



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$n \downarrow$

Посмотрим на степени 7:

Т.к.  $11 + 18 < 39$ , то 11 и 18 не являются  
обе минимальными, на которое делится.

Тогда сумма степеней хотя бы 39.

Пусть  $\deg_7(a) = 18$ ;  $\deg_7(b) = 11$ ;  $\deg_7(c) = 20$ :

Тогда  $\deg_7(ab) = 19 \geq 11$ ;  $\deg_7(bc) = 20 \geq 18$ ;

$\deg_7(ac) = 39 \geq 39$ .

Посмотрим на степени 2:

Пусть  $\deg_2(a) = x$ ;  $\deg_2(b) = y$ ;  $\deg_2(c) = z$ .

Тогда:

$x + y \geq 15$ ;  $y + z \geq 17$ ;  $z + x \geq 23$ .

Тогда  $2(x + y + z) \geq 55$

$x + y + z \geq \lceil \frac{55}{2} \rceil = 28$

Пусть  $x = 10$ ;  $y = 5$ ;  $z = 13$ :

Тогда:  $\deg_2(ab) = 15 \geq 15$ ;  $\deg_2(bc) = 18 \geq 17$ ,

$\deg_2(ac) = 23 \geq 23$ .

Ответ:

Тогда произведение минимал:  $2^{28} \cdot 7^{39}$ .

если представить  $a = 2^{10} \cdot 7^{18}$ ;  $b = 2^5$ ;  $c = 2^{13} \cdot 7^{20}$

это выполняется  
также

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порука QR-кода недопустима!

№ 2  
Т.к.  $\frac{a}{b}$  несократима, то  $\text{НОД}(a, b) = 1 \Rightarrow$   
прост.  
пусть  $p$  - делитель  $a+b$ . Тогда он не является  
ни делителем  $a$ , ни делителем  $b$  (иначе

пусть не уменьшая общности  $a: p, b \not\equiv p \Rightarrow$   
 $\Rightarrow a+b = \overset{a}{pd} + \overset{b}{(p \cdot n)}$   $= p(d+n) + r \not\equiv p$ .  
 $r \neq 0$

Тогда запишем  $a+b = pq$ .

Тогда  $a^2 + 2ab + b^2 = pk$ .

$a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = pk$

$(a+b)^2 - 2ab = pk$

$p^2 q^2 - 2ab = pk$

$p(pq^2 - k) = 2ab : p. \quad a \not\equiv p, b \not\equiv p \Rightarrow 2 : p.$

Значит  $p = 3$ . Также возможен вариант

$m = 9$ , т.к.  $a$  и  $b \not\equiv 3$ ,  $9$  подходит. Пример:

$a = 1; b = 8 : \frac{1+8}{1+2 \cdot 8 \cdot 1 - 8^2} = \frac{9}{1-56+64} = \frac{9}{9} = 1.$

Ответ:  $m = 9$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



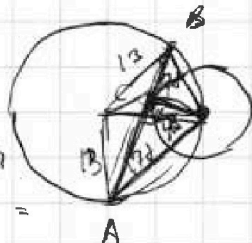
$$11 + 18 + 39 = 2(ac + bc)$$

4 7

$$a + b + c = 34$$

$$\frac{a+b}{a^2+7ab+b^2} = \frac{km}{nm}$$

$$\sqrt{49d^2+49} =$$



НОД  $(a,b) = 1$   
 $a+b : p$      $a : p$   
 $b : p$

$$a+b = pk$$

$$a^2+7ab+b^2 = pq$$

$$(a+b)^2 - 9ab = pq$$

$$pk - 9ab = pq$$

$$\Rightarrow 9ab = p(k-q)$$

$$\frac{1+2}{1-14+4} = \frac{3}{9}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 > 0 \\ 3x^2 + 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

