



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~1.

$$\left. \begin{array}{l} 1. ab: 2^{14} \cdot 7^{40} \\ bc: 2^{17} \cdot 7^{37} \end{array} \right\} \Rightarrow abc: 2^{31} \cdot 7^{77}, \text{ по условию } ac: 2^{20} \cdot 7^{77}, \text{ следовательно,} \\ abc: 2^{31} \cdot 7^{77}.$$

$$\left. \begin{array}{l} 2. ab: 2^{14} \cdot 7^{40} \\ bc: 2^{17} \cdot 7^{37} \\ ac: 2^{20} \cdot 7^{77} \end{array} \right\} \Rightarrow (abc)^2: 2^{51} \cdot 7^{64}, \text{ т.к. это квадрат, то } (abc)^2: 2^{52} \cdot 7^{64} \\ \text{и по пункту 1 следует, что} \\ (abc)^2: (2^{52} \cdot 7^{64} \cdot 7^{12}), \text{ то есть} \\ abc: 2^{26} \cdot 7^{37}.$$

Пример:  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$  (это min число, кратное  $2^{26} \cdot 7^{37}$ , наименьшее кратное):

$$\begin{aligned} a &= 2^9 \cdot 7^{20} \\ b &= 2^5 \\ c &= 2^{12} \cdot 7^{17} \end{aligned}$$

Ответ:  $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2.

1. т.к.  $\frac{a}{b}$  несократимо, но  $(a; b) = 1$ .
2.  $\frac{a+b}{a^2-ba+ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 2ab}$  ← НОД

Поняно, что, чтобы сократить дробь и  $n$ , надо, чтобы и числитель, и знаменатель делились на  $n$ , но если  $n$  - делитель  $(a+b)$ , а, значит, и делитель  $(a+b)^2$ . Тогда ~~для~~ для  $2ab$  и  $n$  тоже должно быть делителем.

Но если  $n = (2ab; a+b)$ . Поняно, что  $(a; a+b) = 1 = (b; a+b)$ , т.к. по алгоритму Евклида  $(a; a+b) = (a; b) = 1$  по условию и  $(b; a+b) = (a; b)$  аналогично. Таким образом,  $n$  - делитель  $2$ , т.е. max  $n = 2$

Ответ: 2.

Кроме этого, можно сказать, что если  $a$  и  $b$  разной четности, то  $n = 1$ , т.к. и числитель, и знаменатель будут нечетными.

$a$  и  $b$  и могут быть оба четными, т.к. тогда  $(a; b) \neq 1$ .

~~если  $a$  и  $b$  нечетны~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

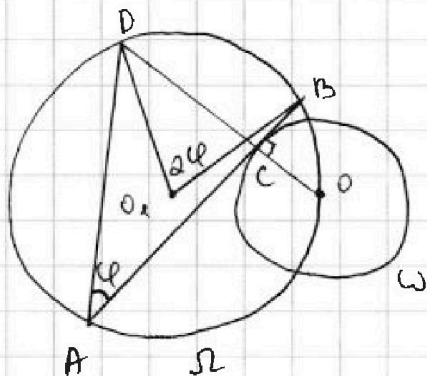
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~3.

- Пусть  $BC = x$ ,  $AC = \sqrt{x}$ , и  $O$  - центр  $\omega$ .  
Проведем  $OC$  до пересечения с  $\Omega$ , это будет точка  $D$ , и  $O_1$  - центр  $\Omega$ .
- П.к.  $AB$  - касательная к  $\omega$ , то  $\angle BCO = \angle BCD = \angle OCA = \angle ACO = 90^\circ$  по теореме о касательной и радиусе, проведенной в точку касания.
- По теореме о пересекющихся хордах, для  $\Omega$ :  $AC \cdot CB = OC \cdot DC$   
 $\sqrt{x} \cdot x = 1 \cdot DC$   
 $DC = \sqrt{x^2}$

