



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(M1) $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{27}$$

Пусть $ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot k_1$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot k_2, \text{ где } k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{N}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{27} \cdot k_3$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k_1 k_2 k_3$$

Т.к. $2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k_1 k_2 k_3$ - точный квадрат, то $k_1 k_2 k_3 \vdots 2$

Решим систему:

$$\begin{cases} ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot k_1 \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot k_2 \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{27} \cdot k_3 \end{cases}$$

Если максимальная степень входящие 7 в k_1, k_2 меньше 10, то

$$ac \cdot b^2 = 2^{31} \cdot 7^{27} \cdot k_1 k_2$$

Тогда максимальная степень входящие 7 в $ac \cdot b^2$ не превосходит 36.

Но $ac = 2^{20} \cdot 7^{27} \cdot k_3$, степень входящие 7 в ac не менее 27

$$\Rightarrow k_1 k_2 \vdots 7^{10}$$

Тогда $k_1 k_2 k_3 \vdots 7^{10} \cdot 2$
значит, $k_1 k_2 k_3 \geq 7^{10} \cdot 2$

$$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Пример для $k_1 k_2 k_3 = 7^{10} \cdot 2$

$$k_1 = 7^{10}$$

$$k_2 = 2$$

$$k_3 = 1$$

Тогда система имеет решение:

$$a = 7^{20} \cdot 2^8 \quad b = 2^6$$

$$c = 7^{17} \cdot 2^{12}$$

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(12)

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

т.к. $\frac{a}{b}$ несократима, то $(a, b) = 1$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a^2 - 6ab + b^2 \equiv (a+b)^2 - 8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow 8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

Пусть $(a, m) \neq 1$

$$(a, m) = k, \quad k \neq 1$$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a \equiv k, \quad b \not\equiv k \Rightarrow (a+b) \not\equiv k, \text{ но } (a+b) \equiv 0 \pmod{m}, \quad m \equiv k$$

\Rightarrow противоречие

$$\Rightarrow (a, m) = 1$$

Аналогично: $(b, m) = 1$

$$\Rightarrow 8 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow m \mid 8$$

Пример где $m=8$: $a=1$ $b=7$

$$\frac{8}{1-6 \cdot 7 + 49} = \frac{8}{8} = 1$$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$8 > \sqrt{61} > 7$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < 0$$

не удовлетворяет

$$x \geq \frac{1}{7}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{1}{7}$$

Ответ: $\frac{2}{7}$; $\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

р4

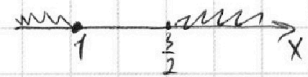
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Пусть $a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$
 $b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

ОДЗ:

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$



$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b) \quad | : (a - b) \neq 0$$

$$a - b = 0$$

$$a + b = 1$$

$$a = b$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$2 = 7x$$

$$x = \frac{2}{7}$$

~~$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$~~

~~$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$~~

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad |^2$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1 - 7x = -2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad |^2$$

$$7x - 1 \geq 0$$

$$x \geq \frac{1}{7}$$

$$49x^2 - 14x + 1 = 4 \cdot (2x^2 + 2x + 1)$$

$$41x^2 - 28x - 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} x \cdot (41x - 36) = 123 \\ x = 0 \\ \downarrow \\ \text{не подходит} \\ x \geq \frac{1}{7} \end{array}$$

$$41x = 36$$

$$x = \frac{36}{41}$$

$$D = 22^2 + (2 \cdot 41) = 976 > 0 \quad (2 \text{ корня})$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

Handwritten signature and scribbles.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Page

$$(1) \sqrt{(x+8)^2 + (ax+10b)^2} = 1$$

$$(2) x^2 + (ax+10b)^2 = 4$$

$$\begin{cases} D_1 = (16 + 20ab)^2 - 4(1+a^2)(63 + 100b^2) = 0 \\ D_2 = (20ab)^2 - 4(1+a^2)(100b^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

