



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3.

Пусть  $ab = k \cdot 2^{19} \cdot 7^{10}$ ;  $bc = l \cdot 2^{17} \cdot 7^{17}$ ;  $ac = m \cdot 2^{20} \cdot 7^{27}$ , где  $k, l, m$  - натуральные числа (это возможно по условию делимости и  $a, b, c \in \mathbb{N}$ )

$$\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = klm \cdot 2^{19+17+20} \cdot 7^{10+17+27} = 2^{56} \cdot 7^{54} \cdot klm$$

Но т.к. это  $(abc)^2$ , то степень востепенения каждой дроби должна быть четной  $\Rightarrow klm : 2 \Rightarrow klm \geq 2$ .

$$\Rightarrow (abc)^2 \geq 2^{51} \cdot 7^{49} \cdot 2 = 2^{52} \cdot 7^{49}$$

$$\Rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 7^{24.5} \text{ (неверно)} \quad \text{Но } abc : ab : 7^{27}$$

$$\Rightarrow abc : 2^{26}, abc : 7^{27} \Rightarrow abc : 2^{26} \cdot 7^{27} \Rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 7^{27} \text{ (оценка)}$$

Пример:  $a = 2^8 \cdot 7^{20}$ ,  $b = 2^6$ ,  $c = 2^{12} \cdot 7^{17}$

Ответ:  $2^{26} \cdot 7^{27}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.

НОД  $(a, b) = 1$  по условию.

Пусть  $\begin{cases} (a+b):m \\ (a^2-6ab+b^2):m \end{cases}$ , т.е. дроби  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$  сократима на  $m$ .

$$a^2-6ab+b^2 = (a+b)^2 - 8ab : m \quad \text{и} \quad (a+b):m \Rightarrow (a+b)^2 : m \Rightarrow 8ab : m$$

Пусть НОД  $(a, m) = d_1$ , НОД  $(b, m) = d_2$ ,  $a = d_1 \cdot a_1$ ,  $b = d_2 \cdot a_2$ .

Пусть примем, очевидно  $(a, d_2) = (b, d_1) = 1$ , иначе не выполняется  $(a, b) = 1$ .

По предположению  $\begin{matrix} a+b : m \\ \uparrow d_1 \quad \uparrow d_1 \end{matrix} \Rightarrow b : d_1$ . Однако  $(b, d_1) = 1$  это возможно только при  $d_1 = 1$ .

Аналогично  $b, m : d_2 \Rightarrow a : d_2 \Rightarrow d_2 = 1$

$\Rightarrow 8ab : m$ , где  $a$  и  $b$  взаимнопросты с  $m \Rightarrow 8 : m \Rightarrow m \leq 8$ . — оценка.

Пример:  $a=3, b=5 \Rightarrow$  дроби имеют вид  $\frac{3+5}{9-6 \cdot 3 \cdot 5+25} = \frac{8 \cdot 3}{-56} = -\frac{1}{7}$

Ответ: при  $m=8$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

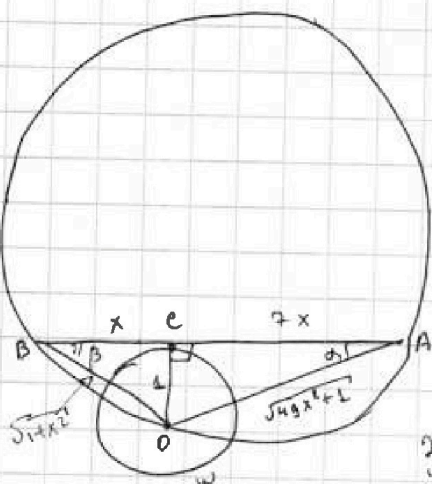
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.



Пусть  $BC = x \Rightarrow AC = 7x$ ,  $O$  - центр  $\omega$

$OC \perp AB$  по свойству касательной.

