



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Замечая, что дано  $ab: 2^{14}$ ,  $bc: 2^{17}$ ,  $ac: 2^{20}$ , то

$$a^2 b^2 c^2 = ab \cdot ac \cdot bc : 2^{14+17+20} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{51} \Rightarrow \text{н.к. } a^2 b^2 c^2 -$$

минимум квадрата, то  $a^2 b^2 c^2 : 2^{52} \Rightarrow abc : 2^{26}$ . Также,

н.к.  $ab: 2^{14}$ ,  $bc: 2^{17}$  и  $ac: 2^{20}$ , то  $abc: 2^{37}$ . Умно,

$$abc : 2^{26} \cdot 2^{37} \Rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 2^{37}. \text{ Нумер на } a, b, c$$

$$a = 2^9 \cdot 2^{17}, b = 2^6, c = 2^{11} \cdot 2^{20}, \text{ тогда } ab: 2^{14} \cdot 2^{10},$$

$$bc: 2^{17} \cdot 2^{17}, ac: 2^{20} \cdot 2^{37}, \text{ нуль } abc = 2^{26} \cdot 2^{37}.$$

$$\text{Ответ: } \min(abc) = 2^{26} \cdot 2^{37}$$

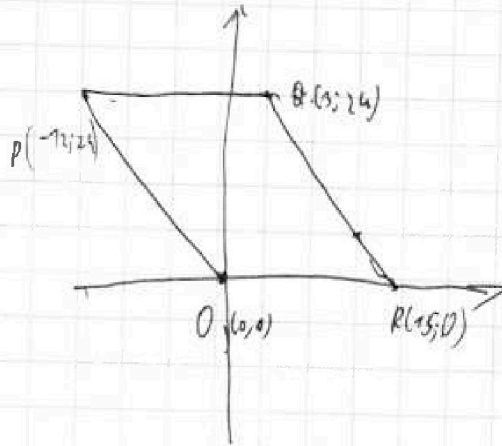
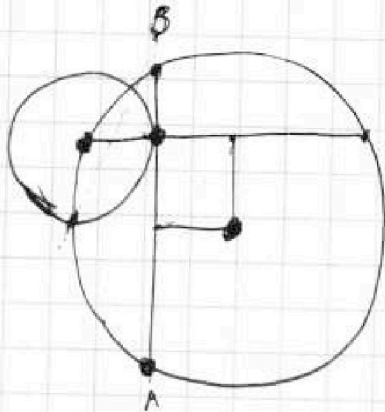


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.  
 Отметьте крестиком номер задачи,  
 решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} y_1 &= -2x \\ y_2 &= -2x + 15 \\ y_3 &= 0 \\ y_4 &= 24 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y + 2x \geq 0 \\ y + 2x \leq 15 \\ y \geq 0 \\ y \leq 24 \\ 2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a &= 2^7 \cdot 7^{11} \\ b &= 2^6 \\ c &= 2^{11} \cdot 7^{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a & \leq v & 2^{16} \\ b & \leq v \\ c & \leq v \end{aligned}$$

$$2x_1 + y_1 - (2x_2 + y_2) = 12$$

|    |   |                    |
|----|---|--------------------|
| 15 | 3 | $2x + y = 3$       |
| 14 | 2 | $2x + y = 15$      |
| 13 | 1 | $0 \leq y \leq 24$ |
| 12 | 0 |                    |

$$0 \leq y \leq 24$$

при  $x=0$  и  $y=0$

$$1 \dots 23 \rightarrow 12$$

$$12 \cdot 12 \quad 13$$

при  $x=0$  и  $y=0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

## Задача 2

По условию  $a$  и  $b$  взаимно просты.

