



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№1 $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases}$$

1) Если \exists (например в числе a)
есть мн-тель не равный 2 или 7,
то для поиска минимального
 abc , мы возьмем a равное
числу "а" делённому на этот "лишний"

мн-тель; произведение abc уменьшится, а
кратность ~~каждой~~ парных произведений не
на 2 и 7 не изменится.
Тогда выразим a, b и c :

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1}; \quad b = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2}; \quad c = 2^{\alpha_3} \cdot 7^{\beta_3}$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \in \mathbb{Z}; \quad \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \geq 0$$

Тогда

$$\begin{cases} ab = (2^{\alpha_1 + \alpha_2} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_2}) : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc = (2^{\alpha_2 + \alpha_3} \cdot 7^{\beta_2 + \beta_3}) : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac = (2^{\alpha_1 + \alpha_3} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_3}) : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases} \quad \text{! ГИ-КО}$$

2) $\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 15 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 17 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 23 \end{cases}$ $2(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \geq 55$, м.к. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{Z}$, то
 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 28$. Для минималь-
ности $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 28$. Пример: $\alpha_1 = 11; \alpha_2 = 4; \alpha_3 = 13$
 $\alpha_1 + \alpha_2 = 15 \geq 15; \alpha_2 + \alpha_3 = 17 \geq 17; \alpha_1 + \alpha_3 = 24 \geq 23$

3) $\begin{cases} \beta_1 + \beta_2 \geq 11 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 18 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 39 \end{cases}$; $2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \geq 68; \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34$. - а
это условие уже выполняется
при $\beta_1 + \beta_3 = 39$. Пример:

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = \beta_1 + \beta_3 = 39; \quad \beta_1 = 15; \quad \beta_2 = 0; \quad \beta_3 = 24$$

$$abc = 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot 7^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 1) $\frac{a}{b}$ - несократима. Найдем макс. m на которую можно сократить $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$, $m > 1$
Если дробь можно сократить на $m \in \mathbb{N}$, то
 $(a+b) : m$ и $(a^2-7ab+b^2) : m$. Тогда по усл.
 a и из выражения $(a+b) : m \Rightarrow a : m; b : m$
Если у a есть общий множитель p с числом m , то
 $(a+b) : m$, то и $b : p$, что невозможно, т.к. $\frac{a}{b}$ не-
сократима. С-ко $\text{НОД}(a; m) = 1$; $\text{НОД}(a+b; m) = 1$
(аналогично с b).

2) $(a+b) : m$. Рассмотрим $a^2-7ab+b^2 =$
 $= \underbrace{(a+b)^2}_{:m} - \underbrace{9ab}_{:m} : m$, с-ко $9ab$ должно быть
кратно m . а т.к. $\text{НОД}(a; m) = \text{НОД}(b; m) = 1$, то
 $9 : m$. С-ко \Rightarrow максимальное $m = 9$
Пример $\frac{4}{5}$ - несокр; $\frac{4+5}{16+25-7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{41-140} =$
 $= -\frac{9}{99} = -\frac{1}{11}$
 $:9$

Ответ: 9

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

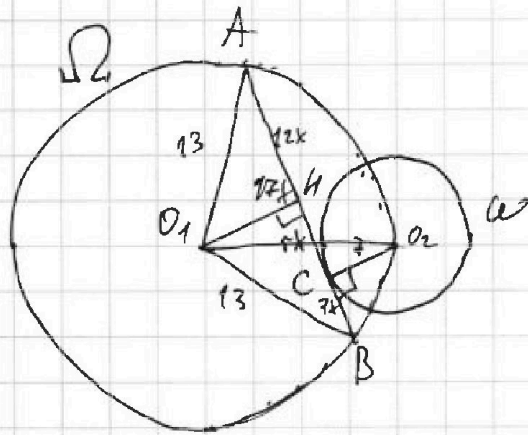
5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано: Ω ; ω - окружность

$\Omega(O_1; 13)$; $\omega(O_2; 7)$

$O_2 \in \Omega$

AB - хорда Ω и касательная к ω в м C.

