МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$
При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система
$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\left(x^2+(y-12)^2-16\right) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №1

$ab: 2^{15}\cdot 7^{11}$ $bc: 2^{17}\cdot 7^{18}$ $ac: 2^{23}\cdot 7^{39}$ т.п. abc -)

Чтобы найти минимум сначала предположим, что эти произведения равны, а не делятся на эти числа. Исходя из этого и свойств степеней составим систему

$$\Rightarrow \begin{cases} a_2+b_2=15 \\ b_2+c_2=17 \\ a_2+c_2=23 \\ a_7+b_7=11 \\ b_7+c_7=18 \\ a_7+c_7=39 \end{cases}$$

$\to 2b_2 = 15+17-23 = 9$
понятно, что это невозможно, потому что тогда b - не целое.

a_2 - степень двойки в разложении а
аналогично с a_7, b_2, b_7, c_2, c_7
$a_2, a_7, b_2 \ldots \in \mathbb{Z} \geq 0$

$\Rightarrow$ Нужно увеличить произведение минимум на 2.
(2 - мин. число в которое может вырасти произведение)

Пусть $b_2=5$, тогда $2b_2=10>9$ в этом случае все равенства выполняются, а мы умножили на 2 всего 1 раз, не важно что b_2 т.к. нас интересует произведение abc $\Rightarrow$ куда все входит ровно 1 раз

этот случай $b_2=5$ является всё еще минимальным и подходит нам. Убедимся в этом:

$\Rightarrow a_2=10$
$c_2=13$ $\Rightarrow b_2+c_2=18>17$ можно получить и $c_2=12$, $a_2=11$, $a_2+b_2=16>11$,
но как в и посчиталось, эти случаи эквивалентны

т.к. $a_2+b_2+c_2=28$ - это ясно получить если сложить первые 3 ур. и получим $a_2+b_2+c_2=\frac{55}{2}$ и округлим до след

аналогично произведем 7 (7 и 2 - взаимно простые числа) и никак друг на друга не влияют!

~~$2b_7 = 11+18-39 =$~~

$2c_7 = 39+18-11 \Rightarrow c_7 = 23$ тогда $a_7 = 39-23=16$

$\Rightarrow a_7+b_7=11 \Rightarrow$ $16+b_7\geq 11$ тогда $\min b_7=0$
$23+b_7\geq 18$

$b_7=0$
$a_7=16$ +
$c_7=23$ +
$b_7+a_7+c_7=39$

Любое подобное решение системы округленное до минимального дает одну и тоже сумму т.к. каждый из переменных входит в систему в виде суммы одинаковое кол-во раз и они равноправны

$\Rightarrow \min abc = 2^{a_2+b_2+c_2}\cdot 7^{a_7+b_7+c_7} = 2^{28}\cdot 7^{39}$ ← ответ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача № 2 $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$

$$\begin{cases} a+b \vdots m \\ a^2-7ab+b^2 \vdots m;\ \neq 0 \\ a \not\vdots b \text{ (несократ. дробь)} \end{cases} \rightarrow \underbrace{(a+b)^2}_{\vdots m} - 9ab \vdots m$$

$\Rightarrow 9ab \vdots m$ т.е. $m \vdots 9$

Нужно понять, может ли m ~~длина~~ быть > 9

пусть $m = 9k$ $k \in N$ $k > 1$

$\Rightarrow a+b = 9kn$ $\mid n \in N$ получается, что сумма взаимно простых

$ab = kl$ кратно тому же, что и их произведение,

$a \not\vdots b$ $\rightarrow a = \frac{kl}{b} \Rightarrow$ где их сумма > 9

$a+b \vdots 9k$

$ab \vdots k$

$\Rightarrow$ т.к. если ab · a - нечёт, b - нечёт, то $a+b$ - чёт, ab - нечёт

а $9k$ и k — одной чётности

$\Rightarrow$ возможен только вариант a - чёт, b - чёт, но тогда

дробь $\frac{a}{b}$ сократима на 2

чёт + нечёт = нечёт

чёт * нечёт = чёт ✗

$\Rightarrow$ максимальное значение $m = 9$ → ответ

приведём такой случай: $a = 4$; $b = 5$ $\frac{a}{b} = \frac{4}{5}$ ✓

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{4+5}{16+25-7\cdot 20} = \frac{9}{-99} = \frac{9\cdot(1)}{-9\cdot(11)} = -\frac{1}{11}$$ ✓