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{(a+b)}{(a+b)^2-8ab}$$

$m$  из условия. При каком  $m$   $(a+b):m$  и  $((a+b)^2-8ab):m$

$\Rightarrow m.k. (a+b):m$ , то  $8ab:m$ . Пусть  $\text{НОД}(ab, a+b)=d$ ,

где  $d>1$ , тогда либо  $a$  делится на какой-то делитель

$d$ , разобрав его  $q$ , то  $ab:q$ ,  $a:q$ , и  $a+b:d \Rightarrow$

$a+b:q \Rightarrow b:q \Rightarrow a:q$  и  $b:q \Rightarrow q=1$ . Аналогично,

либо  $b$  делится на какой-то делитель  $d$ , разобрав его  $p$ ,

то  $p=1 \Rightarrow$  найдем, что  $d=1$ . Итак,  $\text{НОД}(a+b; ab)=1$

$\Rightarrow \text{НОД}(a+b; 8ab) \leq 8 \Rightarrow$  ~~максимальное~~

значение  $m \leq \text{НОД}(a+b; 8ab) \leq 8$ . Приведем пример

на  $m=8$ : возьмем  $a=1, b=7$ , тогда  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} =$

$$= \frac{7+1}{1-42+49} = \frac{8}{8} \Rightarrow$$
 можно сократить на 8

Пример:  $\text{max}(m) = 8$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4

Пусть  $2x^2 + 2x + 1 = y$ , тогда уравнение примет вид:  
 $\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x$ .

Дадиме формулы ОДЗ:  $(2x^2 - 5x + 3) \geq 0 \Rightarrow (2x-3)(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \in (1; \frac{3}{2})$   
 $(2x^2 + 2x + 1 > 0, \text{ т.к. } D = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 < 0,$   
т.е.  $x \in (1; \frac{3}{2})$ .

Умножим  $\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x$  на сопряженное  $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y}$ ,  
(который  $> 0$ , т.к.  $\sqrt{y} > 0$ ):  $2-7x = (2-7x)(\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y})$

значит либо  $2-7x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$  - вступает в ОДЗ  $\checkmark$

либо  $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y} = 1$ . Разберем 2 случая;

Умножим:  $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y} = 1$

$$\left( \sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x \Rightarrow 2\sqrt{y} = 7x-1 \Rightarrow \right.$$

$4y = 49x^2 - 14x + 1$ , т.е.  $8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$  т.е.

$$41x^2 - 22x - 3 = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{82}$$

$$= \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}, \text{ замечая, что } 2\sqrt{61} < 2 \cdot 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} < \frac{11 + 2 \cdot 8}{41} \leq 1 \Rightarrow \text{оба этих корня впадают}$$

в ОДЗ. Умножив найденные корни  $\frac{2}{7}$ ,  $\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$  и  $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

Ответы:  $\frac{2}{7}$ ;  $\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$ ;  $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

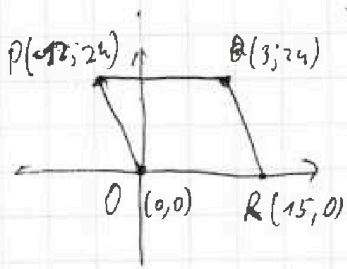


|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 5



Итак параллелограмм заданной  
 вершиной из 4 неравенств  
 (и прямых, которые его выключают);

$$OP: y+2x \geq 0, PQ: y \leq 24; QR: y+2x \leq 30; OR: y \geq 0$$

Итак:  $\begin{cases} 0 \leq y+2x \leq 30 \\ 0 \leq y \leq 24 \end{cases}$  - это верно для любой точки в параллелограмме

параллелограмме OPQR. Рассмотрим точку  $A \in \beta$ :

$$(2x_2+y_2) - (2x_1+y_1) = 12 \Rightarrow \text{т.к. } 0 \leq y_i+2x_i \leq 30, \text{ то}$$

следует такое разл:  $30-18; 29-17 \dots 13-1; 12-0$ .