AC = 17x; BC = 7x

Найти:

AB

Решение:

1) Проверим $O_1H \perp AB$. ИСАВ. По св-ву высоты, проверим-

кой к радиусу $AO_1 = BO_1 = 13$. И $CO_1 = 13 - 7x = 6x$

Проверим $O_1O_2 = 13$

$$169 = 144x^2 + 0,4^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МОФИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Замена: $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = a$; $\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = b$; $a, b \geq 0$

Заметим, что $a^2 - b^2 = 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 =$
 $= 1 - 9x = a - b$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = a - b \Rightarrow \begin{cases} a - b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases}$$

1) При $a - b = 0$: ~~$a = b$~~

$a - b = 1 - 9x = 0$; $x = \frac{1}{9}$. Проверка:

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2} - \sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1} = \sqrt{\frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} = 0, \text{ Сл-но } x = \frac{1}{9} - \text{корень}$$

2) $a + b = 1$ ~~или замена~~

~~$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \geq 0$$~~

~~$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} = 1$$~~

~~Рассмотрим~~

~~$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$~~

~~Рассмотрим $\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$.~~

~~Найдем минимум покорневому выражению $\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$. параболы ветви вверх; минимум в вершине~~

~~$$x_B = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$~~

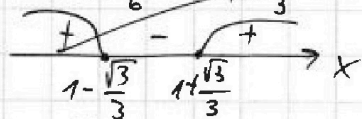
~~$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$~~

ОДЗ:

~~$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$~~

~~$$D = 36 - 8 \cdot 3 = 12$$~~

~~$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$~~



~~2. $3x^2 + 3x + 1 \geq 0$~~

~~$$D = 9 - 12 = -3 < 0$$~~

~~Сл-но $3x^2 + 3x + 1 \geq 0$ при $x \in \mathbb{R}$~~

Ответ: $\frac{1}{9}$

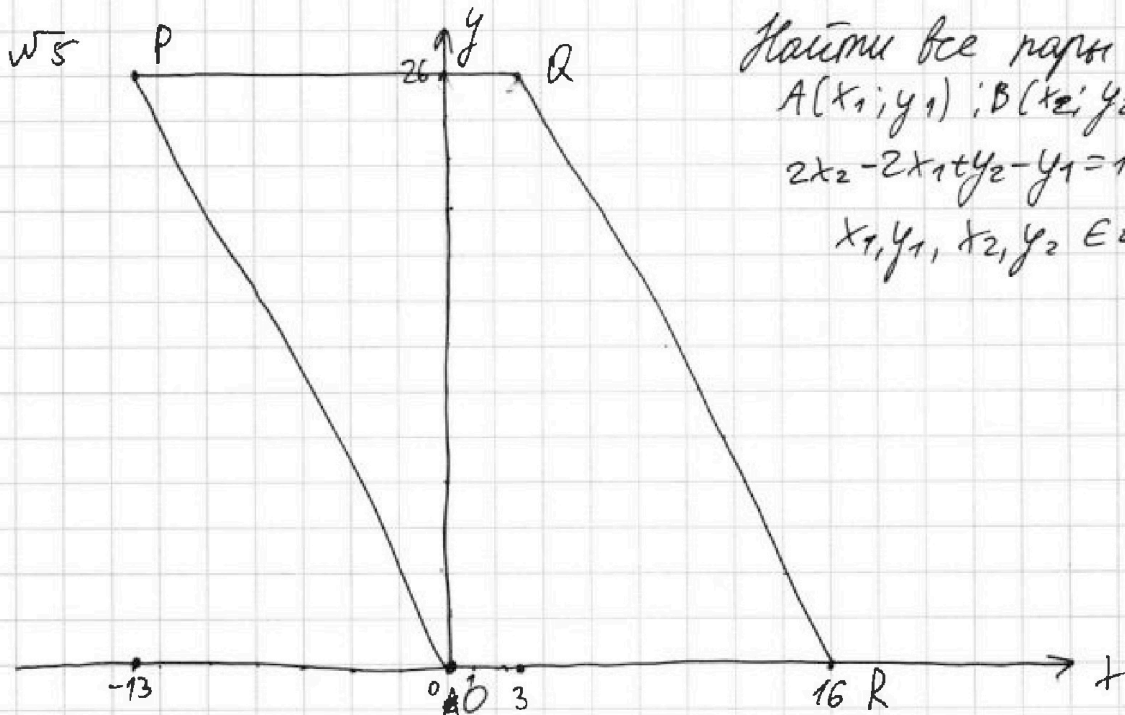
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найти все пары
 $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$
 $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$
 $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z}$