$\Rightarrow \triangle OCA$  и  $\triangle OCB$  - прямоугольные ( $\angle C = 90^\circ$ )

$\Rightarrow$  по т. Пифагора  $OA = \sqrt{1+49x^2}$ ,  $OB = \sqrt{1+x^2}$

$\Rightarrow \sin \angle BAO = \sin \angle CAO = \frac{OC}{OA} = \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}$

Запишем т. синусов для  $\triangle ABO$ :

$$\frac{OB}{\sin \angle BAO} = 2 \cdot 5 \quad \uparrow \text{ радиус } \omega \text{ по условию}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{1+x^2}}{1/\sqrt{49x^2+1}} = 10 \quad \Rightarrow \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{49x^2+1} = 10 \quad \uparrow^2$$

$$(1+x^2)(49x^2+1) = 49x^2 + 50x^2 + 1 = 100$$

Решаем биквадратное уравнение:  $49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$ .

$$D_{11} = 25 + 49 \cdot 99 = 625 + 4881 = 5476 = 74^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2} = \frac{-25 - 74}{49} < 0 \text{ П.К.}$$

$$\sqrt{x^2} = \frac{-25 + 74}{49} = 1 \quad \Rightarrow x = 1.$$

$$AB = BC + AC = x + 7x = 8x = 8.$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \quad \text{ООЗ: } \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1 \\ D_2 = 1 - 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5 \pm 1}{4} = 1 \\ x \geq \frac{5 \pm 1}{2} = 2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Введём замену:  $a = 2x^2 - 5x + 3$ ,  $b = 2x^2 + 2x + 1$ .

Тогда уравнение примет вид  $\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$

$$a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{b} + \sqrt{a}) = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\downarrow$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0 \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \end{cases} \quad \text{подставим обратно } x:$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1 \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ \text{и другие корни}

смотрим эти 2 уравнения.$$

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x, \text{ возведём в квадрат (ООЗ: } 3 - 7x \geq 0, x \leq \frac{3}{7} \text{)}$$

$$4(2x^2 - 5x + 3) = 9 - 42x + 49x^2$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D_{41} = 121 + 3 \cdot 41 = 244 = 4 \cdot 61 = (2\sqrt{61})^2 \quad 15^2 = 225 < 244 < 256.$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} \text{ удовл. ООЗ} \\ x_2 = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{3}{7} \end{cases}$$

$$15 \downarrow 2\sqrt{61} < 16$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5.

Уравнения прямых, содержащих стороны паралл-ма:

$$\begin{cases} PD: y + 2x = 0, & y = -2x \\ QR: y + 2x - 30 = 0, & y = 30 - 2x \\ PQ: y - 24 = 0, & y = 24 \\ OR: y = 0 \end{cases}$$

Пусть точки A и B лежат на прямых, описываемых уравнениями  $y = a - 2x$  и  $y = b - 2x$  соответственно (т.е. это прямые, проведенные через т. А и т. В, параллельные PD и QR)

По условию, чтобы пара {A; B} имела подгодили, должно выполняться  $2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12$ , т.е.  $b - a = 12$ ,  $b = 12 + a$ .

Заметим, что если  $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z}$ , то  $a, b \in \mathbb{Z}$

При этом  $0 \leq a, b \leq 30$ , чтобы точки A и B не оказались снаружи стороны PD стороны QR

$\Rightarrow$  существует 19 пар прямых, на которых лежат бы A и B: при  $a=0, b=12; a=1, b=13, \dots, a=18, b=30$ .