Рассмотрим разл, где  $(2x_2+y_2)$  и  $(2x_1+y_1)$  - целые, тогда

т.к.  $0 \leq y_1, y_2 \leq 24$  и т.к. целые уравнения

$$2x+y = k \text{ (k целое) в целых числах возможно только}$$

при четных  $y_1$  и  $y_2$ , но  $y_1$  и  $y_2$  могут принимать

только четные значения от 0 до 24 - все 13  $\Rightarrow$

в при определенных условиях  $k_1, k_2$  целых

$$\begin{cases} 2x_1+y_1 = k_1 \\ 2x_2+y_2 = k_2 \end{cases} \text{ целое } 13 \cdot 13 = 169 \text{ решений.}$$

Аналогично для целых разл: целые уравнения

$$2x+y = k, \text{ где k целое возможно при целых } y \text{ от}$$

$$0 \text{ до } 24, \text{ только } 12 \Rightarrow \text{ целых } \begin{cases} 2x_1+y_1 = k_1 \\ 2x_2+y_2 = k_2 \end{cases} \text{ (} k_1, k_2 \text{ целые)}$$

$$\text{целых } 12 \cdot 12 \text{ решений} = 144 \text{ решений}$$

выполнено задание 5 на в. Справедливо





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Иногда мне попадали, что пара  $(2x_2 + y_2) - (2x_1 + y_1) = 72$   
иногда шаг  $(30; 18), (29; 77) \dots (12; 0)$  так  $0 \leq 2x_1 + y_1 \leq 30$ ,  
иногда пара, где  $2x_2 + y_2$  и  $2x_1 + y_1$  остаются меньше 169  
плюсуются, а пара где  $2x_2 + y_2$  и  $2x_1 + y_1$  - наоборот меньше  
144 минусуются, это значит, что если у нас  
пара с меньшими  $(2x_1 + y_1$  и  $2x_2 + y_2)$  было 10, а пара с  
большими  $2x_1 + y_1$  и  $2x_2 + y_2$  было 9, то было  
результат  $= 169 \cdot 10 + 144 \cdot 9 = 1690 + 1440 - 144 = 2986$ ,  
так результат в каждой группе парок не уменьшается и  
во всех парках результат положительный.

Ответ: 2986 пар

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печка QR-кода недопустима!



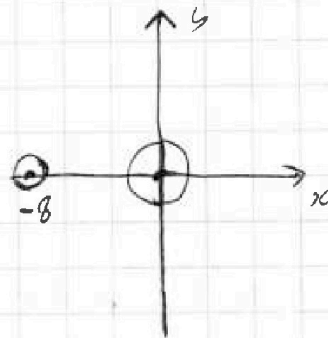
### Задача 6:

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+b)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

из второго уравнения

следует, что точка с коорд.  $x, y$

лежит либо внутри окружности с центром  $(0; 0)$  и радиусом 2, либо внутри окружности с центром  $(-b; 0)$  и радиусом 1 (включая границу). Первое из уравнений задает прямую  $y = ax + 10b$ . Заметим, что если эта прямая пересекает хотя бы одну окружность, то прямая  $y = ax + 10b$  не пересекает окружность. 2 решения возможны только в том случае, если прямая касается обеих окружностей. Это значит, что надо найти угловое расстояние  $\alpha$  - угла наклона и обеих касательных к окружностям. Заметим обобщенно касательную к окружностям:



пусть  $l_1$  и  $l_2$  параллельны, тогда

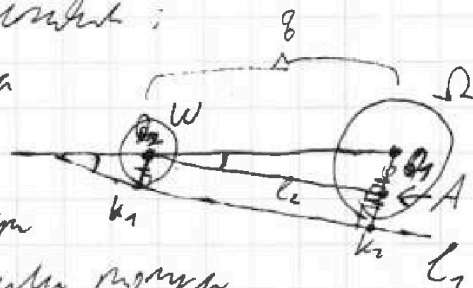
если прямая  $l_1$  не

касается  $\Omega$  в точке  $A$ , тогда линия

касания  $y$  и  $\Omega$  это  $k_1 k_2$ , но  $O_1 k_1 k_2 A$  -

прямоугольник  $\Rightarrow k_1 O_1 = A k_2 = 1 \Rightarrow A O_1 = 1 \Rightarrow \angle O_1 O_2 A = \arcsin(\frac{A O_1}{O_1 O_2}) =$

$$= \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow \text{tg} \angle O_1 O_2 A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$