$$2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 14 = b, \quad b - \text{параметр. } b \in \mathbb{Z}$$

$$2x_2 + y_2 - b = 0; \quad 2x_1 + y_1 - b + 14 = 0.$$

$y_2 = -2x_2 + b$; $y_1 = -2x_1 + b - 14$. С-но для ~~любо~~
 нужно найти для произвольных x_2 и y_2 лежащих
 на прямой $y = -2x + b$ все ~~те~~ точки принадлежат прямой
 $y = -2x + b - 14$. Пусть y их координаты (x_1, y_1)

$$y_2 - y_1 = -2x_2 + b + 2x_1 - b + 14$$

$$y_2 - y_1 + 2(x_2 - x_1) = 14 - \text{выполняется условие.}$$

$b \in [0; 32]$, т.к. точки внутри пар.-ли

при $b \in [0; 13]$, для $y_2 = -2x_2 + b$, не найдётся внутри
 пар.-ли прямая $y_1 = -2x_1 + b - 14$. Для каждого $b \in [14; 32]$
 найдётся прямая $y = -2x + b - 14$. Заметим, что наклоны

OP ; QR и ~~те~~ прямых $y = -2x + b$; $y = -2x + b - 14$ равны.

На паралл. прямой внутри или на стороне пар.-ли всего
 13 точек. С-но всего пар $\neq 13^2 \cdot (33 - 14) = \neq$
 $= 169 \cdot 19 = 3211$

Ответ: 3211

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6} \text{ 1) } \begin{cases} ax+y-8b=0 & (2) \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 & (1) \end{cases}$$

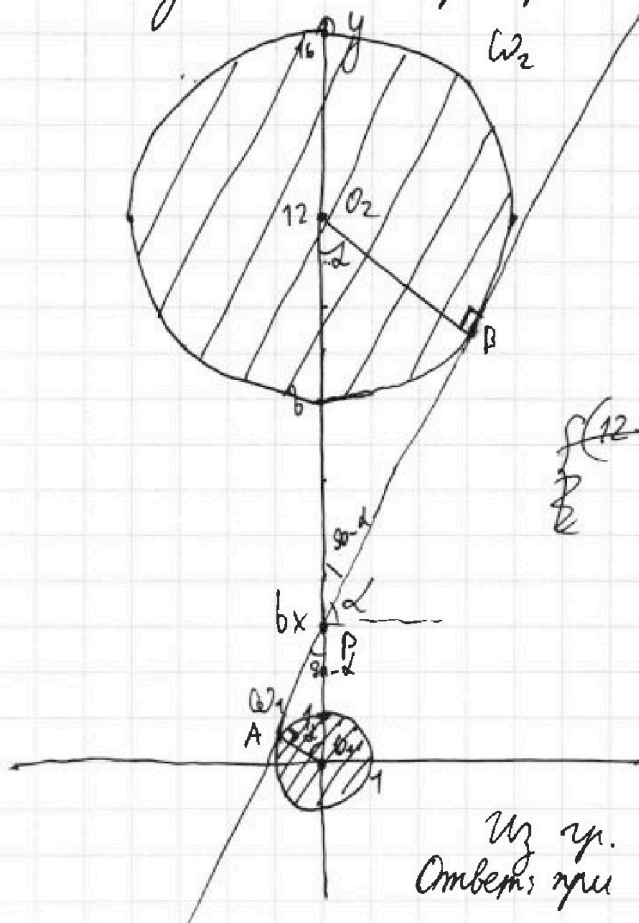
(1): $x^2+y^2=1$ - окр-сть $\omega_1(O_1;R_1)$ $O_1(0;0); R_1=1$
 $x^2+(y-12)^2=16$ - окр-сть $\omega_2(O_2;R_2)$; $O_2(0;12); R_2=4$

(1). $(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} x^2+y^2 \leq 1 - \text{внутри } \omega_1 \\ x^2+(y-12)^2 \geq 4 - \text{вне } \omega_2 \\ x^2+y^2 \geq 1 - \text{вне } \omega_1 \\ x^2+(y-12)^2 \leq 4 - \text{внутри } \omega_2 \end{cases}$$

или границы $\omega_1; \omega_2$

2) $ax+y-8b=0$
 $y = -ax+8b$ - гр. прямая.