При этом каждая из ~~этих~~ прямых вида  $y = 2k - 2x$  имеет 19 целых точек внутри и на границе параллелограмма, т.е. решений системы

$$\begin{cases} y = 2k - 2x \\ 0 \leq y \leq 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq 2k - 2x \leq 24 \\ 0 \leq k - 2x \leq 12 \end{cases} \Rightarrow k - 12 \leq x \leq k, \text{ т.е. } x \in \{k-12, k-11, \dots, k-1, k\}$$

А каждая прямая вида  $y = 2k+1 - 2x$  имеет 12 точек внутри параллелограмма.

$$\begin{cases} y = 2k+1 - 2x \\ 0 \leq y \leq 24 \\ 0 \leq 2k+1 \leq 30 \end{cases}, y, k, x \in \mathbb{Z} \Rightarrow 0 \leq 2k+1 - 2x \leq 24 \Rightarrow 2(k+1/2) - 1 \leq 2x \leq 2k+1$$

$$k + 1/2 - 1/2 \leq x \leq k + 1/2$$

$$\Rightarrow \text{при } x \in \mathbb{Z} \quad k - 1/2 + 1/2 \leq x \leq k$$

$$\Rightarrow x \in \{k-1/2, k-1/4, \dots, k-1/4, k\}$$

Среди 19 пар прямых через т. А и т. В  $9, 8, 2$ ,

в 8 -  $a, b \neq 2$ . Т.е. для всех точек, лежащих на прямой вида  $y = t - 2x$   $y + 2x = t = \text{const}$ ,

то для каждой выбранной прямой ( $y = a - 2x$  или  $y = b - 2x$ ) нам подходит все (любые) целые точки этой прямой внутри параллелограмма.

$\Rightarrow$  по правилу сложения и умножения всего пар точек A и B

$$y \text{ нас } 9 \cdot 13 \cdot 13 + 8 \cdot 12 \cdot 12 = 2673.$$

↑ пар точек на y=a-2x  
↑ пар точек на y=b-2x  
↑ пар точек на y=0

Ответ: 2673

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

МОФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!

№6.

Заметим, что  $(x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0$  — уравнение <sup>кривая</sup> окружности с центром  $(-8; 0)$  и радиусом  $\sqrt{1} = 1$ ,  
 $x^2 + y^2 - 4 \leq 0$  — с центром  $(0; 0)$  и радиусом 2.

Примем эти кривые не имеют общих точек. (мин.  $x$  для второй  $x = -2$ , т.к.

$$x^2 - 4 \leq -y^2 \leq 0 \Rightarrow |x| \leq 2 \text{ макс. } x \text{ для первой: } x = -2, \text{ тк. } (x+8)^2 - 1 \leq -y^2 \leq 0$$

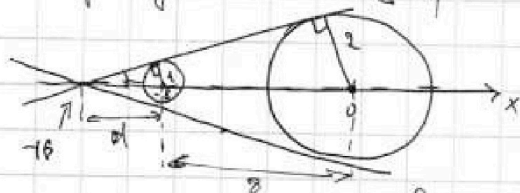
$$\Rightarrow (x+8) \leq 1 \text{ ; } -7 < -2 \Rightarrow \text{неравенство } ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

верно для всех точек этих кривых, и только для них.

С каждой из кривых любая прямая плоскости может иметь либо 0, либо 1 (касание), либо бесконечно много точек (секущая).

Т.к.  $ax - y + 10b = 0$  — уравнение прямой, и система должна иметь ровно 2 решения, то эта прямая должна иметь в сумме с двумя кривыми ровно 2 общие точки  $\Rightarrow$  по 1 с каждой  $\Rightarrow$  это одна из 4х общих касательных.

1) рассмотрим две внешние общие касательные. В силу симметрии они пересекутся на линии центров кривых (в данном случае —  $Ox$ ), образуют равные углы  $\alpha$  с этой осью.



