq 34$ $2^{26} \cdot 7^{32}$
 $2b \geq 11$ $2a \geq 12$
 $b \geq 5,5$ $a \geq 6$
 $b \geq 6 \text{ min}$

$a + c \geq 37$ $2c \geq 44$ $c \geq 22$ $c = 2^{12}$
 $b + c \geq 17$ $b \geq 0$ $a = 15$
 $a + b \geq 10$ $2a \geq 30$ $a \geq 15$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b} \quad (a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N})$

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{a+b}{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 4ab}$$

$m < a+b$

3 и 5

$8ab \quad 8a+b$
 $8ab \pmod{a+b} = a+b \pmod{m}$

$\frac{a}{b} = c$

$a = bc$

$\frac{b(x+y)}{(a+b)(x+y)}$

$78 = 56 \cdot a, \quad b$

$7+8 = 15$

$x = 1 - \text{верно}$

$m = 8$

$a+b \mid a$ и $b \mid m$ и $225 - 8 \cdot 56$
 a и b взаимно простые
 $8ab \mid a$ и b , то

$a+b \mid ab$ как взаимно

прост.
 тогда $m \mid a+b$

$\frac{8}{8^2 - 8 \cdot 15}$

$ab : 8$

$m = 8$

$S_{\Delta BAP} = 8 \times \frac{1}{2} = 4$

$BP = \sqrt{x^2 + 1}$

$PA = \sqrt{y^2 + 1}$

$A \frac{1}{2} (\sqrt{x^2+1} \sqrt{y^2+1}) \sin \angle BPA$

$AC : CB = 7$

$\frac{x}{y} = \frac{7}{3x}$

$64x^2 = (x^2+1)(y^2+1) \sin \angle BPA$

$r_{\text{опис}} = \frac{abc}{4S}$

$R \sin L = 5$
 $r \cos L = 1$

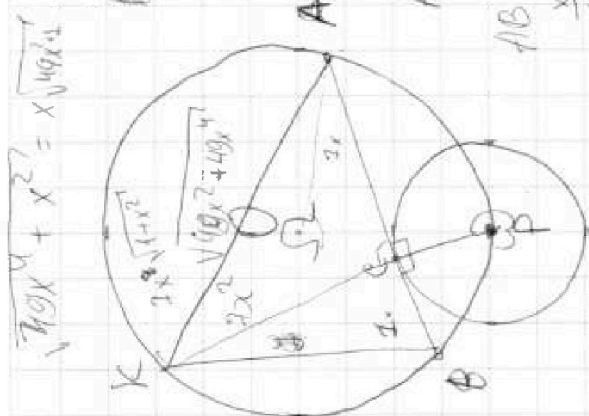
$\angle BWA = 180 - \alpha$
 $\angle BSA = 2\alpha$

$2 \angle BPA = 360 - \angle BWA$

$S_{\Delta POA} = 25 \cdot \sin \angle POA = \frac{1}{2} \sqrt{(x+5)(x-5)^2(5-x)} =$

$25 \sin \angle POA = 2(4x-5) \sqrt{4x^2-16x} \quad P = 8x + 10$

$5 = \frac{2x \sqrt{1+x^2} \cdot 2x \cdot \sqrt{4x^2-16x}}{2 \cdot 4x^2 \cdot 8x} \Rightarrow 100 = (1+x^2)(4x^2-16x)$

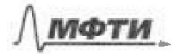




На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a^2 + a^2} \Big| \frac{a+b}{a^2}$$

$$\frac{100}{20} = \frac{100}{20}$$

$$\frac{abc}{45} = \frac{abc}{2ab}$$

$$r = \frac{ca}{25ax}$$

$O(0;0)$ $A(x_1; y_1)$ $B(x_2; y_2)$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$
 $2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$
 $X \in (-12; 15)$ $y \in (0; 24)$

$2x + y = 12$ $2x + y = 9$

$12 \ 3 \ 4$ $2 \ 1 \ 0$ $8 \ 6 \ 4 \ 2 \ 0$

10 2 10 8 6 4 2 0 20

$1 \ 3 \ 7$ $9 \ 1 \ 11$

$24 = 2 \cdot 3$ $4 \text{ точки} = 24$

$P \ 12 \ 3 \ 3$ Q $12 \ 3$ R

$M \ 12 \ 3 \ 3$ N A B C

$M \cap AC = k$ $B \cap MC = k$

$M \cap BC$ $B \cap MC$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$100 = 49x^2 + 49x^4 + 1 + x^2$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$\begin{array}{r} 49x^4 + 50x^2 - 99 \\ \underline{49x^4 - 49x^2} \\ 49x^2 + 50x^2 - 99 \\ \underline{49x^2 - 49x^2} \\ 99x^2 - 99 \end{array}$	$\begin{array}{r} x-1 \\ \underline{49x^3 + 49x^2 + 99x + 99} \\ 49x^3 + 49x^2 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} x+1 \\ \underline{49x^2 + 99} \\ x < 0 \end{array}$
---	---	---

$$\begin{array}{r} 99x^2 - 99 \\ \underline{99x^2 - 99x} \\ 99x - 99 \end{array}$$

$$49x^4 + 49x^2 - 99 = 0$$

$$49x^4 + 49x^2 - 99 = 0$$

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$$x = -1$$

$x = -1$ - корень

$$49x^3 + 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$$\begin{array}{l} x > \frac{2}{3} \\ x > 2 \\ x > 2 \end{array}$$

$$2x^2 + 2x + 1 > 2x - 2$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2 \geq 2x$$

$$\frac{184}{2}$$

$$288$$

$$\frac{12}{4}$$

$$\frac{196}{4}$$

$$49$$

$$80 = 4 - 8$$

$$2x^2 + 2x + 1 > 0$$

$$49$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 2 = 2x$$

$$x = \frac{4}{5+1} = \frac{2}{3} = 1$$

$$80 = 25 - 24 = 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$49x^2 - 24x + 2 + 5 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2 - 2x)$$

$$(-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; \infty)$$

$$x = \frac{4}{5+1} = \frac{2}{3} = 1$$

$$80 = 25 - 24 = 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 2 = 2x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