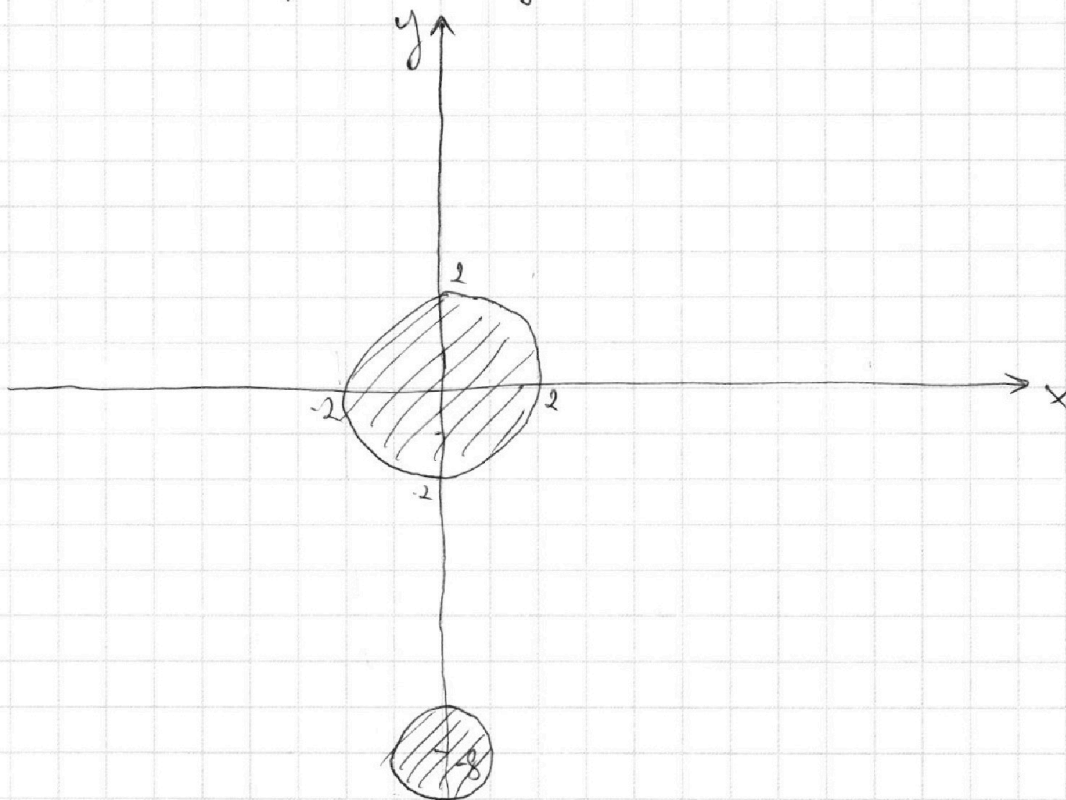
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Точками графика ~~неравенства~~ ~~равенства~~ $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$



Решением неравенства являются точки, принадлежащие или внутренней области окружностей.

Графиком $ax - y + 10b = 0$ является прямая

Система имеет ровно 2 решения, когда

прямая $y = ax + 10b$ касается обеих

окружностей.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$abc \rightarrow \min ?$$

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \quad k_1$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \quad k_2$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37} \quad k_3$$

$$abc \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$(abc)^2 = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot k_1 \cdot 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot k_2 \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot k_3 =$$

$$= 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k_1 k_2 k_3$$

т.е. $2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k_1 k_2 k_3$ - т.кв. $\Rightarrow k_1 k_2 k_3 : 2$

Тогда $k_1 = 2$
 $k_2 = 1$
 $k_3 = 1$

$$\begin{cases} ab = 2^{15} \cdot 7^{10} \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \end{cases}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2^2 \cdot 7^7} \quad a = \frac{c}{2^2 \cdot 7^7}$$

$$c^2 = 2^2 \cdot 7^7 \cdot 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$c^2 = 2^{22} \cdot 7^{44}$$

$$c = 2^{11} \cdot 7^{22}$$

$$k_3 = 2$$

$$\begin{cases} ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc = 2^{18} \cdot 7^{17} \\ ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \end{cases}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{1}{2^4 \cdot 7^7}$$

$$c^2 = 2^{20} \cdot 2^4 \cdot 7^7 \cdot 7^{37}$$

$b = \dots$ больше 7^{10}
 $c = \dots$ меньше 7^7

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$$
$$D_1 - D_2 = 16 \cdot (16 + 40ab) - 4(1+a^2) \cdot (63 + 100b^2 - 100b^2 + 4) = 0$$
$$16(16 + 40ab) - 4(1+a^2) \cdot 67 = 0$$
$$4 + 4a^2 \quad 4 \cdot 67 + 67 \cdot 4a^2 - 16^2 - 16 \cdot 40ab = 0$$
$$b = \frac{-67 \cdot 4a^2 + 16^2 - 467}{-16 \cdot 40a}$$

$$\frac{(20ab)^2}{(16 + 40ab)^2} = \frac{100b^2 - 4}{100b^2 + 63}$$
$$(100b^2 + 63)(20ab)^2 = (100b^2 - 4)(16 + 40ab)^2$$
$$100b^2 \cdot 400a^2b^2 + 63 \cdot 400a^2b^2 = \cancel{100b^2} \cdot \cancel{16}$$

80

$$\begin{array}{r} 49x^4 + 50x^2 - 99 \\ \underline{49x^4 - 49x^2} \\ 49x^3 + 50x^2 \\ \underline{49x^3 - 49x^2} \\ 99x^2 - 99 \end{array} \quad \begin{array}{l} x-1 \\ \hline 49x^3 + 49x^2 + 99 \end{array}$$