Пусть расстояние от точки пересечения касат. до центра меньшего круга —  $d \Rightarrow$  до другого центра  $d+8$  (т.к.  $0 - (-8) = 8$ )

Радиусы, проведенные в точки касания одной из касательных, перпендикулярны ей  $\Rightarrow$  параллельны друг другу  $\Rightarrow$  с  $Ox$  и этой касат. образуют подобные треугольн.  $\Delta \Delta \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{2}{d+8}$ , где  $1$  и  $2$  — диаметры радиусов.

$$\Rightarrow d+8 = 2d \Rightarrow d = 8$$

В меньшем из треугольников найдем второй катет по т. Агониора:  $\sqrt{8^2 - 1} = \sqrt{63}$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{63}} = \frac{\sqrt{63}}{63}$$

По условию касательные имеют уравнение  $y = ax + 10b \Rightarrow a$  — тангенс угла, который образует касательная с положительн. направлением  $Ox \Rightarrow$  для внешних касательных

$$a = \pm \frac{\sqrt{63}}{63}$$

2) Аналогично для внутренних общих касательных:

Только они уже образуют угол  $\beta$  с  $Ox$ .

Запишем аналогичные отношения подобия:  $\frac{d'}{2} = \frac{8-d'}{2}$

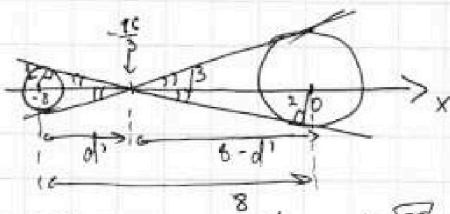
$$\Rightarrow 2d' = 8 - d' \Rightarrow d' = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow \text{второй катет в меньшем треугольнике } \sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2 - 1} = \frac{\sqrt{55}}{3} \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\sqrt{55}} \cdot 3 = \frac{3\sqrt{55}}{55}$$

$\Rightarrow$  для <sup>внутренних</sup> касательных  $a = \pm \frac{3\sqrt{55}}{55}$

Для каждой из 4х случаев мы знаем точку на прямой  $(-10; 0)$  или  $(-\frac{10}{3}; 0)$  и ее координаты  $\Rightarrow$  можно восстановить  $10b$  и  $b$ ,  $b$  будет существовать.

$$\text{Ответ: } a \in \left\{ -\frac{\sqrt{63}}{63}; +\frac{\sqrt{63}}{63}; -\frac{3\sqrt{55}}{55}; +\frac{3\sqrt{55}}{55} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

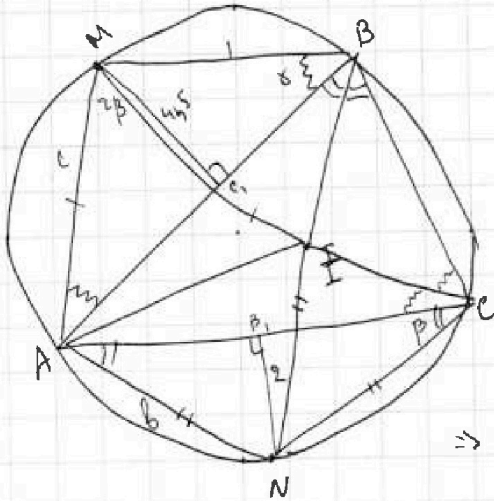
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7



Покажем о треугольнике  $AM=MB=MI$ ,  
 $AN=NC=NI$ , где  $I$  - центр  
вписанной окружности  $\triangle ABC$  (т.е. пер. биссектр.)

Пусть  $C_1, B_1$  - основания перпендикуляров  
из  $M$  на  $AB$  и из  $N$  на  $AC$  соответственно.

$I = CM \cap BN$ , т.к.  $BN$  и  $MC$  - биссектрисы  
(дуги  $AN$  и  $NC$ ,  $AM$  и  $MB$  равны).