- По теореме косинусов  $\angle CAB = \varphi$ , следовательно,  $\angle AOB = 2\varphi$  - центральный.  
 в  $\triangle OCA$   $\tan \varphi = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{OC}{AC} = x$   
 в  $\triangle OCA$  по теореме косинусов  $\cos 2\varphi = 2 \cdot \frac{1}{x^2+1} - 1$  ( $\tan^2 \varphi + 1 = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$  и  $\cos 2\varphi = 2\cos^2 \varphi - 1$ )
- По теореме Пифагора для  $\triangle OBC$ ,  $AB^2 = OC^2 + BC^2 = 49x^4 + x^2$

С. По теореме косинусов для  $\triangle AOB$ :

$$49x^4 + x^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{1-x^2}{x^2+1} \cdot x(x^2+1)$$

$$t = x^2, t \geq 0$$

$$49t^3 + 49t^2 + t^2 + t = 50t + 50 - 50 + 50t$$

$$49t^3 + 50t^2 - 99t = 0$$

$$t(t-1)(49t+99) = 0$$

$$\begin{cases} t=0, \text{ не подходит по смыслу задачи} \\ t=1 \\ t = -\frac{99}{49}, \text{ не подходит по смыслу задачи} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1, \text{ не подходит по смыслу задачи} \\ x = 1 \end{cases}$$

$AB = 8x = 8$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

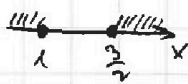
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x \quad | \cdot (\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}) > 0$$

$\phi_1 = 1-2 = -1 < 0, \quad 2x^2+2x+1 > 0$



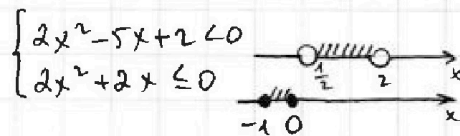
$$-4x + 2 = (2-7x)(\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1})$$

$$\begin{cases} -7x+2=0 \\ \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \\ 2-7x \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ \sqrt{2x^2-5x+3} = 1 - \sqrt{2x^2+2x+1} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2-5x+3} < 1 \\ \sqrt{2x^2+2x+1} \leq 1 \end{cases}$$

получается единственный корень  $x = \frac{2}{7}$

$$\begin{cases} 2x^2-5x+3 < 1 \\ 2x^2+2x+1 \leq 1 \end{cases}$$



Ответ:  $\frac{2}{7}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



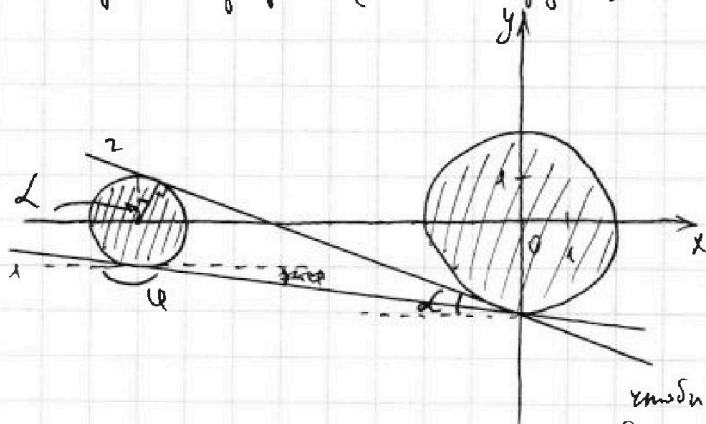
НС.

Рассмотрим второе уравнение.

$$(x+b)^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 > 4 \\ (x+b)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \\ (x+b)^2 + y^2 > 1 \end{cases}$$

Построим график (это 2 круга).



первое уравнение - это уравнение прямой.  
 $y = ax + (b_0 - b)$  - ордината точки пересечения с осью  $Oy$ .  
 угловой коэффициент

ровно 2 решения будут, если прямая будет касаться окружности 2-х окружностей (кругов)

только 2 касательных, остальные 2 будут

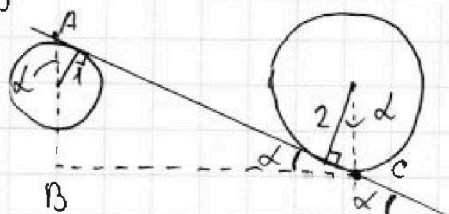
или не касаются окружностей, или касаются относительно оси  $Ox$ .