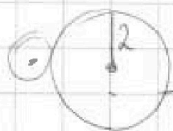
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = ax + 10b$$



$$\begin{array}{r} 1000 \quad | \quad 40 \\ 80 \quad \quad | \quad 2 \\ \hline 20 \end{array}$$

-1 - 20

$$100ab^2 - 5a - 320ab - 4 = 0$$

$$100ab^2 - 320ab - (4 + 5a) = 0$$

$$a \neq 0$$

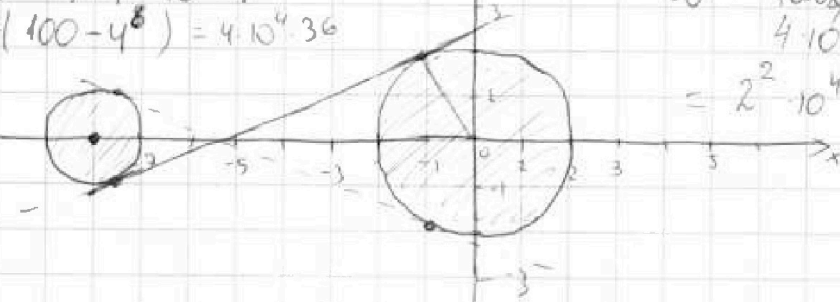
$$D = 320^2 a^2 + 400(4 + 5a) =$$

$$= 400^2 a^2 + 1600 + 2000a$$

$$160^2 a^2 + 2000a + 1600$$

$$4 \cdot 10^6 - 4 \cdot 4^4 \cdot 10^4 \cdot 4^2$$

$$4 \cdot 10^4 (100 - 4^8) = 4 \cdot 10^4 \cdot 36$$



$$D = 1600^2$$

$$4 \cdot 10^6 - 4 \cdot 10^4 \cdot 4^2 \cdot 2^5 =$$

$$= 2^2 \cdot 10^4 (100 - 16 \cdot 32)$$

$$y = ax + 10b$$

$$a^2 x^2 + 100b^2 - 20abx$$

$$\frac{64}{25b}$$

$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x^2(a+1) - 20abx + 100b^2 - 4 = 0$$

$$x^2(a+1) + x(-20ab) + 100b^2 - 4 = 0$$

$$D = 256 - 1280ab + 400a^2b^2 - 4a - 400b^2$$

$$D = 0$$

$$400a^2b^2 - 1280ab - 4a - 400b^2 = 0$$

$$100a^2b^2 - 320ab - a - 100b^2 = 0$$

$$100ab^2(a+1) - a(320b+1)$$

$$2) D = 400a^2b^2 - 4(a+1)(100b^2 - 4) =$$

$$D = 0 \quad 100a^2b^2 - 100ab^2 - 100b^2 + 4a + 4 = 0$$

$$100ab^2 - 4a - 4 - 320ab - a = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

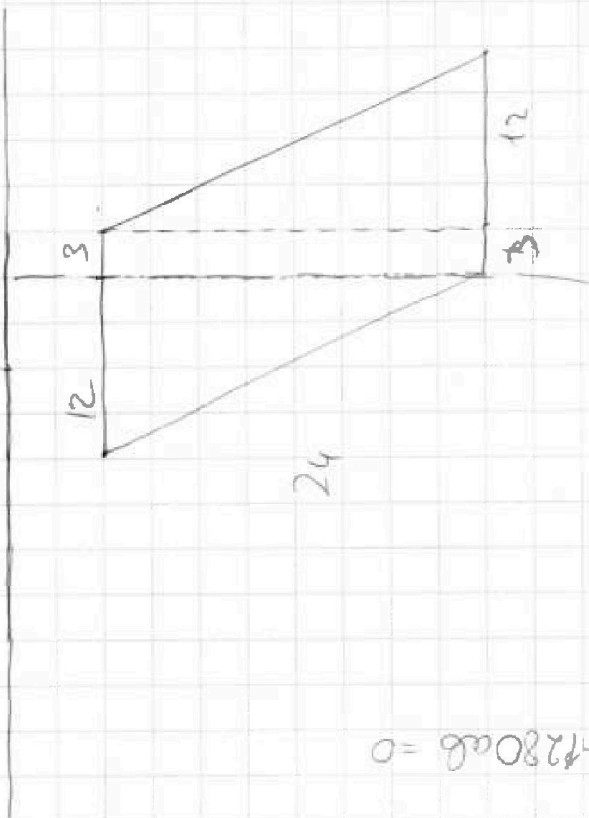
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{12}{3} = 4$
 $3 \times 4 = 12$

$12 \times 3 =$



$$500a^2b^2 - 100ab^2 - 500b^2 + 4 - 1280ab = 0$$