2) Проверим "граничную" прямую, условной координатой которой является α , который является мин. возможным для 2 решений системы.

У нее будет условной координатой ax . При $a \in [0; a_x)$ система имеет ≤ 1 реш.

Для a_x найдем b_x .

$$\begin{cases} (12-bx)^2 = R_2^2 + ax = \text{т.д.} \\ \text{т.д.} = \frac{BP}{R_2} = \frac{AP}{R_1} \end{cases} \begin{cases} BP \cdot R_1 = AP \cdot R_2 \\ AP + BP = \end{cases}$$

$$= (R_1 + R_2) \cos \alpha + AP \sin \alpha + BP \sin \alpha$$

$$BP = 4AP. \quad SAP = 5 \cos \alpha + 5AP \sin \alpha$$

$$AP(1 - \sin \alpha) = \cos \alpha$$

$$AP = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$$

$$\text{т.д.} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} : \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$$

Уз гр. $b_x = 3, a_x = 2, \omega_1 \cap \omega_2$
 Ответ: при $a \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$
 $y = 14 - 2x$
 $14 - 2x = 0$
 $x = 7$

$54 + 8 = 62$
 $14 - 2x = 0$
 $x = 7$

1521
 -168
 3271

$-13k + b = 26$
 $k = -2$ $13 - 13$
 $-2x$
 $-2x = 14 - 2x$
 $0 = 14$

168
 $\times 19$
 $+1521$
 69
 32712
 $3x +$

$-6k + 2 = 3x + 1$
 $3x = 1$
 $x = \frac{1}{3}$

$2 \Delta x + \Delta y = 14$
 $(x_2 - x_1; 14 - 2(x_2 - x_1))$

$14 - 2x_1 = y_1$
 $14 - 2x_2 = y_2$
 $14 + 2x_2 = 3 - 6 + 2$

$3x^2 - 6x + 2$
 $\frac{6}{6}$ $33 - 14$
 $\frac{33}{6}$
 $-\frac{14}{18}$

$y_1 = kx_1 + b_1$
 $y_2 = kx_2 + b_2$
 $y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1) + b_2 - b_1$
 $y_2 - y_1 = -2(x_2 - x_1) + (b_2 - b_1)$
 $3x^2 - 6x + 1$
 $-\frac{3}{-6} = \frac{1}{2}$ $3x(x+1)$
 $3 - 6 + 2 = 1$ $3 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1$
 $= \frac{3}{4} - 1.5 + 1$

1 25
 75
 $+75$
 $2,25$

$3 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 1$
 $\frac{3}{4} + 1.5 =$

$14 - 2(x_2 - x_1) = y_2 - b_1$
 $x_2 - x_1; y_2$

x_1 y_1
 $0; 7$
 $-6; 26$
 x_2 y_2
 12 -12 $+ (9 - 7) = -4$

$14x_1$ $14 - 2x_1 = y_1$
 $14 - 2x_2 = y_2$
 $14 + 2x_2$ $3 - 6 + 2$

$2 \Delta x + \Delta y = 14$
 $(x_2 - x_1; 14 - 2(x_2 - x_1))$

$14 - 2x_1 = y_1$
 $14 - 2x_2 = y_2$
 $14 + 2x_2 = 3 - 6 + 2$

$3x^2 - 6x + 2$
 $\frac{6}{6}$ $33 - 14$
 $\frac{33}{6}$
 $-\frac{14}{18}$

$y_1 = kx_1 + b_1$
 $y_2 = kx_2 + b_2$
 $y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1) + b_2 - b_1$
 $y_2 - y_1 = -2(x_2 - x_1) + (b_2 - b_1)$
 $3x^2 - 6x + 1$
 $-\frac{3}{-6} = \frac{1}{2}$ $3x(x+1)$
 $3 - 6 + 2 = 1$ $3 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1$
 $= \frac{3}{4} - 1.5 + 1$