для касательной 1:

$$a = \tan \varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{8}$$

тогда была касательная:  $y = \frac{1}{8}x + 2$   $a = \frac{1}{8}$   $b = 0,2$   
 $y = -\frac{1}{8}x - 2$   $a = -\frac{1}{8}$   $b = -0,2$

для касательных 2:



для  $\triangle ABC$ :  
 $a = \tan(180^\circ - \alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-\frac{1}{8} - \frac{2}{8}}{\frac{1}{8}} = \frac{-\frac{3}{8}}{\frac{1}{8}} = -3$

$$= -\frac{3}{8} \cos \alpha = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \frac{3}{8}$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = \frac{-\sqrt{55}}{8}$$

1 и 2 - радиусы и 2 углов

касательные:  $y = \frac{-\sqrt{55}}{8}x - \frac{16}{\sqrt{55}}$   
 $y = \frac{\sqrt{55}}{8}x + \frac{16}{\sqrt{55}}$

$a = \frac{-\sqrt{55}}{8}$   $b = -\frac{16}{\sqrt{55}}$   
 $a = \frac{\sqrt{55}}{8}$   $b = \frac{16}{\sqrt{55}}$

Ответ:  $a \in \left\{ \pm \frac{1}{8}, \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \right\}$

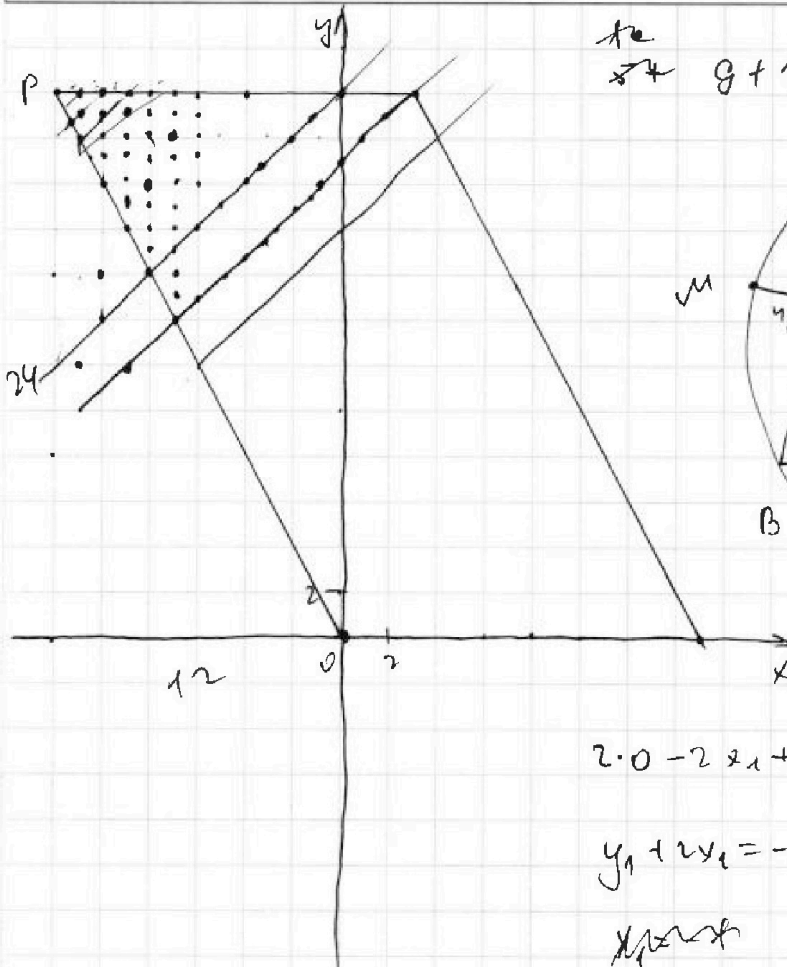
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