$$49d^2 + 49 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cos \alpha$$

$$17d^2 + 49 = 2 \cdot 13^2 \cos \beta$$

$$3x^2 - 6x + 2 \sqrt{3x^2 + 3x + 1} - 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 81x^2 - 18x + 4$$

$$6x^2 - 3x + 2 - 2\sqrt{\dots} = 81x^2 - 18x$$

$$-2\sqrt{\dots} = 75x^2 - 15x + 2$$

$$4(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) = (75x^2 - 15x + 2)^2$$

$$4(9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2)$$

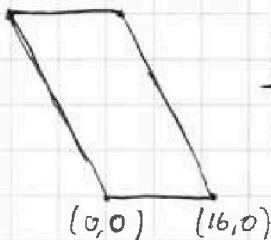
$$= (75^2 x^4 - 2 \cdot 75 \cdot 15 x^3 + 2 \cdot 2 \cdot 75 x^2 + 15^2 x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 15 x + 4)$$

$$4(9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2) = 75^2 x^4 - 30 \cdot 75 x^3 + 4 \cdot 75 x^2 + 15^2 x^2 - 4 \cdot 15 x + 4$$

$$0 = x^4(75^2 - 36) - x^3(30 \cdot 75 - 36) + x^2(15^2 + 4 \cdot 75 + 36) - 4 \cdot 15 x - 4$$

1	1
2	4
3	0
4	7
5	7
6	0
7	4
8	1

$(-13, 26)$      $(3, 26)$



$$\begin{cases} 49d^2 + 49 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cos \alpha \\ 17d^2 + 49 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cos \beta \\ 34d^2 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cos(\alpha + \beta) \end{cases}$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{49(1+d^2)}{2 \cdot 13^2}$$

$$\cos \beta = 1 - \frac{49(1+d^2)}{2 \cdot 13^2}$$

$$34d^2 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 (\cos \alpha \cos \beta) - \text{windings}$$



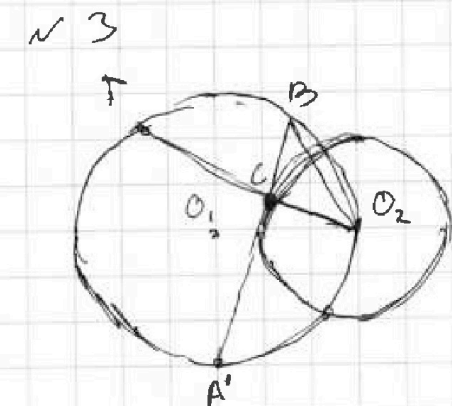
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $O_1$  и  $O_2$  - центры  
окружностей  $\Omega$  и  $\omega$  соотв.

Пусть  $T$  - вторая т. пересеч  
 $O_2C$  с  $\Omega$ . Отметим т.

$A'$  так, что  $\angle A'O_1O_2 = 90^\circ$ .

Докажем, что это положение нашей т.  $A'$   
монотонно

т.к. при  $\uparrow$  изменении угла  $A'O_1O_2$ ,  $\frac{AC}{CB}$  монотонно

изменяется (при уменьш ( $A' \rightarrow \omega \cap \Omega$ ))

$\frac{AC}{CB} \rightarrow 0$ ; при увелич ( $B \rightarrow \omega \cap \Omega$ )  $\frac{AC}{CB} \rightarrow \infty$ ).

Значит. только 1 расположение вершин.

т.к.  $\angle A'O_1O_2 = 90^\circ$ , то  $A'O_2^2 = A'O_1^2 + O_1O_2^2 = A'C^2 + CO_2^2 =$

$= A'C^2 + r^2 = 1^2 + 7^2$ . Отсюда  $\angle A'BO_2 = \frac{\angle A'O_1O_2}{2} = 45^\circ$

$\Rightarrow \angle BCO_2 = 90^\circ \Rightarrow CB = CO_2 = 7 \Rightarrow \frac{A'B}{BC} = \frac{17}{7} \Rightarrow A'$  - есть

точка  $A \Rightarrow AB = AC + BC = 24$ .