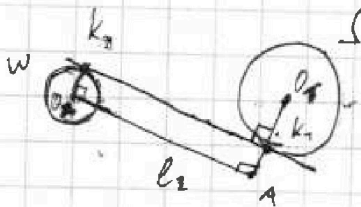
На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Учтем, если  $a = \frac{1}{\sqrt{63}}$ , то линия касательная принадлежит к  $\Omega$  и  $W$  касательна на "вершине" (т.к.  $a$  - это касательная касательная), а т.к.  $O_1$  и  $O_2$  лежат на оси  $Ox$ , то при  $a = -\frac{1}{\sqrt{63}}$  прямая  $y = ax + 106$  касательна на "низу" при соответствующем  $b$ . Ищем варианты меньшего радиуса касательного:



Учтем касательную касательную  $\Omega$  и  $W$  в  $k_1$  и  $k_2$  соответственно, проведем отрез  $O_2$  прямую  $l_2$  перпендикулярно

касательной касательной, тогда если  $l_2$  перпендикулярно касательной  $O_2 k_1$  в точке  $A$ , то т.к.  $O_2 k_1 k_1 A$  - прямоугольник.

то  $\angle k_1 k_2 O_2 = 90^\circ = \angle O_2 A O_1$  и  $O_2 k_1 = 1 = A k_1 \Rightarrow O_1 A = 3$  и  $O_1 O_2 = 8 \Rightarrow$   
 $\angle O_1 O_2 A = \arcsin\left(\frac{O_1 A}{O_1 O_2}\right) = \arcsin\left(\frac{3}{8}\right) = \arctg\left(\frac{3}{\sqrt{55}}\right) \Rightarrow$

при  $a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$  при соответствующем  $b$  (т.к.  $O_1$  и  $O_2$  лежат на  $Ox$ ) прямая  $ax + 106 = y$  является

касательной касательной касательной к  $W$  и  $\Omega$ . Учтем

линии касательной и параллельная  $a$ , при которой  $y = ax + 106$

касательна касательной  $\Rightarrow$  т.к.  $+106$  - это значение

прямой касательной, то для касательной  $ax + 106$  можно

поискать соответствующий  $b \Rightarrow$  всего 4 варианта

$\pm \frac{3}{\sqrt{55}}$  и  $\pm \frac{1}{\sqrt{63}}$ . Ответ:  $\pm \frac{3}{\sqrt{55}}$  и  $\pm \frac{1}{\sqrt{63}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab: 2^{10} \cdot 7^{10}$     $bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$     $ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$  , тогда

$14 + 17 + 20 = 51$   
 $10 + 17 + 37 = 64$

$a^2 b^2 c^2: 2^{51} \cdot 7^{64}$

$\min ab = 2^4 \cdot 7^{10}$

$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{51} \cdot 7^{64}$

$ab \geq 2^4 \cdot 7^{10}$

$\min bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$

$bc \geq 2^{17} \cdot 7^{17}$

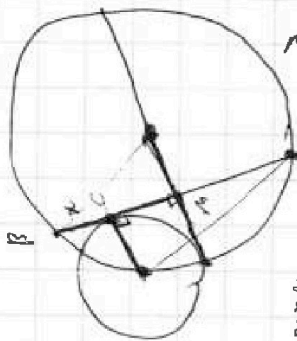
$\min ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$

$ac \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$

$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{51} \cdot 7^{64}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$



$\frac{c}{a} = \frac{2^3}{7^2}, \frac{a}{b} =$

$(AM) = \frac{1}{2} BC$   
 $BC = 41$   
 $AM = 20.5$

тогда  $2^{20} \cdot 7^{37}$

$bc = 2^{20} \cdot 7^{32}$

$ab: 2^{15} \cdot 7^{17}$

$bc: 2^{17} \cdot 7^{20}$

$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$

$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} \geq \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$

$((a+b)^2, 8ab) - ?$     $7, 1$

$abc = 64 - 9 = 55$

$a = 2^9 \cdot 7^{17}$   
 $b = 2^6 \cdot 7^{20}$   
 $c = 2^{11} \cdot 7^{20}$

$\frac{7+1}{7^2 - 6 \cdot 7 + 1} = \frac{8}{8} = 8$

$\frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$   
 $\frac{5+1}{2} = 3$   
 $\frac{5-1}{2} = 2$   
 $4 > 0$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$2x^2 - 5x$     $2x^2 + 2x$