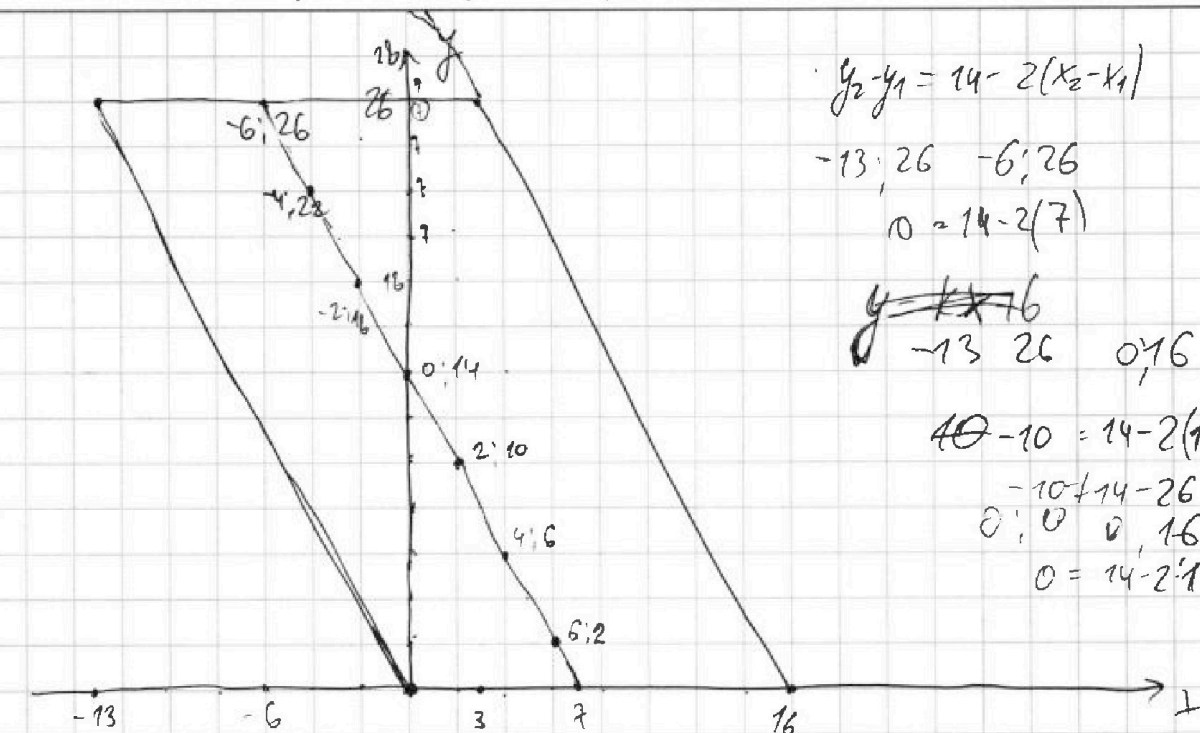
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_2 - y_1 = 14 - 2(x_2 - x_1)$$

$$-13; 26 \quad -6; 26$$

$$0 = 14 - 2(7)$$

$$y = \cancel{16} \quad -13 \quad 26 \quad 0; 16$$

$$40 - 10 = 14 - 2(13)$$

$$-10 + 14 - 26$$

$$0; 0 \quad 0; 16$$

$$0 = 14 - 2 \cdot 16$$

$$y_1 = y_2 \quad 2(x_2 - x_1) = 14$$

$$x_2 - x_1 = 7$$

$$2(\Delta x) \quad 2\Delta x = 14 - \Delta y$$

$$y_2 + 2x_2 - 7 = y_1 + 2x_1 + 7$$

$$k_2 x_2 + b_2 + 2x_2 - 7 = k_1 x_1 + b_1 + 2x_1 + 7$$

$$-13 \quad 26 \quad 3 \quad 26$$

$$0 = 14 - 2(3 + 13)$$

$$y_2 - y_1 = -2x_2 - b + 2x_1 - 14 + b$$

$$14 + y_2 - y_1 =$$

$$y_2 - y_1 + 2(x_2 - x_1) = 14$$

$$2\Delta x = -12$$

$$\Delta x = -6$$

$$\Delta x \in [-25; 25]$$

$$y_1 + 2x_1 + 14 = 2x_2 + y_2 = b$$

$$y_1 + 2x_1 + 14 + b = 0$$

$$y_2 + 2x_2 + b = 0$$

$$y_1 = -2x_1 + 14 - b$$

$$y_2 = -2x_2 - b$$

$$x_1; y_1 \quad y = (-2x_1 + 14 - b) + 14$$

$$x_2; y_2 \quad y = (-2x_2 - b) + 14$$

$$y_1 + 2x_1 + 14 = 2x_2 + y_2$$

$$y_1 = -2x_1 - 14 - b$$

$$y_2 = -2x_2 - b$$

$$y_2 - y_1 + 2(x_2 - x_1) = 14$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