Ответ:  $AB = 24$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

n 5

Наш паралелограмм имеет сторону, паралл  
ОХ, и сторону, паралл  $y = -2x$ .

Отсюда пусть  $y_1 = y_2 \Rightarrow x_2 - x_1 = 7$ .

$\Rightarrow$  на одной прямой возможно взять 10 или  
9 точек (в зависимости от количества  
расположенных на прямой точек}; 14 по 10

(13 по 9). Если  $y_1 = y_2 + 2$ , то  $x_2 - x_1 = 8$ .

Также на варианты расположить вдоль эти точки  
паралл переносом вдоль  $\perp$  прямой: 10 или 9

13 по 10, 12 по 9). Тогда сразу заметит,  
что при увелич  $y_1 - y_2$ , мы передвигаемся

вдоль стороны  $\parallel y = -2x$ .  $\Rightarrow$  на каждую гориз.

выборе т.А кол-во вариантов будет одинаково.

$\Rightarrow$  таких случаев:  $10 \frac{14 \cdot 15}{2} + 9 \frac{13 \cdot 14}{2} = 2385$

Также есть случаи, когда  $y_2 \geq y_1$ .

Тогда мы двигаемся уже вдоль прямой  $k=2x$   
(при изм разн.  $y_1$  и  $y_2$ ).

А значит, каждый раз кол-во вариантов паралл.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

переноса по горизонтали увеличивается  
на 2. (также присутствуют "четные" строки,  
где число целоч. т. на 1 меньше, самих  
строк также на 1 меньше).

Тогда число <sup>таких</sup> расстановок будет:

$$13 \cdot 12 + 12 \cdot 11 + 12 \cdot 14 + 11 \cdot 13 + 11 \cdot 16 + 10 \cdot 15$$

$$13 \cdot 12 + 12 \cdot 25 + 11 \cdot 29 + 10 \cdot 15 = 925$$

$$\text{Тогда всего перестановок} \quad | \quad 2389 + 925 =$$
$$= 3314$$

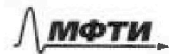
Ответ: 3314 пар.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



н 6

$$\begin{cases} ax+cy-8b=0 \\ (x^2+y^2+1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

Чтобы выполнялось неравенство возможны 2 случая:

$$\begin{cases} x^2+y^2-1 \leq 0 \\ x^2+(y-12)^2-16 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2-1 \geq 0 \\ x^2+(y-12)^2-16 \leq 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

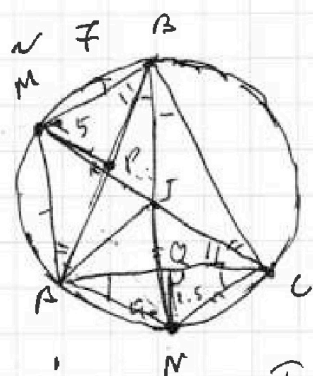
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!



$\angle BAC = 2\alpha$   
 Пусть  $\angle ABC = 2\beta$ ,  $\angle ACB = 2\gamma$ ,  $I$  - центр  
 впис. окр.  
 $P$  - середина  $AB$ ,  $Q$  - середина  $AC$ .

Тогда:  $\angle NAC = \angle ABN = \angle NBC = \angle ACM = \beta$ ;  
 $\angle MAB = \angle ACM = \angle MCB = 2\alpha = \angle MBA = \gamma$

Тогда по лемме о трезубце:

$AN = NC = IN$ ;  $AM = MB = MI$ .  $\angle ANB = 2\gamma$  (опер

на дугу  $AB$ ).  $AN = 2.5 / \sin 2\beta$ .  $\angle IAN = \alpha + \gamma = 90 - \beta$

$\Rightarrow$  по т. синусов:  $\frac{AI}{\sin 2\beta} = \frac{AN}{\sin 90 - \beta}$ .  $AI = AN \frac{\sin 2\beta}{\cos \beta}$ .