$\sqrt{y - 7x + 1} - \sqrt{y} = 2 - 7x$

$x=0$ , но  $2 - 7x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$

$\sqrt{y+a} - \sqrt{y} = a$

$\sqrt{y+a} = \sqrt{y} + a$

$\sqrt{y+a} \leq \sqrt{a} + \sqrt{y}$

$a = a(\sqrt{y+a} + \sqrt{y})$

$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$

$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$

$\sqrt{y+a} - \sqrt{y} = a$

$2\sqrt{y+a} = a+1$

$\begin{array}{r} 2566 \\ + 744 \\ \hline 3310 \\ + 444 \\ \hline 1699 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1690 \\ + 1440 \\ \hline 3130 \\ + 744 \\ \hline 2086 \end{array}$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$2 - 7x = 2 - 7x(\sqrt{2x^2 + 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$

$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x$

$8x^2 - 20x + 12 = 49x^2 - 42x + 9$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$121 \cdot 4 = 484$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$976 = 4 \cdot (9 \cdot 25 + 19) = 4 \cdot (244) = 4 \cdot 4 \cdot 61$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1 \quad \sin \frac{1}{8} \approx \frac{1}{\sqrt{63}} \quad \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} < 4 \cdot \sqrt{61} < 4 \cdot 8$$

$$6x^2 + 6x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$164 \cdot 3 = 492$$

$$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82}$$

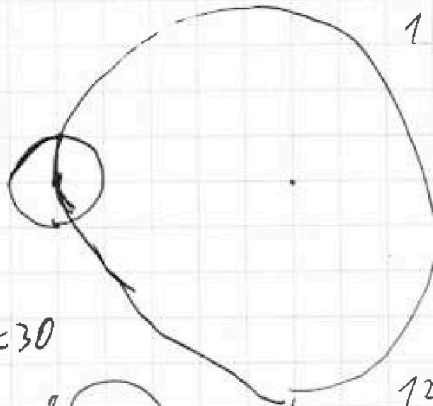
$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$y \geq -2x$$

$$y + 2x \geq 0$$

$$y = -2x + 6$$

$$y = -30 + 6 \quad 6 = 30$$



$$1246$$

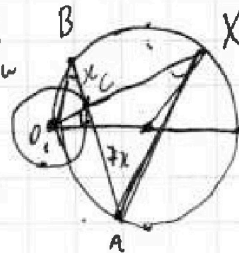
$$976$$

$$670 + 366$$

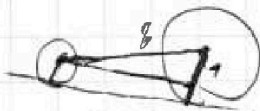
$$67 - 16$$

$$12 + 2x = 30$$

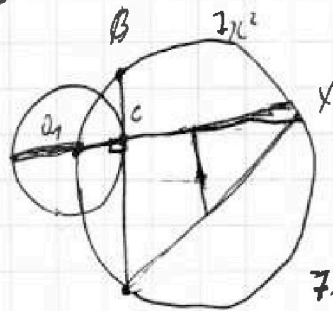
$$219$$



$$AC : CB = 1 : 7$$



$$\sin \frac{1}{8}$$



$$7x^2$$

$$30 - 18$$

$$29 - 17$$

$$12 - 0$$

$$19$$

$$\frac{3}{8} \left( \frac{7x^2 + 1}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

$$x^2 - 4 = 4$$

$$(x - 8)^2 = 1$$

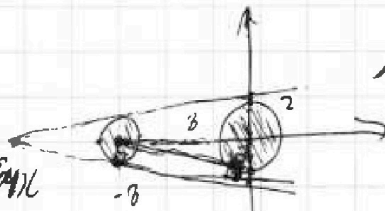
$$y = ax + b$$

$$\frac{CX}{AC} = \frac{CB}{BC}$$

$$x^2 - 4 = 4x^2 + 256 - 4 - 64x$$

$$3x^2 + 256 - 64x$$

$$x = 64 \pm \sqrt{\dots}$$



$$x(x + 8) = x^2 - 1$$

$$x^2 + 8x = x^2 - 1$$

$$x =$$

$$|x - 8| = |x - 8|$$

$$\frac{y}{7x} = \frac{x}{1} = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{\sqrt{4x^2 + 1}}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{7x}{1} = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{\sqrt{4x^2 + 1}}$$