Пусть  $\angle ABC = 2\beta$ ,  $\angle ACB = 2\gamma$   
 $\Rightarrow \angle AMI = \angle AMC = \frac{\angle AC}{2} = \angle ABC = 2\beta$ ,

$\Rightarrow \triangle AMI$  по т. синусов ( $AM=MI=c \neq MB$ ):

$$AI^2 = c^2 + c^2 - 2c \cdot c \cdot \cos 2\beta = 2c^2(1 - \cos 2\beta) = 2c^2 \cdot 2\sin^2 \beta$$

$$\Rightarrow AI = 2c \cdot \sin \beta. \quad (1)$$

$$\angle AIN = \frac{\angle AN}{2} = \angle ABN = \frac{\angle ABC}{2} = \beta \Rightarrow \text{вспомог. } \triangle CB_1N \sin \beta = \frac{B_1N}{NC} = \frac{2}{8}, \text{ где}$$

$$B = AN = NI = NC.$$

Аналогично  $\angle MBA = \angle MCA = \gamma$ ,  $\triangle MBC$ ,  $\sin \gamma = \frac{4,5}{c}$

Пусть  $R$  - радиус опис. окр.  $\triangle ABC \Rightarrow \triangle AMB$  по т. синусов  $\frac{c}{\sin \gamma} = 2R$ ,  
в  $\triangle AIN$  по т. синусов  $\frac{b}{\sin \beta} = 2R$

$$\Rightarrow \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{c}{4,5/c} = \frac{c^2}{4,5} = 2R = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{b}{2/8} = \frac{b}{2} \Rightarrow \frac{c^2}{9} \cdot 2 = \frac{b^2}{2} \Rightarrow \frac{c}{8} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Пусть } c = 3y, \quad b = 2y. \Rightarrow \sin \beta = \frac{2}{8} = \frac{2}{2y} = \frac{1}{y}.$$

$$\text{Подставим } c \text{ и } \sin \beta \text{ в (1): } AI = 2 \cdot 3y \cdot \frac{1}{y} = 6.$$

Ответ: 6.





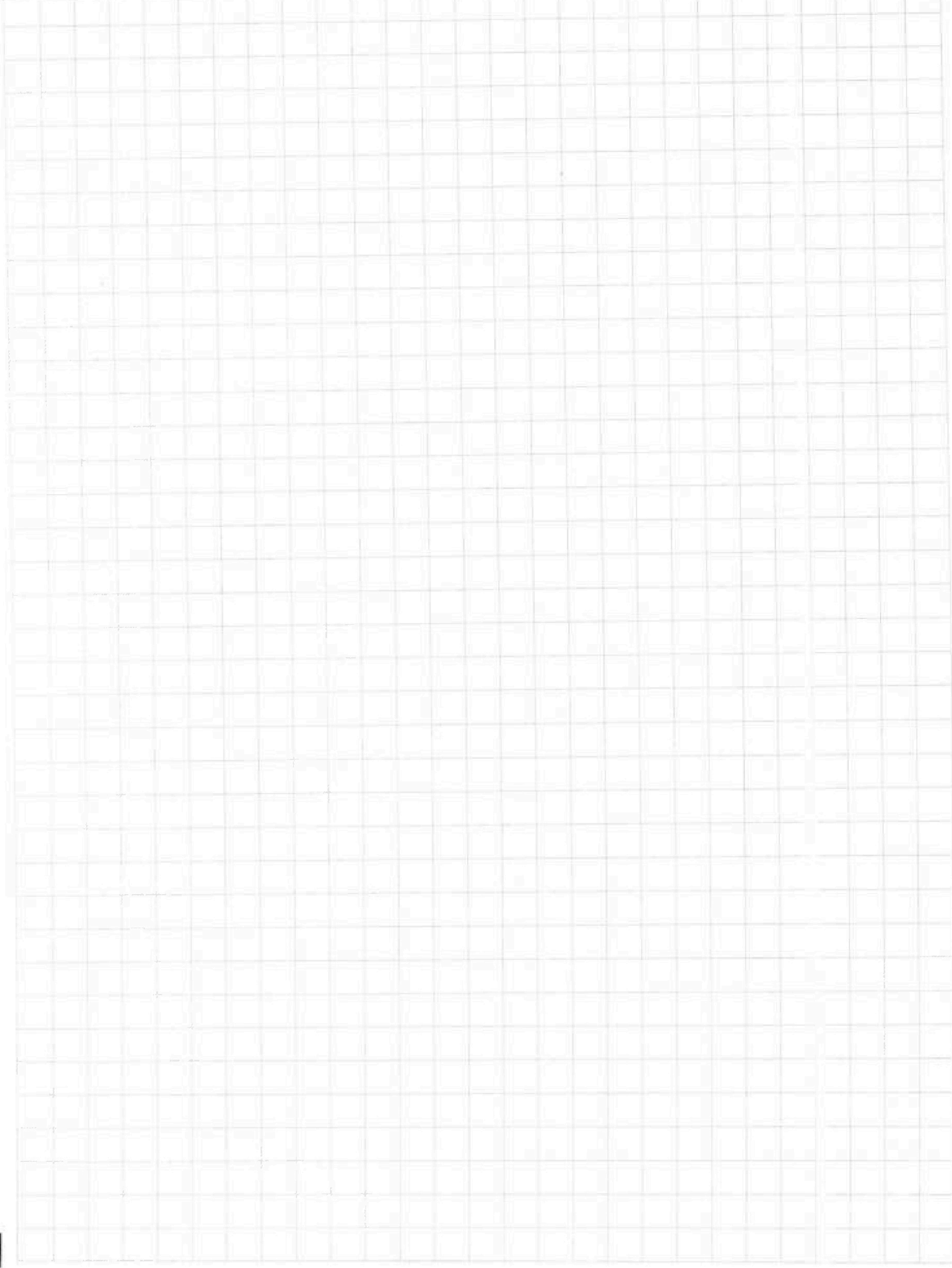
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