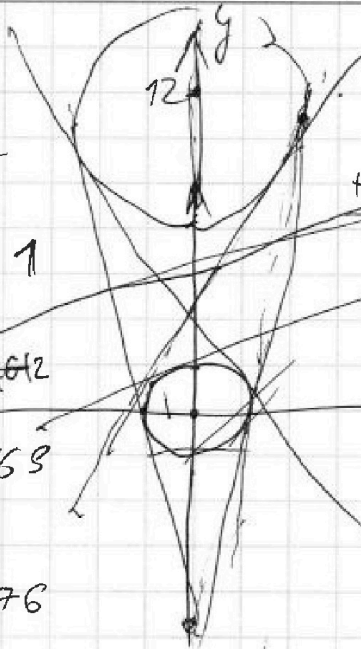
$$ax + y - 8b = 0$$

$$y = -ax + 8b$$

$$144 \frac{3}{4} + 3 + 3 + 2$$

$$y = \frac{576}{4} = 144$$

$$3 \frac{23}{4}$$



$$\begin{cases} 25x^2 + y^2 + 14y = 120 \\ 144x^2 + y^2 = 169 \end{cases}$$

$$119x^2 + 14y = 49$$

$$y = \frac{119x^2 - 49}{14}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ + 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 119 \\ \times 2 \\ \hline 238 \end{array}$$

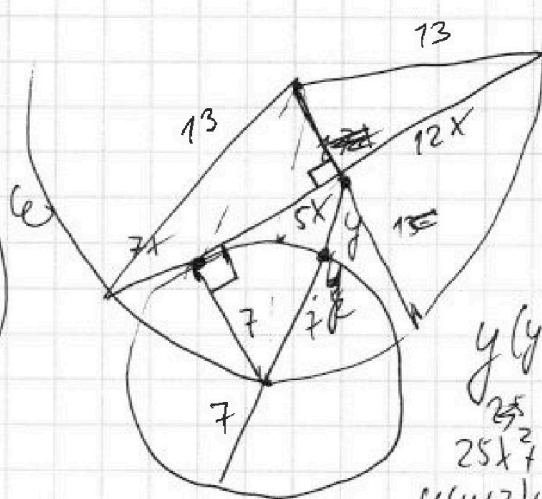
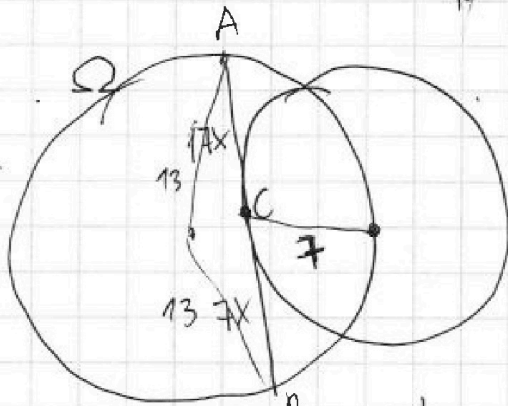
$$11 - 18 = -7$$

$$\begin{array}{r} 119 \overline{) 7} \\ - 7 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$144x^2 + \frac{(17x-7)^2}{4} = 169$$

$$576x^2 + 289x^2 - 238x + 49 = 676$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 4 \\ \hline 676 \end{array}$$