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

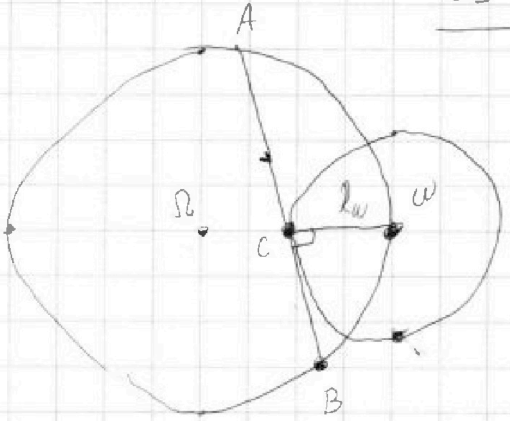
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

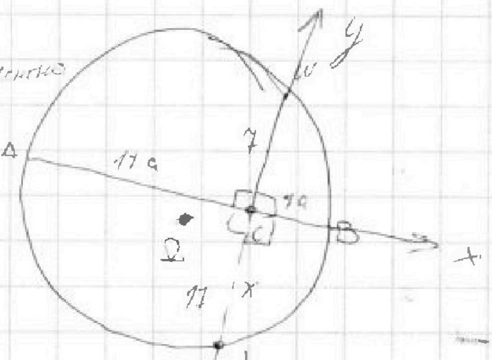
МФТИ

Задача №3

$\frac{AC}{CB}=\frac{17}{7}$ $R_\omega=7$ $R_\Omega=13$ | $AB-?$



Эквивалентно ~



Продлим прямую ωC до пересеч. с окружностью в т. L

~~т.к. это точ. пересеч. хорды => $\frac{17a}{7a} = \frac{x}{7}$ => $x=17$~~

=> $\frac{17a}{x}=\frac{7}{7a}$ => $17a^2=x$

введём оси

$\omega(0;7)$ $B(7a;0)$ $A(-17a;0)$ — лежат на окр радиуса 13 с коорд $\Omega_x; \Omega_y$

$a-?$

$$=> \begin{cases} \omega: (0-\Omega_x)^2+(7-\Omega_y)^2=13^2 \to \Omega_x^2=13^2-(7-\Omega_y)^2 \\ B: (7a-\Omega_x)^2+\Omega_y^2=13^2 \\ A: (17a+\Omega_x)^2+\Omega_y^2=13^2 \end{cases}$$

3 неизв. 3 ур.

$=> 7a-\Omega_x=17a+\Omega_x$ => $2\Omega_x=-10a$

$\Omega_x=-5a$

$=>(7a+5a)^2+(7-\sqrt{25a^2-13^2})^2=13^2$ => $7-\Omega_y=\sqrt{25a^2-13^2}$ => $\Omega_y=\sqrt{25a^2-13^2}$

$12^2a^2+49+25a^2-13^2-14\sqrt{25a^2-13^2}=13^2$

$=> a^2(12^2+25)+49-2\cdot13^2=14\cdot\sqrt{25a^2-13^2}$ $\uparrow^2$ кв. ур относ a^2. +

$t^2(12^2+25)^2+(49-2\cdot13^2)^2+2$

подберём $a=2$ => $AB=(17+7)a=24\cdot2=48$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №4 $\underbrace{\sqrt{3x^2-6x+2}}_{a} - \underbrace{\sqrt{3x^2+3x+1}}_{b} = 1-9x$ $\Rightarrow a^2-b^2 = 3x^2-6x+2-3x^2-3x-1 = 1-9x$