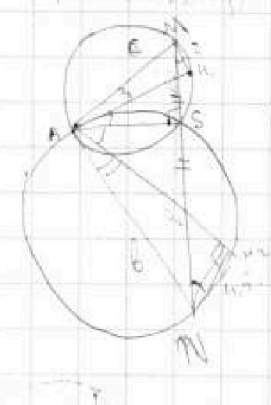
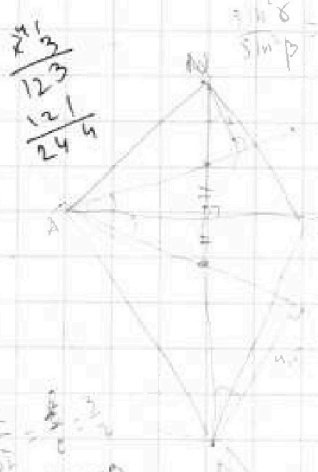
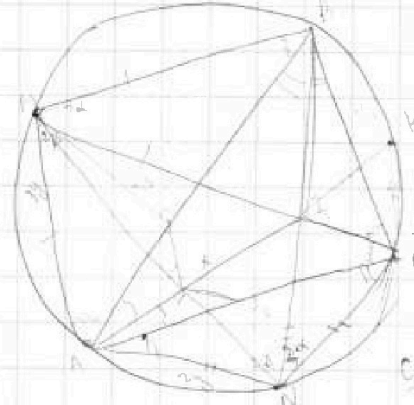
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