$AN = \frac{2.5}{\sin \beta} \Rightarrow AI = \frac{2.5 \cdot \sin 2\beta}{\sin \beta \cos \beta} = 5 \frac{\sin 2\beta}{\sin \beta}$ . Аналогично

$AI = 10 \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\beta} \Rightarrow 5 \frac{\sin 2\beta}{\sin \beta} = 10 \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\beta} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sin 2\beta}{\sin \beta} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{AC}{\sin 2\beta} = \frac{AB}{\sin 2\beta} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \sqrt{2}$ .

Т.к.  $AN = NI$ ,  $AM = MI$ , то  $AMIN$  - ромб  $\Rightarrow$

$\Rightarrow AI \perp MN$ . Также  $MN$  - середн к  $AI$

$\Rightarrow 2 AN \cdot \sin \gamma = AI = 2 AM \cdot \sin \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{2.5 \sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{5 \sin \beta}{\sin \gamma} \Rightarrow \sin^2 \gamma = 2 \sin^2 \beta \Rightarrow \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow MB = MA = \sqrt{2} AN = \sqrt{2} NC$ .  $\square$

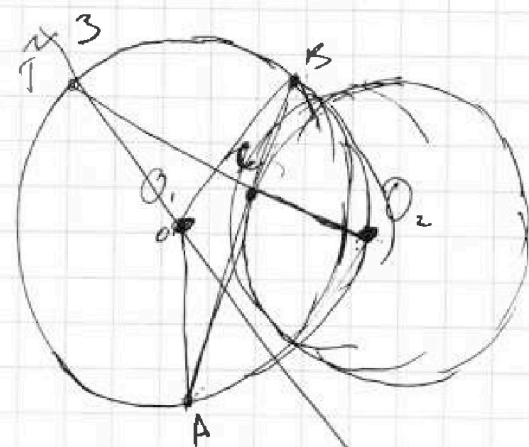
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

ЛМФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порука QR-кода недопустима!



Пусть  $O_1$  и  $O_2$  — центры окружностей  $\Omega$  и  $\omega$  соотв.

Пусть  $T$  — <sup>второе</sup> пересечение прямой  $O_2C$  с  $\Omega$ .

Тогда заметим, что

ровно одна точка  $C$  на  $\omega$  удовлетворяет равенству  $AC/BC = \frac{17}{7}$ . <sup>по дискр. непрерывности\*</sup> Докажем, что нам подходит  $T$ .  $C$ , такая, что  $CT = 17$ .

Тогда степ.  $T$  к  $\Omega$  отк  $\Omega = -7 \cdot 17 = -x^2 - 17x \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 1 \Rightarrow AC = 17, BC = 7$ . Докажем, что

$\angle ACO_2 \neq 90^\circ$  (тогда  $AB$  касательная).

$AO_2 = \sqrt{AO_1^2 + O_1O_2^2} = 13\sqrt{2} = \sqrt{17^2 + 7^2} = \sqrt{338} = \sqrt{2 \cdot 169} = 13\sqrt{2}$ . Значит, по т. Пифагора  $AC \perp CO_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow AB$  касательная к  $\omega$ . А т.к.  $T$  подходит

и она единственная, то  $AB = AC + BC = 24$ .

Ответ: 24

\* если мы загопим  $T$  ближе к  $\omega$  пересек  $\Omega$  и  $\omega$ , при увелич  $\angle O_1O_2A$

то  $\frac{AC}{BC} \rightarrow 0$  если  $T$  в  $\omega$  то  $\frac{AC}{BC} \rightarrow \infty$ . Функция  $\frac{AC}{BC}$  непрерывна.