$$y(y+7) = 25x^2$$

$$25x^2 + 49 = (y+7)^2$$

$$y(y+7) + 49 = (y+7)^2$$

$$y^2 + 7y + 49 = y^2 + 7y + 49$$

$$y^2 + 14y = y^2 + 7y + 49$$

$$\sqrt{y^2 + 49} + \sqrt{49 + 49} = 13$$

$$MN_1 + MN_2 = 5x$$

$$17^2x^2 - 49$$

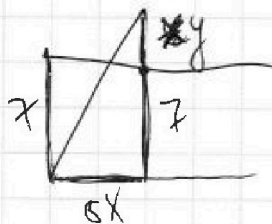
$$(5x)^2 + (y+7)^2 = 169$$

$$144x^2 + y^2 = 169$$

$$25x^2 + y^2 + 14y + 49 = 169$$

$$144x^2 + y^2 = 169$$

$$169x^2 + 2y^2 + 14y + 49$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



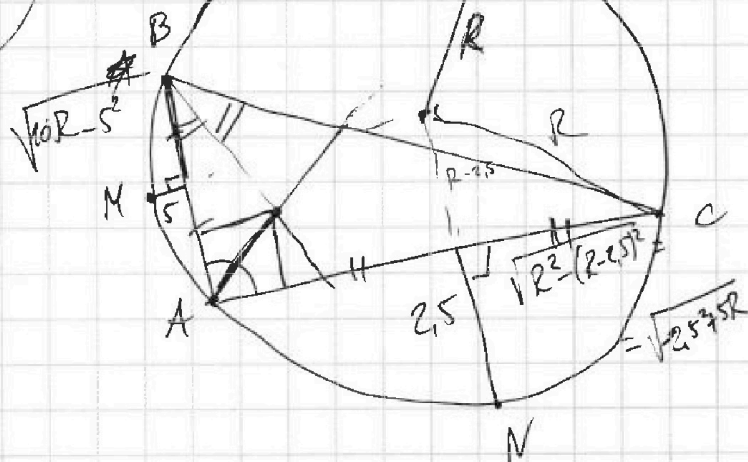
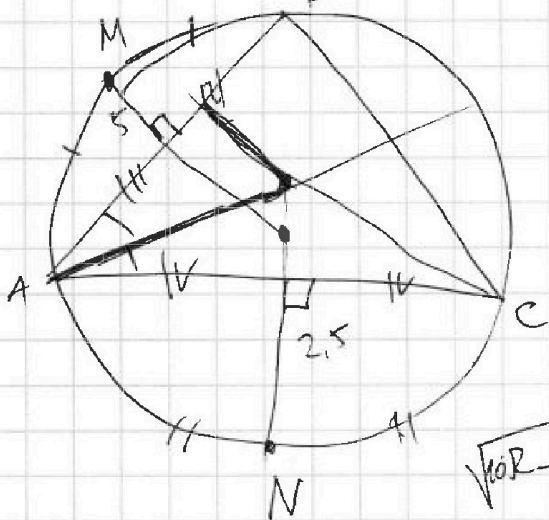
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$576x^2 + 288x^2 - 238x + 48 - 676 = 0$$

$$865x^2 - 238x - 627 = 0$$

$$24x - ?$$



$$\begin{array}{r} \sqrt{576} \\ 288 \\ \hline 865 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 676 \\ -49 \\ \hline 627 \end{array}$$

$$17 - 6 = 11$$

$$\begin{array}{r} 1713 \\ -13 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 865 \overline{) 15} \\ \underline{5} \\ 36 \end{array}$$

$$119$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \underline{75} \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = a$$

$$a^2 = 3x^2 - 6x + 2$$

$$b^2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$a^2 - b^2 = -9x + 1$$

$$y_1 = kx + b$$

$$y_2 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$k(x_2 - x_1) = y_2 - y_1$$

$$y_1 + y_2$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = (3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1) =$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$3 \cdot \frac{1}{9} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2 = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{5}{3} \quad S = B + \frac{P}{2} - 1$$

$$3 \cdot \frac{1}{9} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 1 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2}(3x^2 + 3x + 1) = 1$$

$$2\sqrt{\dots} = 3x - 6x^2$$

$$4(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) = 9x^2 - 36x^3 + 36x^4$$

$$4(9x^4 - 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) = x(x - \frac{1}{2}) \leq 0$$

$$36x^4 - 36x^3 - 48x^2 - 12x + 4 = 36x^4 - 36x^3 + 36x^2 - 48x^2 - 12x + 4 = 8x^2$$

$$57x^2 + 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 57 = 144 + 912 =$$