$\Rightarrow a-b = a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$

$\Rightarrow (a-b)(a+b-1) = 0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \quad I \\ a+b=1 \quad II \end{array}\right.$

I $a=b \Rightarrow \sqrt{3x^2-6x+2} = \sqrt{3x^2+3x+1} \,|\,^2 \rightarrow \cancel{3x^2}-6x+2 = \cancel{3x^2}+3x+1 \Rightarrow 1 = 9x \Rightarrow x = \frac{1}{9}$

проверим: $\sqrt{3\cdot\frac{1}{9^2} - 6\cdot\frac{1}{9}+2} - \sqrt{3\cdot\frac{1}{9^2}+3\cdot\frac{1}{9}+1} \vee 1-9\frac{1}{9} = 0$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{3\cdot 9} - \frac{2}{3}+2} \vee \sqrt{\frac{1}{3\cdot 9}+\frac{1}{3}+1} \Rightarrow \sqrt{\frac{1-18+2\cdot 27}{3\cdot 9}} \vee \sqrt{\frac{1+9+27}{3\cdot 9}} \Rightarrow \sqrt{\frac{37}{3\cdot 9}} = \sqrt{\frac{37}{3\cdot 9}}$ $\varnothing$

$x = \frac{1}{9}$

II $\begin{cases} a+b=1 \\ a-b = 1-9x \text{ (начальное ур.)} \end{cases} \Rightarrow 2b = 9x \Rightarrow b = \frac{9}{2}x \Rightarrow \sqrt{3x^2+3x+1} = \frac{9}{2}x \,|\,^2$

$3x^2+3x+1 = \frac{81}{4}x^2 \,|\cdot 4 \rightarrow (12-81)x^2+12x+4 = 0 \Rightarrow \cancel{69x^2+3x+1=0}$ $\cancel{D = 9+4\cdot 69}$

$\Rightarrow -69x^2+12x+4=0 \quad D = 12^2+4\cdot 4\cdot 69 = 4^2\cdot(3^2+69)$

$\Rightarrow x_1 = \frac{-12-4\sqrt{78}}{-69\cdot 2} = \frac{6+2\sqrt{78}}{69}; \quad x_2 = \frac{6-2\sqrt{78}}{69}$

Единственное место, где могли возникнуть лишние корни — возведение в квадрат.
Проверим, чтобы подкоренное выражение было неотрицательно

$3x_1^2+3x_1+1 \vee 0 \Rightarrow \frac{3\cdot(36+4\cdot 78+24\sqrt{78})}{69^2} + \frac{3(6+2\sqrt{78})}{69}+1 > 0$ $\varnothing$

$3x_2^2+3x_2+1 \vee 0 \quad \frac{3\cdot(36+4\cdot 78-24\sqrt{78})}{69^2} + \frac{3(6-2\sqrt{78})}{69}+1 \vee 0$

$\Rightarrow \frac{1044-72\sqrt{78}+1242-414\sqrt{78}+69}{69} \vee 0 \;|\cdot 69 \Rightarrow 2286+69 \vee 486\sqrt{78}$