$$\frac{7x\sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$y = ax + b$$



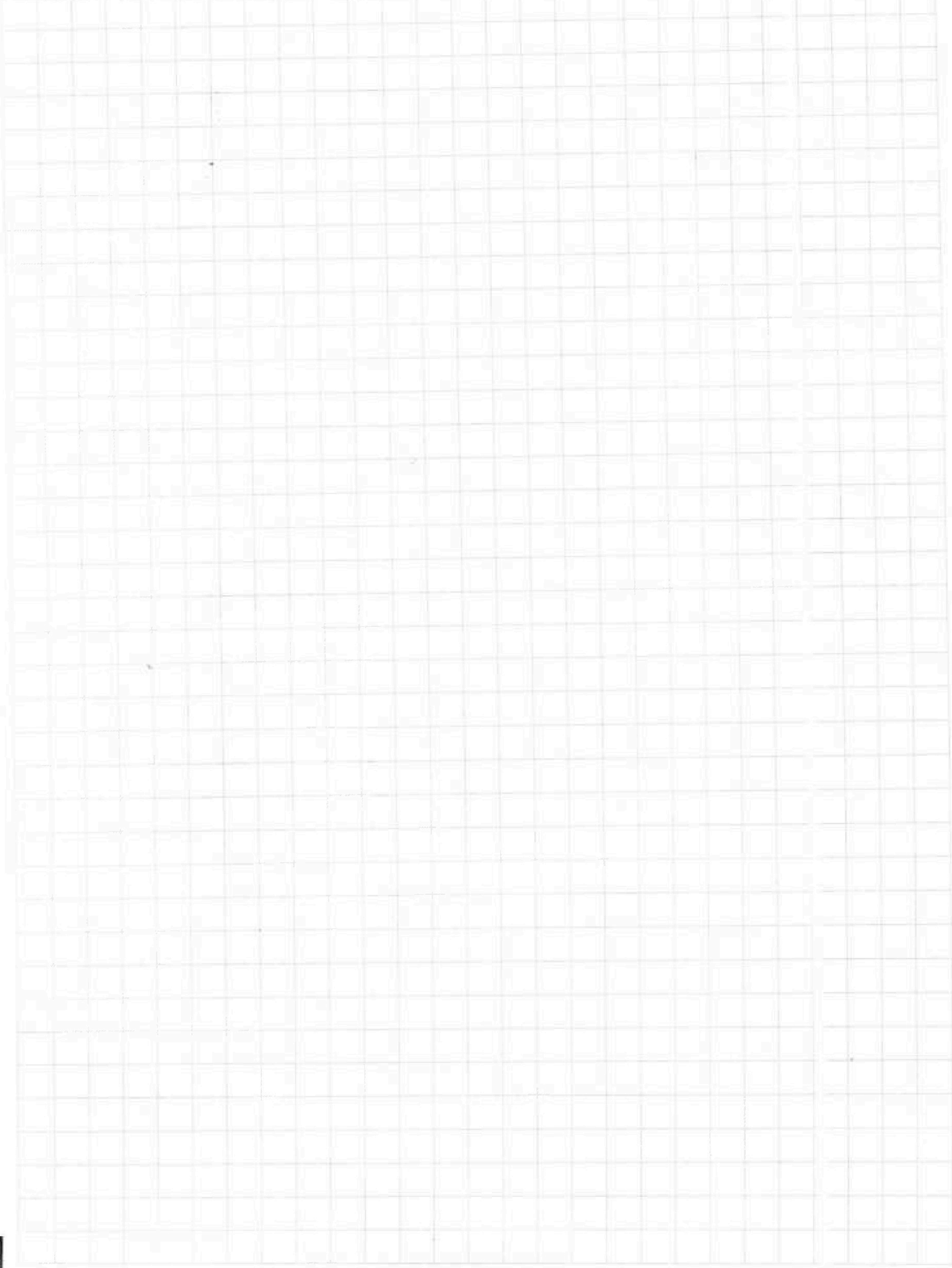
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