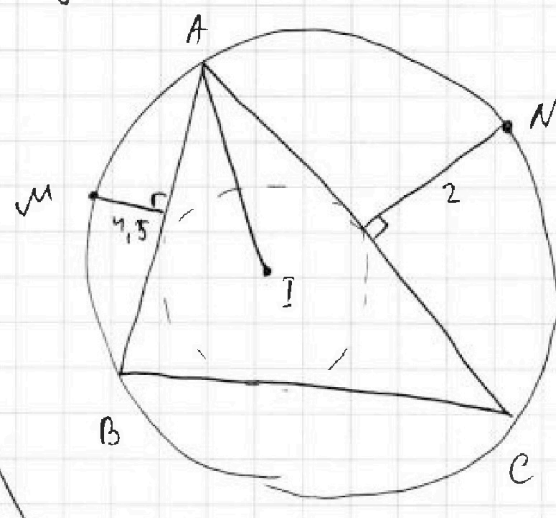
- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~to~~  
~~24~~  $g+12$



$$2 \cdot 0 - 2x_1 + 0 - y_1 = 12$$

$$y_1 + 2x_1 = -12$$

~~$x_1 = 24$~~   ~~$x_1 =$~~

$$2x_2 - 2x_1 - 2x_2 + 2x_1 = 12$$

$$\Delta y \approx x = 24$$

$$\Delta x_{max} = 24$$

$$y = -2x$$

$$\Delta x_{min} = -10$$

$$\Delta x_{max} = 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

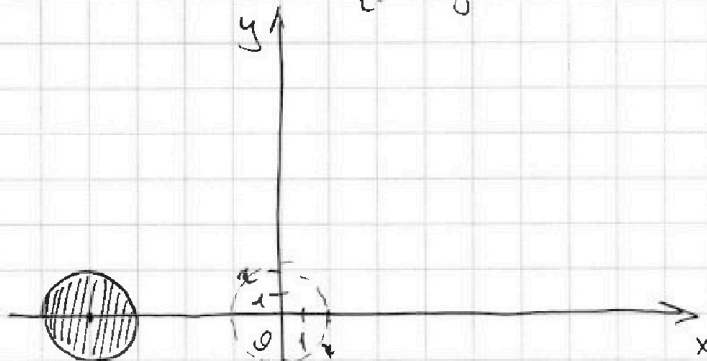
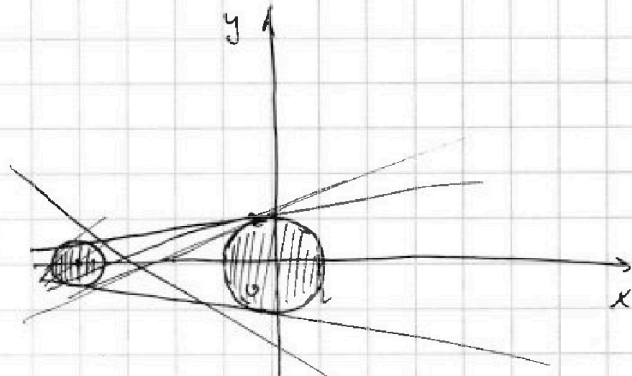
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

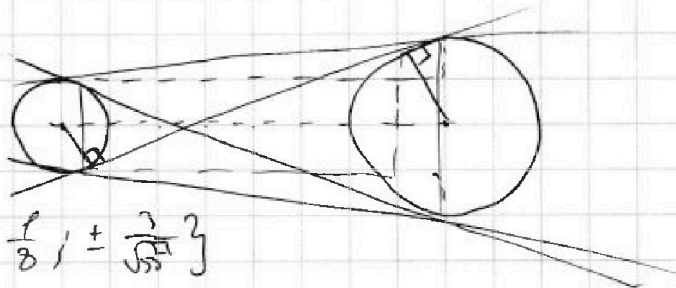
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