$2355 \vee 486\sqrt{78}$ $\sqrt{64} = 8$

$2355 < 486\cdot 8 < 486\cdot\sqrt{78}$

$\Rightarrow < 0$

Тогда подходит только 1 корень $\Rightarrow$ X

$\Rightarrow$ Ответ: $x = \frac{1}{9}; \frac{6+2\sqrt{78}}{69}$

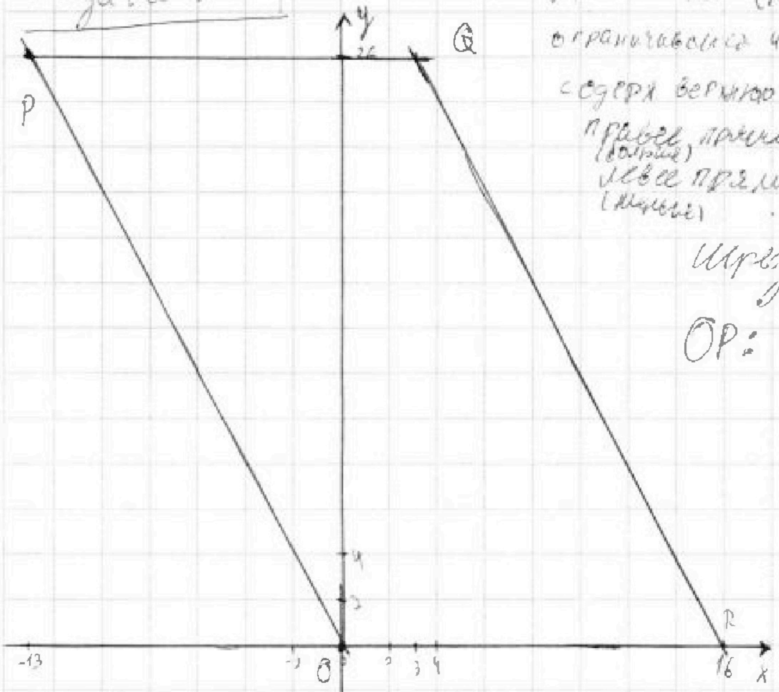
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5



Любая точка (x, y), находящаяся в пар-ме, ограничивается 4-мя уравнениями. Ниже прямой, содерж. верхнюю сторону, выше пр. содерж. нижн. ст., правее прямой, содержащ. боковую ст. (большие), левее прямой, содерж. прав. ст. (меньше).

Через 2 т. найдём ур. прямых

OP: $0 = 0\cdot k + b \Rightarrow b = 0$

$26 = -13\cdot k + 0 \Rightarrow k = \frac{-26}{13} = -2$

$\Rightarrow y = -2x$

QR имеет такой же наклон, как и OP (пар-м, стороны ∥)

$\Rightarrow 26 = -2\cdot 3 + b \Rightarrow$

$b = 32$

$\Rightarrow y = -2x + 32$

$\Rightarrow$ получим систему

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 26 \\ y \geq -2x \\ y \leq -2x+32 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} y \in [0, 26] \\ y+2x \in [0; 32] \end{array}$$

Нам требуется найти A, B удовлетворяющие

$$2x_2 + y_2 - (2x_1 - y_1) = 14$$

т.к. x, y — целые $\Rightarrow$ и каждая из пар $2x_2 + y_2$ принимает целые знач. от 0 до 32.

т.е. возможны пары.

$14 - 0 = 14$ → от [14 до 32]

$15 - 1 = 14$

$16 - 2 = 14$

⋮ 19 → всего 19 пар ← ответ.

$32 - 18 = 14$

дальше нельзя т.к. ≤ 32

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

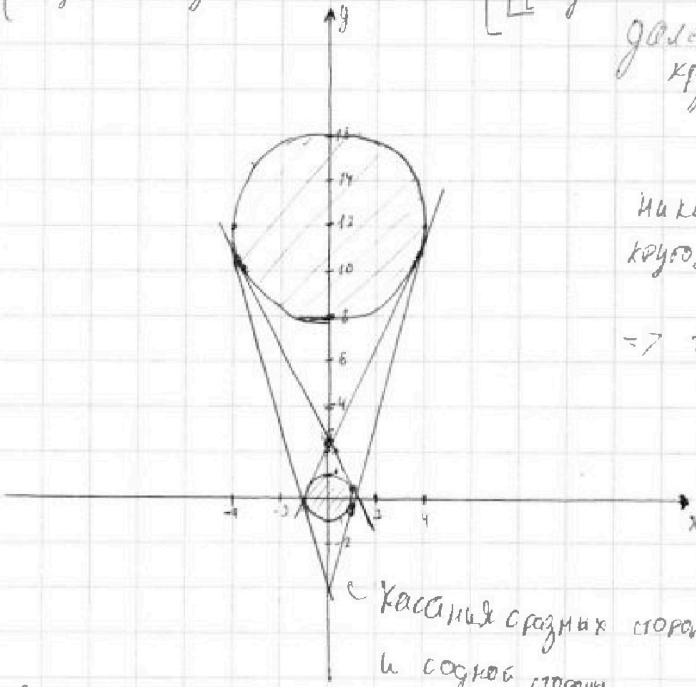
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №6