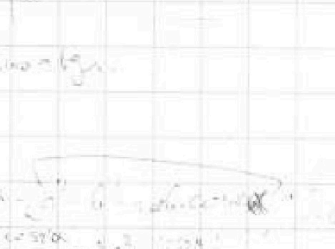
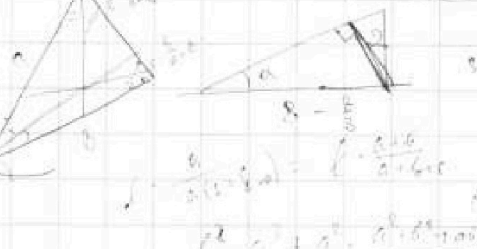
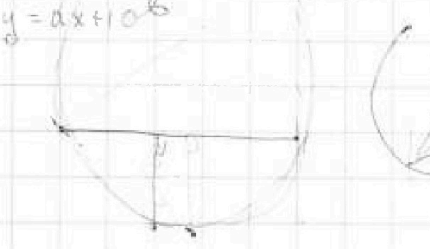
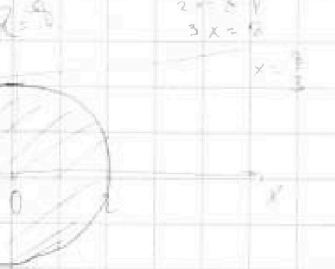
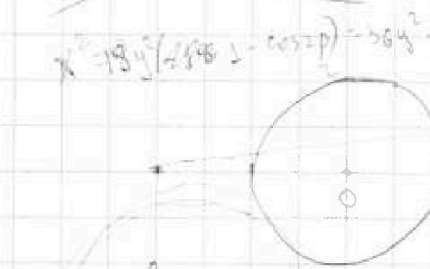
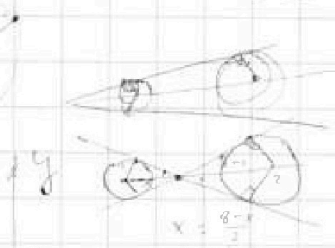
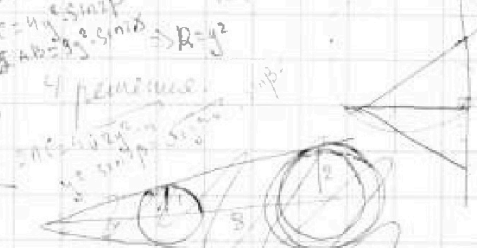


$\sin \alpha = \frac{a}{c}; \sin \beta = \frac{b}{c}, \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ 
 $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \sin 2\gamma = 0 \Rightarrow 2\cos^2 \alpha - 1 + 2\cos^2 \beta - 1 + 2\sin \alpha \sin \beta = 0$



$\frac{c^2}{a^2} = \frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{a^2}$ 
 $\frac{c^2}{a^2} = \frac{b^2}{a^2} + 1$ 
 $\frac{c^2}{a^2} = \frac{b^2 + a^2}{a^2}$ 
 $\frac{c}{a} = \frac{b + a}{a}$ 
 $\frac{c}{a} = \frac{b}{a} + 1$ 
 $\frac{c}{a} = \frac{3}{2}$

$\begin{cases} ax + y + 10b = 0 \\ (x+y)^2 + y^2 - 1 = 0 \end{cases}$



$9x^2 + 2x + 3 - 2x^2 + 5x - 3 = 7x - 2$ 
 $5a^2 - 5b^2 = a - b \cdot p^2$ 
 $a + b - 2\sqrt{ab} = a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2 - 4ab$ 
 $(a+b)(a+b-1) = 2ab(2\sqrt{ab}-1)$ 
 $a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b}$ 
 $a - \sqrt{a} = b + \sqrt{b}$ 
 $a^2 + 2a\sqrt{a} + b = b^2 + 2b\sqrt{b} + 4$ 
 $a^2 - b^2 = 6 + a + 2\sqrt{ab} - (b + 5a)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

*Черновики*

$ab \cdot 2^{14} \cdot 2^8$   
 $bc \cdot 2^{11} \cdot 2^8$   
 $ac \cdot 2^{14} \cdot 2^8$

$a+b = m$   
 $a^2+b^2 = m^2 - 2ab$   
 $(a-b)^2 = m^2 - 4ab$

$96$   
 $144$   
 $352$

$2 \cdot 5^2 = 50$   
 $2 \cdot 17^2 = 578$   
 $2 \cdot 13^2 = 338$   
 $2 \cdot 11^2 = 242$   
 $2 \cdot 7^2 = 98$   
 $2 \cdot 3^2 = 18$   
 $2 \cdot 2^2 = 8$