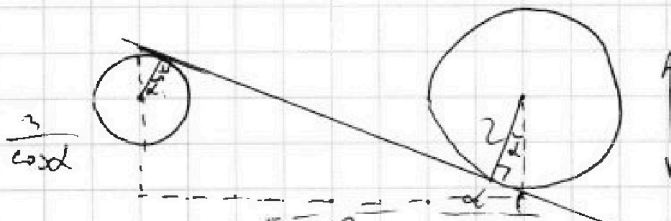
$$\begin{cases} x^2 + y^2 > 4 \\ (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ (x+8)^2 + y^2 > 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$



$$y = ax + b$$



$$a \in \left\{ \frac{1}{8}, -\frac{1}{8}, \pm \frac{3}{\sqrt{55}} \right\}$$



$$\frac{2}{\cos \alpha} = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{55}}$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{2}{\cos \alpha} = \frac{3}{\cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{8} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$\frac{3}{8 \cos \alpha} = \frac{3}{\sqrt{55}}$$

$$64 - 9 = 55$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$401^2 = 160000 + 800 + 1$$

4544

$$450^2 = 160000 + 40000 + 2500 = 202500$$

$$490^2 = 160000 + 80000 + 42000 = 240000$$

80000

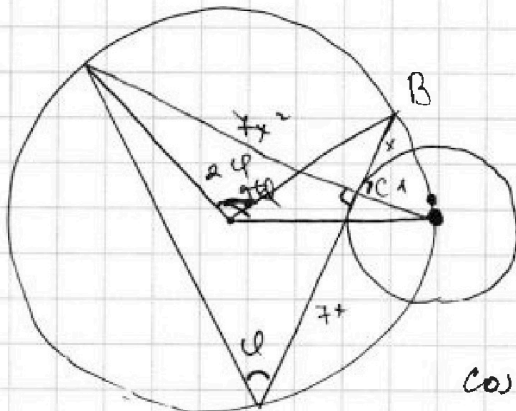
$$491^2 = 240000 + 2 \cdot 490 + 1 = 240000 + 980 + 1 = 241081$$

$$499^2 = (500 - 1)^2 = 250000 - 1000 + 1$$

$$49x^4 + x^2 = 49x^4 + 64x^2 - 2 \cdot 7x \cdot 8x \sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{\frac{1}{x^2+1}} =$$

$$49x^4 + x^2 = 49x^4 + 64x^2 - 112x^2$$

$$49x^4 + x^2 = 49x^4 + 64x^2 - 112x^2$$



$$\begin{aligned} \cos \varphi &= x \\ \cos \varphi &= \sqrt{\frac{1}{x^2+1}} \end{aligned}$$

$$49x^4 + x^2 = 64x^2 + 49x^4 + 49x^2 - 2 \cdot 7x \cdot 8x \sqrt{x^2+1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= 64x^2 + 49x^2 - 2 \cdot 56x^2 \\ \cos 2\varphi &= \frac{2}{x^2+1} - 1 = \frac{-x^2+1}{x^2+1} \end{aligned}$$

$$t = x^2$$

$$49t^2 + 49t^2 + 49t^2 + 49t^2 + 1 = 25t + 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \frac{1-t}{1+t}$$

$$49x^4 + x^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \frac{-x^2+1}{x^2+1}$$

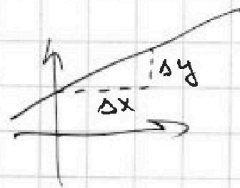
49x^4

$$49t^3 + 49t^2 + t^2 + t = 50t + 50 - 50 + 50t$$

$$49t^3 + 50t^2 - 99t = 0$$

$$t(t-1)(49t+99) = 0$$

$$t = x^2$$



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$y_1 + 2x_1 + 12 = y_2 + 2y_2$$

$$(y_1 - y_2) + 2(x_1 - x_2) = -12$$

$$3y + 25x = -12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \begin{matrix} 9 & 1 & 3 & 1 \\ 8 & 1 & 3 & 3 \end{matrix} \\ & 9+6 & 2 & 2 & 2 \\ & 2-6 \cdot 3 \\ & 1-6+1 \\ & 2-6=4 \\ & 2-6 \cdot 3 = 2+6=8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{8-5 \cdot 2 \cdot 7+3 \cdot 49}{49}} = \\ & = \frac{\sqrt{8-70+147}}{7} = \frac{\sqrt{85}}{7} \end{aligned}$$