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\le 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=8b-ax & \text{– это прямая} \\ \left[\begin{cases} x^2+y^2\ge 1^2 & \text{– область вне круга } R=1\ O(0,0) \\ x^2+(y-12)^2\le 4^2 & \text{– область круга } R=4\ O(0,12) \end{cases}\right. \\ \left.\begin{cases} x^2+(y-12)^2\ge 4^2 & \text{– область вне круга } R=4\ O(0;12) \\ x^2+y^2\le 1^2 & \text{– круг } R=1\ O(0;0) \end{cases}\right] \end{cases}$$



далее будет показано, что эти круги нигде не пересекаются т.е. просто области каждого из них

Никакая прямая не может иметь 2 одну точки с кругом либо касание (1 точка) либо хорде – бесконечно много

=> что бы в нашей системе было ровно 2 решения. нужно рассмотреть 2 разных способа касания, каждый из которых даёт 2 симметричных относ оси y решений

с касания с разных сторон второе из-за симметрично относ $x \to -x$

и с одной стороны

Запишем ур. касания, как расстояние от точки центра до прямой = радиусу

прямая $ax+1y-8b=0$ $O_1(0,0)$ $O_2(0;12)$ $R_1=1$ $R_2=4$

O_1: $\dfrac{|a\cdot x_{o_1}+1\cdot y_{o_1}-8b|}{\sqrt{a^2+1^2}}=1 \Rightarrow \dfrac{8|b|}{\sqrt{a^2+1^2}}=1 \Rightarrow 8|b|=\sqrt{a^2+1}$, $\sqrt{a^2+1^2}>0$

O_2: $\dfrac{|a\cdot x_{o_2}+1\cdot y_{o_2}-8b|}{\sqrt{a^2+1^2}}=4 \Rightarrow |12-8b|=4\sqrt{a^2+1}$, $\sqrt{a^2+1^2}>0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8|b|=\sqrt{a^2+1} \\ 4|3-2b|=4\sqrt{a^2+1} \end{cases} \Rightarrow 8|b|=|3-2b|=2|b-\tfrac{3}{2}|$$

① $b\ge\frac{3}{2} \Rightarrow 8b=-3+2b \Rightarrow 6b=-3$, $b=-\frac{1}{2}$ $\varnothing$ т.к. $b\ge\frac{3}{2}$

② $b\in[0;\frac{3}{2}) \Rightarrow 8b=-2b+3 \Rightarrow 10b=3 \Rightarrow b=\frac{3}{10}$ ✓

③ $b\le 0$ $-8b=3-2b \Rightarrow -6b=3$ $b=-\frac{1}{2}$ ✓

$$\Rightarrow \left[\begin{aligned} 8\left|\tfrac{3}{10}\right| &= \sqrt{a^2+1} \quad |^2 \\ 8\left|-\tfrac{1}{2}\right| &= \sqrt{a^2+1} \quad |^2 \end{aligned}\right. \Rightarrow \left[\begin{aligned} \left(\tfrac{12}{5}\right)^2 &= a^2+1 \\ 16 &= a^2+1 \end{aligned}\right.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

~~Заметим, что случай касания с одной стороны никогда не выполняется~~

$\cancel{\left(\frac{12}{5}\right)^2 = a^2+1+\frac{9\cdot 32}{50} \Rightarrow a^2 = \frac{12^2}{25} - 1 - \frac{9\cdot 32}{50} = 288 - 50 -}$

$a^2 = \frac{12^2}{5^2} - 1 = \frac{119}{5^2} \Rightarrow a = \pm\frac{\sqrt{119}}{5}$

$a^2 = 15 \Rightarrow a = \pm\sqrt{15}$

Ответ: $a = \frac{\sqrt{119}}{5};\ -\frac{\sqrt{119}}{5},\ \sqrt{15};\ -\sqrt{15}$

Это 4 прямых, которые мы искали,
других случаев нет.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4 вариант а.