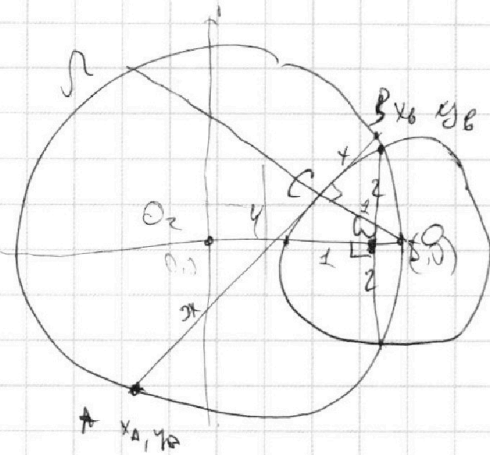
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$d^2 = d^2 - r^2$$

$$n = 8$$

$$y = 0$$

$$1 - 1$$

$$y = 0 \cdot x + 0$$

$$(x - 5)^2 + y^2 = 1$$

$$A, B: x^2 + y^2 = 25$$

$$y = kx + b$$

$$y = kx + b$$

C?

$$(a, b) = 1$$

$$m \neq fab$$

$$fab; m$$

$$m \neq fab$$

$$m \neq uab$$

$$m = 2ab, \text{ other } b = 1$$

$$m = ab$$

$$a + b = m$$

$$a^2 = fab + b^2; m$$

$$a + b^2 = fab; m$$

$$\begin{cases} +sab; m \\ a+b; m \end{cases}$$

$$gab + a + b = a(sb + 1) + b$$

$$a + b \quad ab$$

$$a(b + 1) + b = 8$$

$$a + b; 2ab$$

$$\sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} =$$

$$\begin{cases} b = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$a + 1; 2a$$

$$= \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}$$

$$x_A^2 + x_C^2 - 2x_A x_C + y_A^2 + y_C^2 - 2y_A y_C = 49 x_B^2 + \dots$$

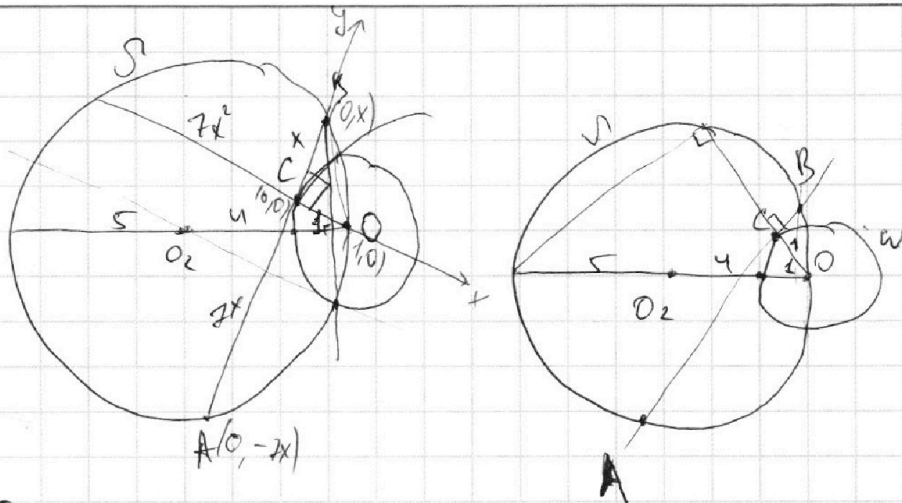
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