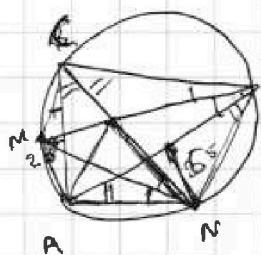
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{5}{\sin \alpha} = \frac{2.5}{\sin \beta}$$

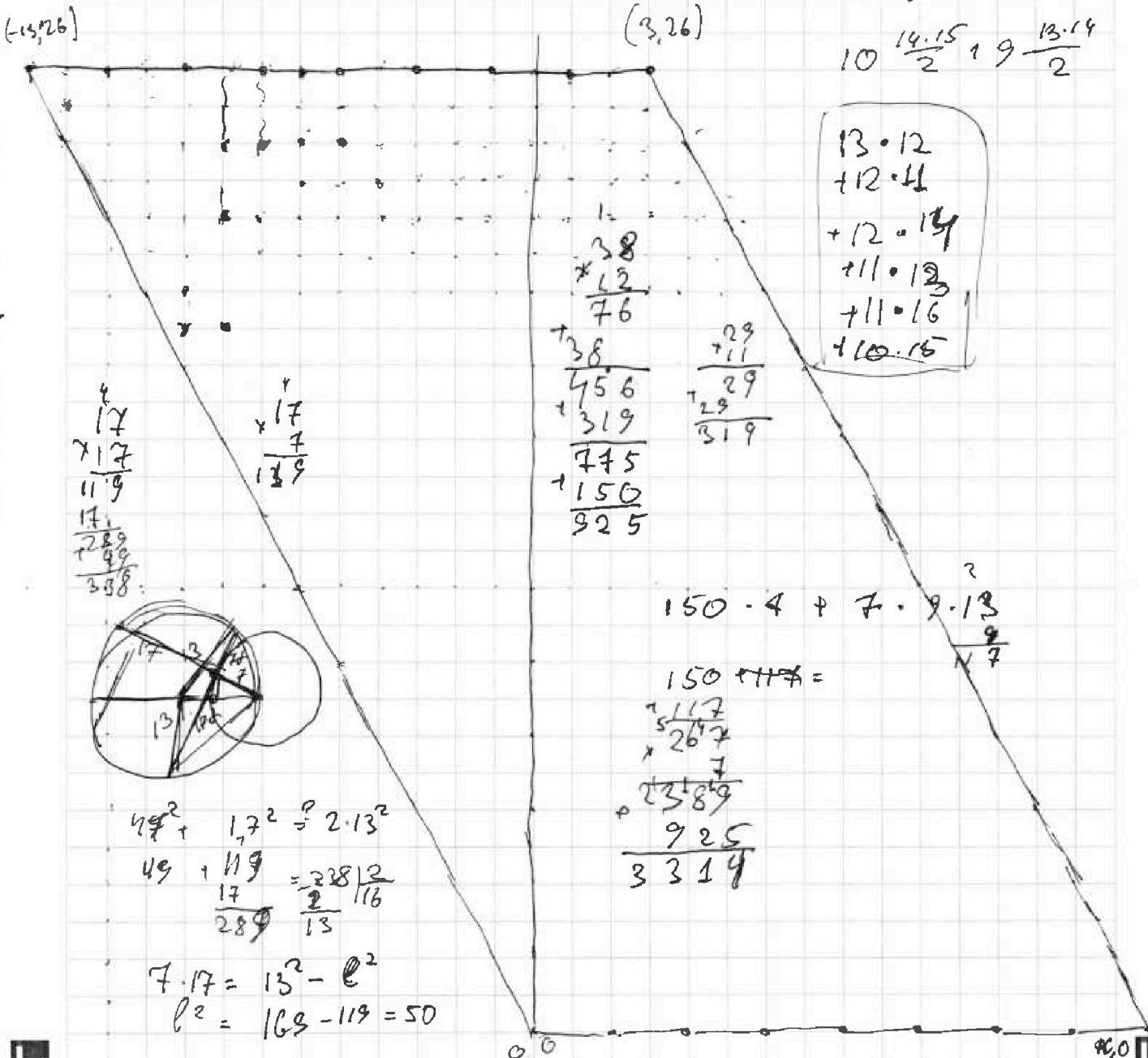
$$\frac{5}{\sin \alpha} = \frac{2.5 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$2 = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta}$$