$2(x_2-x_1)+(y_2-y_1)=14$

$y=-\frac{26}{13}x$

$y_2\le 26$

$y_1\le 26$

$y=-\frac{26}{13}x+b$

$y_2\ge -\frac{26}{13}x=-2x$

$26=-\frac{26}{13}\cdot 3+b$

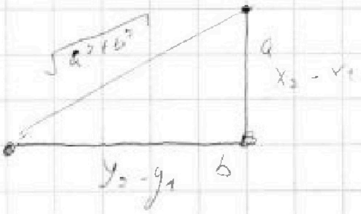
$b=26\cdot\left(1+\frac{3}{13}\right)$

$y\le -2x+32$

$=32$

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$

$\frac{1}{a-7b+\frac{b^2}{a}}$



$a\vdots b$

$ab\,\vdots\,k$

$a+b\,\vdots\,9k$

$2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$

$9a+b=14$

$\frac{a+b}{ab}\,\vdots\,9$

$2(x_2-x_1)+(y_2-y_1)=14$

$a\le 8$

$a\le 16$

$b\le$

$a+b\,\vdots\,m$

$b\,\vdots\,9k-a$

$b\le 26$

$a^2-7ab+b^2\,\vdots\,m$

$a\,\vdots\,\frac{k}{b}$

$9ab\,\vdots\,m$

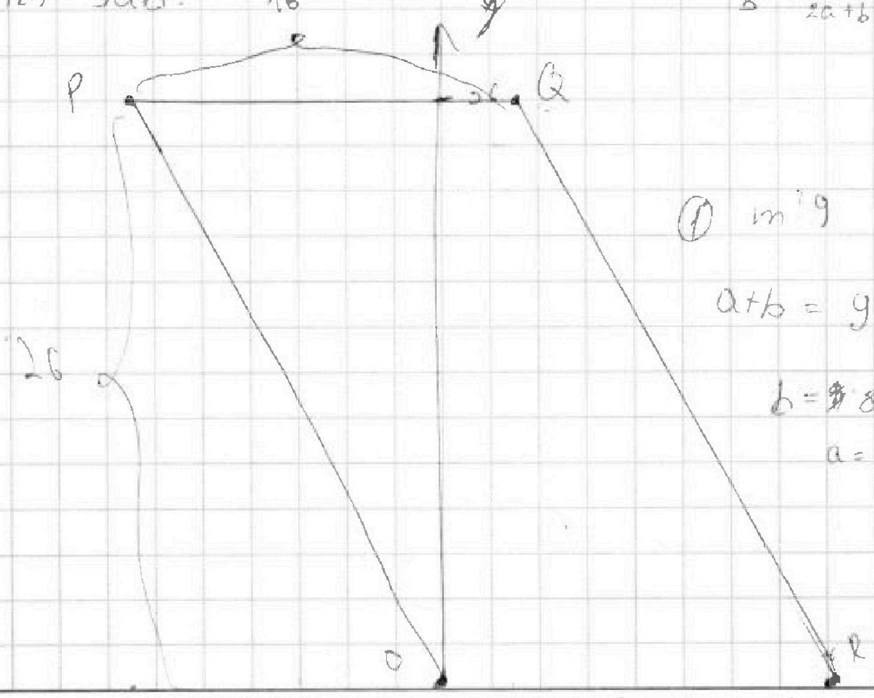
$2a\le 32$

$\frac{a}{b}-$

$\Rightarrow 9k-a\,\vdots\,\frac{k}{b}$

$(a+b)^2-9ab\,\vdots\,m$ 16

$2a+b\le 58$



① $m\,\vdots\,9$

$a+b=900$

$b=899$

$a=1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab: 2^{15}\cdot 7^{11}$

$bc: 2^{17}\cdot 7^{15}$

$ac: 2^{23}\cdot 7^{33}$

53×53: 159, 265

$55 \to 27{,}5$

$a_2+b_2=15$

$b_2+c_2=17$

$a_2+c_2=23$

$a_2+c_2+2b_2=32$

$2b_2=32-23=9$

$b_2=5$ $\quad c_2=12$ $\quad a_2=11$

$c_7=\frac{39+1}{2}=23$

$a_7=39-23$ $\quad 16$

69×69: 621, 414, 4761

$81-12=69$

$4761-192=4569$

16×12: 32, 16, 192

$$\underbrace{\sqrt{3x^2-6x+2}}_{a}-\underbrace{\sqrt{3x^2+3x+1}}_{b}=1-9x$$

$a^2-b^2=\cancel{3}x^2-6x+2-\cancel{3x^2}-3x-1$

$=1-9x$

$\Rightarrow\quad a-b=a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$\Rightarrow (a-b)(a+b-1)=0$

$81-12=69$

$a=b$