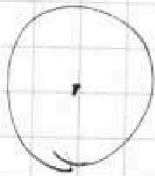
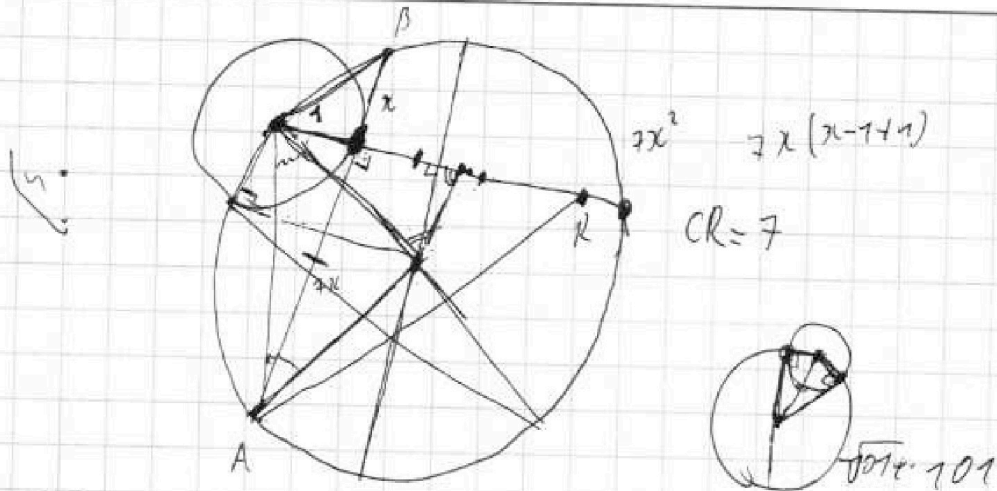


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.  
 Отметьте крестиком номер задачи,  
 решение которой представлено на странице:

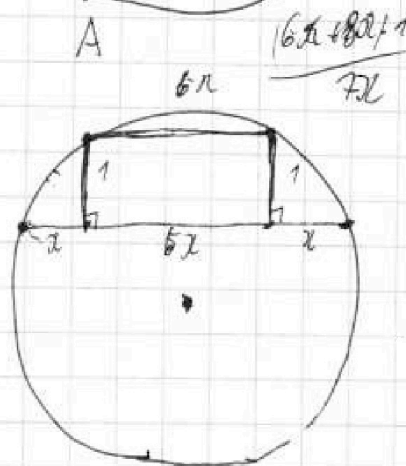
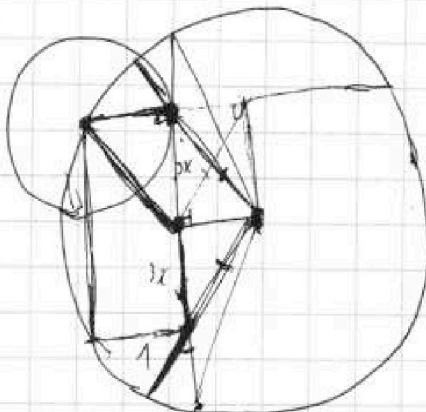
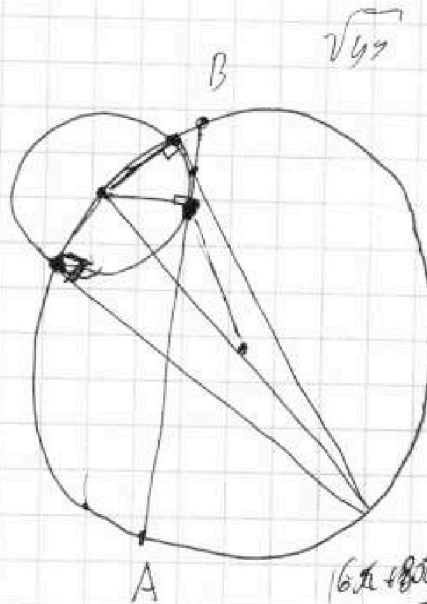
- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{a}{\sin A} = 2R$   
 $\frac{abc}{4R}$







На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