$$2x_2^2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

- 16  
14 · 10  
13 · 9  
~~13 · 12~~  
13 · 10  
12 · 9  
10 ·  $\frac{14 \cdot 15}{2}$  + 9 ·  $\frac{13 \cdot 14}{2}$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

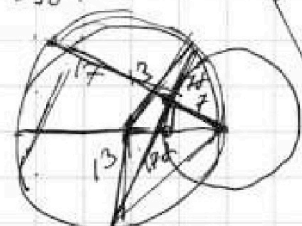


$$\begin{aligned} &13 \cdot 12 \\ &+ 12 \cdot 11 \\ &+ 12 \cdot 10 \\ &+ 11 \cdot 13 \\ &+ 11 \cdot 16 \\ &+ 10 \cdot 15 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 12 \\ \hline 76 \\ + 380 \\ \hline 456 \\ + 319 \\ \hline 775 \\ + 150 \\ \hline 925 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 11 \\ \hline 29 \\ + 290 \\ \hline 319 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ + 170 \\ \hline 289 \end{array}$$



$$49^2 + 17^2 = 2 \cdot 13^2$$

$$49 + 119 = \frac{289}{13} = 22 \frac{1}{13}$$

$$7 \cdot 17 = 119 = 13^2 - 10^2$$

$$10^2 = 169 - 119 = 50$$

$$150 \cdot 4 + 7 \cdot 9 \cdot 13$$

$$150 + 117 = 267$$

$$267 \cdot 7 = 1869$$

$$1869 + 925 = 3319$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$9^2 x^2 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \left( \frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2}{2 \cdot 13^2} \cdot \frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 17^2 x^2}{2 \cdot 13^2} \right)$$

$$- \sqrt{\left(1 - \left(\frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2}{2 \cdot 13^2}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 17^2 x^2}{2 \cdot 13^2}\right)^2\right)}$$

$\cos \beta = \frac{\cos \beta}{2 - \cos \beta}$

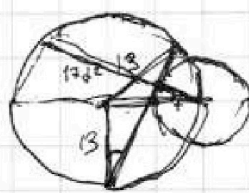
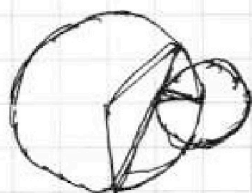
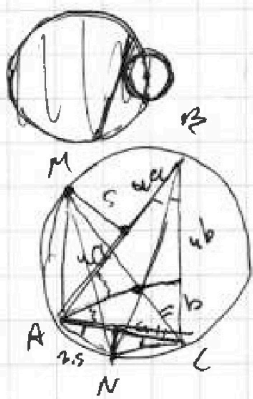
$$24^2 x^2 = 2 \cdot 13^2 - 2 \cdot 13^2 \left( \frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2}{2 \cdot 13^2} \cdot \frac{2 \cdot 13^2 - 49 - 17^2 x^2}{2 \cdot 13^2} \right)$$

$$- \sqrt{\frac{4 \cdot 13^4 - (2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2)^2}{2 \cdot 13^2} \cdot \frac{4 \cdot 13^4 - (2 \cdot 13^2 - 49 - 17^2 x^2)^2}{2 \cdot 13^2}}$$

$13 + 6 = 19$

$$2 \cdot 13^2 \cdot 24^2 x^2 = 4 \cdot 13^4 - (2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2) (2 \cdot 13^2 - 49 - 17^2 x^2)$$

$$- \sqrt{(4 \cdot 13^4 - (2 \cdot 13^2 - 49 - 49x^2)^2) (4 \cdot 13^4 - (2 \cdot 13^2 - 49 - 17^2 x^2)^2)}$$