$$77+8 = 85 = 5 \cdot 17$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x \\ & \Delta = 25-4 \cdot 3 \cdot 2 \\ & \begin{matrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{matrix} \\ & 2x^2-5x+3 \geq 2x^2+2x+1 \\ & 7x \leq 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -7x+2 = (2-7x)(\sqrt{\quad} + \sqrt{\quad}) \\ & \sqrt{\quad} + \sqrt{\quad} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \\ & 2x^2-5x+3 = 1 + 2\sqrt{2x^2+2x+1} - 2\sqrt{2x^2+2x+1} \end{aligned}$$

$$7x-2 = 2\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$49x^2 - 28x + 4 = 4x^2 + 8x + 4$$

$$45x^2 - 36x = 0$$

$$x(45x - 36) = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{36}{45} \end{cases}$$

$$\frac{2 \cdot 36 \cdot 36 - 5 \cdot 41 + 3 \cdot 41 \cdot 41}{41^2}$$

$$\frac{\sqrt{41(123-5)} + 1196}{41}$$

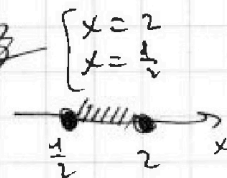
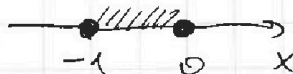
$$\begin{aligned} & 2x^2-5x+3 \leq 0 \\ & 2x^2-5x+2 \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2x^2-5x+3 \leq 0 \\ & 2x^2-5x+2 \leq 0 \end{aligned}$$

$$2x^2+2x+1 \leq 1$$

$$2x^2+2x \leq 0$$

$$2x(x+1) \leq 0 \quad -1; 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab: 2^{14} \cdot 7^{20}$   
 $bc: 2^{12} \cdot 7^{17}$   
 $ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$   
 $ab^2c: 2^{21} \cdot 7^{37}$   
 $ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$

$(abc)^2: 2^{64} \cdot 7^{64}$

$2^{31} \cdot 7^{12}$

$ab = 2^{15} \cdot 7^{20}$   
 $bc = 2^{12} \cdot 7^{17}$   
 $ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

$ab^2c: 2^{14} \cdot 7^{37}$   
 $b = 2^5$   
 $ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

$a = 2^9 \cdot 7^{20}$   
 $c = 2^{12} \cdot 7^{17}$   
 $b = 2^5$

$\frac{a^2b}{a^2 - 6ab + b^2} =$

$3 \cdot 20 = 51$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x - 1} = 2 - 7x$

$\frac{3+7}{9+49-6 \cdot 21} =$   
 $= \frac{10}{68}$

$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a+b}$

$(a^2 - 6ab + b^2) : (a+b) =$

$ab: 2^{14} \cdot 7^{20}$   
 $bc: 2^{12} \cdot 7^{17}$   
 $ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$

$b_{max} = 2^5$

$(ab; a+b)$

$(abc)^2: 2^{64} \cdot 7^{64}$ , но самым  
 малым  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow (abc)^2: 2^{62} \cdot 7^{64}$ , но  
 $ab^2c: 2^{14} \cdot 7^{37}$   
 $ac: 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow (abc)^2: 2^{62} \cdot 7^{74}$   
 $abc = 2^{31} \cdot 7^{37}$   
 $a = 2^9 \cdot 7^{20}$   
 $b = 2^5$   
 $c = 2^{12} \cdot 7^{17}$