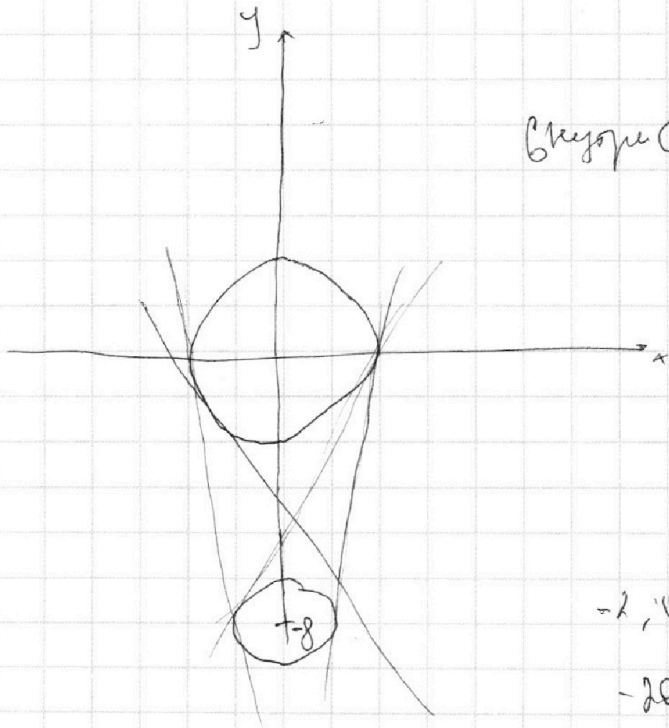


$\frac{AC}{BC}$
 $AB = ?$
 $dy A = 49x^2 =$
 $= AO^2 - 1$

№6

1 решение

В центре



подчеркнул мид осям
 мид круга окружности

$y = ax + 10b$

$-2, 10$

$-2a = 0$

$(x+8)^2 + (ax + 10b)^2 = 1$
 ~~$x^2 + (ax + 10b)^2 = 4$~~

$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$
 $x^2(a^2+1) + x(16+20ab) + 100b^2+63 = 0$

$(16+20ab)^2 - 4(a^2+1)(100b^2+63) = 0$

$(20ab)^2 - 4(a^2+1)(100b^2-4) = 0$

$16 \cdot (16+40ab) - 4(a^2+1)(67) = 0$
 $16^2 + 16 \cdot 40ab - 4 \cdot 67a^2 - 4 \cdot 67 = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$n \in \mathbb{Z}$

$(a, b) = 1$

$a, b \in \mathbb{N}$

$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$

$M \rightarrow \max ?$

$a+b = 5b = -2b$

$\begin{cases} a+b : m \\ a^2 - 6ab + b^2 : m \end{cases}$

$a \times m$
 $b \times m$

$a \equiv -b \pmod{m}$

\oplus

$b^2 + 6b^2 + b^2 \equiv 0 \pmod{m}$

$\begin{cases} 8b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ 8a^2 \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$

$m \geq 8$

$(a+b)^2 - 8ab \equiv 0$
 $-8ab \equiv 0$

$(a, b) = 1 \quad 8ab \equiv 0 \pmod{m}$

Если m — чл $\Rightarrow a, b$ — чл

$a \geq b$

$\begin{cases} 8ab : m \\ a+b : m \end{cases}$

$m \leq 8ab$
 $m \leq a+b \leq 8ab$

$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{m \cdot z_1}{m \cdot z_2} = \frac{m \cdot z_1}{(m \cdot z_1)^2 - m \cdot z_2} = \frac{z_1}{m z_1^2 - z_2}$

$m \leq a+b$

$8ab = k(a+b)$

$a+b : m$
 $a^2 - 6ab + b^2 : m$

$8ab : m$
 $m = 8 \rightarrow 8 \times$

$a \equiv k_1 z_1$
 $b \equiv k_2 z_2$

$m = k_1 \cdot k_2 \cdot 2^i$
 $k_1 z_1 + k_2 z_2 \equiv m$
 $k_1 z_1 + k_2 z_2 \equiv k_1 k_2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~а) б) очень вхождение 7 б а по 10 и 10~~
~~- 11- в с по 10 и 10~~

ac - сумм. др входы 7 и меньше 37

сумма $k_1 k_2 : 7^{20}$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{20}$$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$(abc)^2 = 2^{61} \cdot 7^{14} \cdot 2 \cdot 7^{10}$$

$$abc = 2^{30} \cdot 7^{37}$$

$$a = 7^{20} \cdot 2^{14}$$

$$c = 7^{17} \cdot 2^{18}$$

$$b = 2^{20} \cdot 7^6$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{20}$$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\frac{8}{49} - \frac{10^{12}}{7} + 3 = \frac{8 - 70 + 349}{49} = \frac{85}{49}$$

$$\frac{8}{49} + \frac{4^2}{7} + 1 = \frac{8 + 18 + 49}{49} = \frac{85}{49}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 - 7x$$

a
 b
 $a^2 - b^2$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b)$$

$$a - b = 0$$

$$a = b$$

$$a + b = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$$x_0 = \frac{5}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{4}$$

$$x_0 = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$y_0 = \frac{2 \cdot 25 - 25 + 3}{16} = \frac{25 + 3}{16} = \frac{28}{16} = \frac{7}{4}$$

$$x_1 = 1$$

$$y_0 = 2 \cdot \frac{1}{4} - 1 + 1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{5}{4} = \frac{1}{2}$$

~~$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 - 7x$~~

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 12 \\ \hline 82 \\ 41 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 41 \\ \hline 12 \\ 48 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$= \frac{-2}{16}$$

$$484 + 492 = 976 = 2^2 \cdot 20$$

$$\frac{2}{7} \quad (41)$$

$$\frac{36}{41} \quad (7)$$

$$484 + 492 =$$

$$82$$

$$216$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ + 492 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ + 492 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$976 = 4 \cdot 244 = 4 \cdot 4 \cdot 61$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

~~108~~

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 34 \\ \hline 136 \\ 102 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

$$\frac{25}{41}$$

$$\frac{1}{7} \quad (41)$$