$a \cdot b \cdot c = 96$   
 $a+b+c = 28$   
 $a^2+b^2+c^2 = 224$

$8_1 = 6 = 12$   
 $8_2 = 6 = 12$

$R_1 = 5$ ,  $R_2 = ?$

$49x^2 + 490x - 95 = 0$   
 $D = 49^2 - 4 \cdot 49 \cdot (-95) = 2401 + 18620 = 21021$   
 $x = \frac{-49 \pm \sqrt{21021}}{98}$

$49x^2 + 490x - 95 = 0$   
 $49x^2 + 490x + 1 + 9(7x)^2 + 2(2-7x)\sqrt{2x^2+2x+1} - 95 = 0$

$49x^2 - 95x + 2 + 2(2-7x)\sqrt{2x^2+2x+1} = 0$

$x \leq 1$   
 $x \geq \frac{1}{2}$

$49x^2 + 490x + 1 \geq 0$   
 $49x^2 - 95x + 3 \leq 0$   
 $49x^2 - 95x + 2 \geq 0$   
 $49x^2 - 95x + 1 \leq 0$

$D_1 = 49^2 - 4 \cdot 49 \cdot 1 = 2401 - 196 = 2205$   
 $D_2 = 49^2 - 4 \cdot 49 \cdot 3 = 2401 - 588 = 1813$   
 $D_3 = 49^2 - 4 \cdot 49 \cdot 2 = 2401 - 392 = 2009$   
 $D_4 = 49^2 - 4 \cdot 49 \cdot 1 = 2401 - 196 = 2205$

$x_1 = \frac{49 - \sqrt{2205}}{98}$   
 $x_2 = \frac{49 + \sqrt{2205}}{98}$   
 $x_3 = \frac{49 - \sqrt{1813}}{98}$   
 $x_4 = \frac{49 + \sqrt{1813}}{98}$   
 $x_5 = \frac{49 - \sqrt{2009}}{98}$   
 $x_6 = \frac{49 + \sqrt{2009}}{98}$

$49x^2 - 21x + 2 = 2(7x-2)\sqrt{2x^2+2x+1}$   
 $49x^2 - 21x + 2 = 2(7x-2)\sqrt{2x^2+2x+1}$   
 $49^2x^4 - 49 \cdot 21x^3 + 49 \cdot 2x^2 = 4(49x^2 - 21x + 2)(2x^2 + 2x + 1)$   
 $49^2x^4 - 49 \cdot 21x^3 + 98x^2 = 4(49x^2 - 21x + 2)(2x^2 + 2x + 1)$   
 $49^2x^4 - 49 \cdot 21x^3 + 98x^2 = 4(49x^2 - 21x + 2)(2x^2 + 2x + 1)$   
 $49^2x^4 - 49 \cdot 21x^3 + 98x^2 = 4(49x^2 - 21x + 2)(2x^2 + 2x + 1)$

$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$

$x_1 = \frac{1}{2}$   
 $x_2 = 1$   
 $x_3 = \frac{1}{2}$   
 $x_4 = 1$   
 $x_5 = \frac{1}{2}$   
 $x_6 = 1$

$4 \cdot 11 - 9 \cdot 2 = 44 - 18 = 26$

$x_1 = \frac{1}{2}$   
 $x_2 = 1$   
 $x_3 = \frac{1}{2}$   
 $x_4 = 1$   
 $x_5 = \frac{1}{2}$   
 $x_6 = 1$

$4 \cdot 11 - 9 \cdot 2 = 44 - 18 = 26$

$x_1 = \frac{1}{2}$   
 $x_2 = 1$   
 $x_3 = \frac{1}{2}$   
 $x_4 = 1$   
 $x_5 = \frac{1}{2}$   
 $x_6 = 1$