$7 \cdot 17 \cdot 17 = 7 \cdot 19$   
 $17x^2 = y$

$7 \cdot 17 \cdot 17 = 7 \cdot 19$   
 $\beta = 17 \cdot 17$

$AN' = \frac{AC}{2 \cos \beta}$   $AB = \frac{10 \cos \beta}{\sin \beta}$   $AN = \frac{2 \cdot 5}{\sin \beta}$

$AM = \frac{AB}{2 \cos \beta} = \frac{5}{\sin \beta}$   $\frac{AC}{2 \cos \beta} = \frac{2 \cdot 5}{\sin \beta}$

$\sec \beta + 5 \tan \beta = 2a$   
 $2a(1 - \cos \beta) = 5 \sin \beta$

$\frac{AI}{\sin 2\beta} = \frac{AM}{\sin \beta} = \frac{AM}{\cos \beta} = \frac{AB}{2 \cos \beta \cos \beta}$

$AC = \frac{5}{\sin \beta}$

$AB = \frac{10}{\sin \beta}$

$AI = \frac{AB \sin 2\beta}{2 \cos \beta \cos \beta} = \frac{10 \cdot \sin 2\beta}{2 \cos \beta \cos \beta \sin \beta} =$

$= \frac{10 \sin 2\beta \cos \beta}{\cos \beta \cos \beta \sin \beta} = 10 \frac{\cos \beta}{\cos \beta} = \frac{5 \cos \beta}{\cos \beta}$

$\frac{10 \cos \beta}{\cos \beta} = \frac{5 \cos \beta}{\cos \beta}$

$\frac{5 \cos \beta}{\cos \beta} = 10 \frac{\cos \beta}{\cos \beta}$

$7 \cdot 17 \cdot 17$

$\frac{AI}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin \beta} = AB \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = 10 \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$

$\frac{10 \cos \beta}{\cos \beta} = 10 \frac{1 - \cos 2\beta}{1 - \cos 2\beta} = 10 \frac{2 \cos^2 \beta - 1}{2 \cos^2 \beta - 1} =$

$\cos^2 \beta = 2 \cos^2 \beta - 1 \Rightarrow \cos^2 \beta = 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(x-1)(3x-2)} - x \quad - \quad \sqrt{(x+1)(3x+1)} - x = 1 - 9x$$

15    17    23

$a+b \geq 15$

$b+c \geq 17$

$c+a \geq 23$

$a+b+c \geq \left[ \frac{15+17+23}{2} \right] = \frac{56}{2} = 28$

$10 \quad 5$

$\frac{11+18+39}{2} =$

$CP(CP+5) = AC \circ CB$

$BQ(BQ+2.5) = \frac{AB \cdot CB}{AC \cdot 2}$

$\sqrt{2} \cdot CP(CP+5) = BQ(BQ+2.5)$

$$\begin{cases} ax+by-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

~~$ax+by-8b=0$~~

~~$x^4 + x^2(y^2-12)^2 - 16x^2 + x^2y^2 + y^2(y-12)^2 - 16y^2$~~

~~$-x^2 - (y-12)^2 + 16 \leq 0$~~

~~$x^2 + x^2y^2 - 24yx^2 + 144x^2$~~

$x^2+y^2-1 \leq 0$

$x^2+(y-12)^2-16 \geq 0$

$x^2+y^2-24xy+144-16 \geq 0$

$x^2+y^2-1-24y+129 \geq 0$

$24y \leq 129$   
 $y \leq \frac{129}{24} = \frac{43}{8}$

$y \leq 1$

$x^2+y^2-1 \geq 0$

$x^2+(y-12)^2-16 \leq 0$

$x^2+y^2-24y+144-16 \leq 0$

$24y \geq 129$   
 $y \geq \frac{43}{8}$