$$= 1056 = 8^2 \cdot 166$$

$$x = \frac{-12 \pm 8\sqrt{166}}{57}$$

$$2x_2 + y_2 = -(2x_1 + y_1) = 14$$

$$16 \cdot 26$$

$$46 \cdot 26 + 16$$

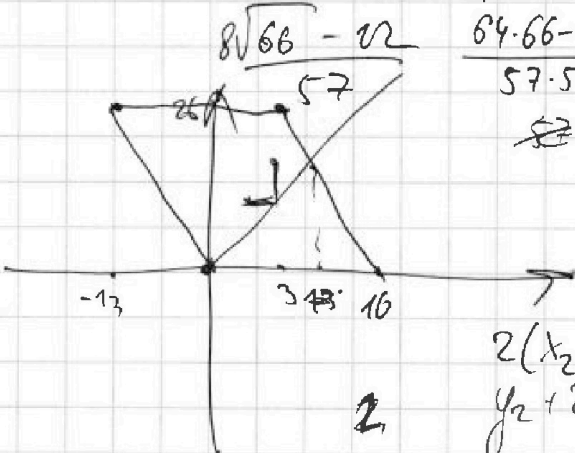
$$+ 216$$

$$+ 26$$

$$476$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$y_2 + 2x_2 = 14 + y_1 + 2x_1$$



2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$2^1 \cdot 6^1 \cdot c$ $ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$ $bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$ $16+25-7 \cdot 4 \cdot 5 = 2 \cdot 4$
 $ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$ $a+b \cdot (km+n)^2$ $17+23+45 = 58$ $d_1=11$ $d_3=13$
 $a^2 - 7ab + b^2 = km^2 + kn^2 + kn^2$ $d_2=4 \cdot 7 \cdot 49$
 $ab \geq 2^{15} \cdot 7^{11}$ $bc \geq 2^{17} \cdot 7^{18}$ $ac \geq 2^{23} \cdot 7^{39}$
 $a^2 b^2 c^2 \geq 2^{55} \cdot 7^{68}$ $\frac{4}{5} \cdot \frac{9}{9}$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{9}$
 $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34}$ $a = 2^{d_1} \cdot 7^{\beta_1} \cdot k_1$
 $a+b \equiv 0 \pmod{m}$ $b = 2^{d_2} \cdot 7^{\beta_2} \cdot k_2$
 $(a+b)^2 \equiv 0 \pmod{m}$ $c = 2^{d_3} \cdot 7^{\beta_3} \cdot k_3$
 $9ab \equiv 0 \pmod{m}$ $abc = 2^{d_1+d_2+d_3} \cdot 7^{\beta_1+\beta_2+\beta_3} \cdot k_1 k_2 k_3$
 $9ab : m \cdot 32 \cdot 29$ $d_1+d_2 \geq 15$
 $9ab = km \cdot 2 \cdot 17$ $\beta_1+\beta_2 = 11$
 $9(k_1 m_1) \cdot (k_2 m_2) \cdot (k_3 m_3) \cdot 2^{23} \cdot 7^{39}$ $d_2+d_3 = 17$
 $\beta_1+\beta_2 \geq 11$ $d_3-d_1 = 2^{23} \cdot 23$ $\frac{a+b}{9ab} = \frac{1}{9a} + \frac{1}{9a}$
 $\beta_2+\beta_3 \geq 18$ $a = 2^{11} \cdot 7^{15}$
 $\beta_3+\beta_1 \geq 39$ $b = 24 \cdot 7$
 $2(\beta_1+\beta_2+\beta_3) \geq 66$ $c = 2^{13} \cdot 7^{24}$
 $\beta_1+\beta_2+\beta_3 \geq 34$ $\beta_1=15$
 $\beta_3=24$

$a^2 - 7ab + b^2$
 $D = 49b^2 - 4b^2 = 45b^2$
 $a = \frac{7b \pm 3b\sqrt{5}}{2}$

$9ab : (a+b)$

$\frac{4}{5} \cdot \frac{9}{41-140} = \frac{9}{-99}$

$\frac{22}{23}$

$ab=45$

$22^2 + 23^2 = 484 + 529$

$a+b : m \cdot p$

$a \cdot m = p^2$

$b \cdot m = 22$

$\frac{44}{484}$

$\frac{23}{23}$

$\frac{46}{46}$

$\frac{529}{529}$

$3x^2 - 6x + 2 + 9x = 1 + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$

$3x^2 - 6x + 2 + 81x^2 + 18x \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 2 + 3x^2 + 3x + 2 \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$

$81x^2 - 6x + 2 + 18x \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 2 + 3x^2 + 3x + 2 \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$

$81x^2 - 9x + 2 + 18x \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 2 \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$

70

$-3x - 6x^2 = 2 \quad D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 6$

$D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 81$

$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 6$