$\sqrt{3x^2-6x+2}=\sqrt{3x^2+3x+1}\quad |^2$

$3x^2-6x+2=3x^2+3x+1$

$9x=1$

$x=\frac{1}{9}$ проверка:

$\sqrt{3\cdot\frac{1}{9^2}-\frac{1}{9}\cdot 6+2}-\sqrt{3\cdot\frac{1}{9^2}+3\cdot\frac{1}{9}+1}\ \vee\ 0$

$\sqrt{\frac{3}{3\cdot 3\cdot 9}-\frac{2}{3}+1}\ \vee\ \sqrt{\frac{3}{3\cdot 3\cdot 9}+\frac{1}{3}+1}$

$\sqrt{\frac{1-18+2\cdot 27}{3\cdot 3\cdot 9}}\ \vee\ \sqrt{\frac{1+9+27}{3\cdot 3\cdot 9}}$

$\sqrt{\frac{37}{3\cdot 3\cdot 9}}=\sqrt{\frac{37}{3\cdot 3\cdot 9}}$

$a+b=1$

$\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}=1$

$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x$ $\ominus$

$2\sqrt{3x^2+3x+1}=9x\quad |^2$

$3x^2+3x+1=\frac{81}{4}x\quad |\cdot 4$

$3x^2+$

$12x^2+12x+4=81x$

$12x^2-69x+4=0$

$D=69^2-4\cdot 4\cdot 12=4569$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

73×73: 219, 511, 5329

63×63: 189, 378, 3969

67×67: 469, 402, 4589

$69 \times 4 = 276$, $276 + 9 = 285$

$285 : 5 = 57$

$x_1 = \frac{-3+\sqrt{285}}{-2\cdot 69}$

$y = -ax + 8b$

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \le 0 \end{cases}$$

$69 + 9 = 78$ | 2

39 | 13

$3\cdot 2\cdot 13$

$$\frac{-12+4\sqrt{78}}{2\cdot 69} = \frac{-6+2\sqrt{78}}{69}$$

$$x^2 = \frac{6^2+4\cdot 78-4\cdot 6\sqrt{78}}{69^2}$$

$$\sqrt{\frac{3(6^2+4\cdot 78-4\cdot 6\sqrt{78})}{69^2} - \frac{6\cdot(-6+2\sqrt{78})}{69} \cdot 12}$$

$78 \times 4 = 312$, $312 + 36 = 348$, $348 \times 3 = 1044$, $1044 + 1242 = 2286$, $2286 + 69 = 2355$

18×69: 162, 108, 1242

$69 \times 6 = 414$, $414 + 72 = 486$, 486×8: 88