$ab^2c: 2^{21} \cdot 7^{37}$

$(a+b; b) =$   
 $= (a; b) = f$   
 $(g; a+b)$

$(a+b; a^2 - 6ab + b^2) = m$

$(a+b)^2 - 8ab = a^2 - 6ab + b^2$

a	4	4
b	4	4
a+b	4	4
a^2+b^2	4	4

$(a-3b)^2 - 4b^2 = (a-3b-2b\sqrt{2})(a-3b+2b\sqrt{2})$

$(a-b)^2 + (a-2b)^2 = 2a^2 - 6ab + 4b^2$

$2a^2 - 6ab + 4b^2 - a^2 - 4b^2$

$(a-b)(2a-b)$

$\frac{3}{5}$

25 -

$\frac{3+5}{9-90+25} = \frac{8}{-56} = -\frac{1}{7}$

$\frac{2}{5}$

$\frac{2+5}{4+25-60} = \frac{7}{-31}$

$\frac{5}{7}$

$\frac{5+1}{25+49-20} = \frac{6}{-130} = -\frac{3}{65}$

$\frac{2}{7}$

$\frac{2+7}{449-84} = \frac{9}{-31}$

$\frac{5}{7}$

$\frac{4+7}{16+49-164} = \frac{11}{-105} = -\frac{11}{105}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{53-84}{2+3} = \frac{5}{-23}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

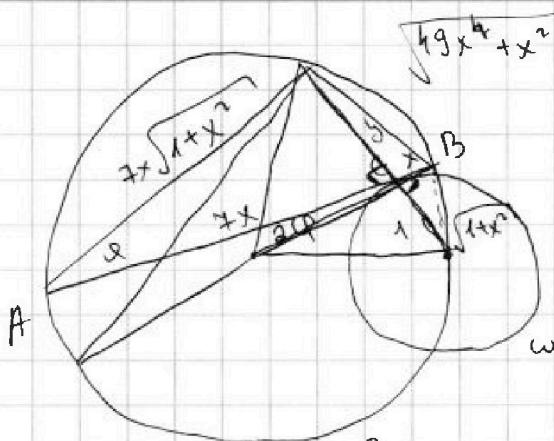
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = 7x^2$$

$$f'(\varphi) = \frac{7x^2}{7x} = x$$

$$(7x^2 + 1)^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cos 2\varphi$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$f'(\alpha) + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{f'(\alpha)^2 + 1}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$49x^4 + 14x^2 + 1 = 25 - 625 \cdot 2 \cos 2\alpha$$

$$49x^2 + 14x^2 = 25 - 625 \cdot 2 \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\varphi = \frac{2}{x^2 + 1} - 1 = \frac{-x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

$$49x^4 + 14x^2 + 1 = 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \frac{1 - x^2}{x^2 + 1}$$

$$49t^2 + 14t + 1 = 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \frac{1 - t}{t + 1}$$

$$49t^3 + 49t^2 + 14t^2 + 14t + t + 1 = 25t + 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 + 2 \cdot 25 \cdot 25t$$

$$49t^3 + 53t^2 - 1260t + 1226 = 0$$

$$1 - 25 \cdot 1250 \quad 14 + 125 - 25 - 1250 = -1260$$

$$49 \cdot 8 + 53 \cdot 4 - 1260 \cdot 2 + 1226 = 4(98 + 53 - 630)$$

$$49x^4 + x^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cos 2\varphi$$

$$t = x^2$$

$$49t^2 + t = 50 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \frac{1 - t}{t + 1}$$

$$49t^3 + 49t^2 + t^2 + t = 50t + 50 - 2 \cdot 25 \cdot 25 + 2 \cdot 25 \cdot 25t$$

$$49t^3 + 50t^2 - 1299t + 1200 = 0 \quad t = 1$$

$$(t - 1)(49t^2 + 99t^2 - 1200) = 0 \quad D = 99^2 + 4 \cdot 49 \cdot 1200 = 245001$$

$$t = \frac{-99 \pm \sqrt{245001}}{2 \cdot 49} = \frac{-99 \pm 495}{98} = \frac{396}{98} = \frac{198}{49}$$

Handwritten calculations and notes on the right side of the page, including a vertical multiplication of 87 by 696 and other numerical work.

Handwritten calculations and notes on the right side of the page, including a vertical multiplication of 48 by 9301 and other numerical work.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

