



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} = 5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 3^{10} \cdot 7^{12} \cdot k$$

$$bc = 3^{18} \cdot 7^{28} \cdot m$$

$$ac = 3^{28} \cdot 7^{46} \cdot p$$

где $k, m, p \in \mathbb{N}$

$$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 3^{56} \cdot 7^{72} \cdot k \cdot m \cdot p$$

$$\text{т.к. } a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{abc^2} = |abc| = abc$$

$$\text{т.к. } k, m, p \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{abc^2} = \sqrt{3^{56} \cdot 7^{72} \cdot k \cdot m \cdot p} = 3^{28} \cdot 7^{36} \sqrt{k \cdot m \cdot p}$$

$$\text{т.к. } a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow abc \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{т.к. } 3^{28} \cdot 7^{36} \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{k \cdot m \cdot p} \in \mathbb{N}$$

$$1) \frac{ab \cdot bc}{ac} = b^2 = \frac{3^{10} \cdot k \cdot m}{7^{12} \cdot p} \Rightarrow \begin{matrix} k \cdot m : 7^{12} \\ p : 3^{10} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3^{10} \cdot k \cdot m : 7^{12} \cdot p \\ \text{т.к. } b \in \mathbb{N} \end{matrix}$$

$$2) \frac{ab \cdot ac}{bc} = a^2 = \frac{3^{18} \cdot 7^{28} \cdot p \cdot k}{m} \Rightarrow m : 3^{18} \cdot 7^{28} \cdot p \cdot k \quad \text{т.к. } a \in \mathbb{N}$$

$$3) \frac{ac \cdot cb}{ab} = c^2 = \frac{3^{28} \cdot 7^{46} \cdot m \cdot p}{k} \Rightarrow k : 3^{28} \cdot 7^{46} \cdot m \cdot p \quad \text{т.к. } c \in \mathbb{N}$$

из 1-го выразим $k \cdot m$ и p от b^2 и a^2

$$\text{т.к. } k \cdot m = 7^{12}; p = 1 \quad (\text{т.к. } k, m, p \in \mathbb{N})$$

$$k \cdot m = 7^{12} \quad \text{т.к. } 3^{10} \cdot 7^{12} \quad p = 1$$

$$p = 1 \quad \text{т.к. тогда } b^2 = \frac{3^{10}}{p} \quad \text{и } p \text{ - мин. } \in \mathbb{N}$$

из 2-го выр. - $m \cdot k = 7^{12}$ полагим $m = 7^q$ и $k = 7^L$

$$\text{т.к. } 7 \text{ простое } \text{ч.к. } m = 7^q, k = 7^L \quad \text{где } q, L \in \mathbb{N}$$

$$q + L = 12, q \leq 12 \Rightarrow \text{т.к. } 28 > 12 \text{ ч.к. } a^2 = 3^{18} \cdot 7^{28 - q + L}$$

$$(\text{т.к. } a \in \mathbb{N}) \quad 28 - q + L : 2 \Rightarrow q + L \text{ чет.}$$

$$q - L = 2r \quad r \in \mathbb{Z} \quad \text{где } 3\text{-го выр. - } c^2 = 3^{28} \cdot 7^{46 + q - L}$$

\Rightarrow т.к. $c \in \mathbb{N} \Rightarrow q - L : 2$. следовательно $k \cdot m = 7^{12}, p = 1$ полагим $k = 7^q, m = 7^L$ для всех q и L - 3 -и выр. - $c^2 = 3^{28} \cdot 7^{46 + q - L}$ т.к. $3 \cdot 7$ - 1 -е простое \Rightarrow

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

неравенств $m \cdot k$ $\frac{3}{2}$ (и $3,7$ пропущено)

$$k \cdot m = 2^{12}, p = 1 \Rightarrow \sqrt{k \cdot m \cdot p} = 2^6 \Rightarrow abc = 3^{28} \cdot 7^{36} \sqrt{k \cdot m \cdot p} =$$
$$= 3^{28} \cdot 7^{42}$$

Ответ $3^{28} \cdot 7^{42}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a \neq b$ ($\frac{a}{b}$ - несократима) $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ $m = ?$

$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = k$ *или проще и можно сократить на m и $\frac{1}{k}$ можно*

$\frac{1}{k} = \frac{a^2 - 9ab + b^2}{a+b} = a - 10b + \frac{11b^2}{a+b}$

$= \frac{(a+b)(a-10b) + 11b^2}{a+b}$

$\begin{array}{r} a^2 - 9ab + b^2 \\ a^2 + ab \\ \hline -10ab + b^2 \\ = 10ab - 10b^2 \\ 11b^2 \end{array} \left| \begin{array}{l} a+b \\ a-10b \end{array} \right.$

$a+b = m \cdot L$ ~~$q \in \mathbb{N}$~~

$a^2 - 9ab + b^2 = a^2 - 9ab + 20,25b^2 - 19,25b^2 =$

$= (a - 4,5b)^2 - 19,25b^2 = (a - 4,5b + \sqrt{19,25}b)(a - 4,5b - \sqrt{19,25}b)$

$\cdot (a - 4,5b + b\sqrt{19,25}) = m \cdot d$

$m \cdot \frac{q}{b}$ - несократима $\Rightarrow a \neq b, b \neq 1 \Rightarrow a = bt + q$

$q \in \mathbb{N}, q < b$ $m \cdot a$ и $b \in \mathbb{N}, q < b$

$\Rightarrow k = \frac{bt + b + q}{(bt + q)^2 - 9b(bt + q) + b^2} = \frac{b(t+1) + q}{b^2t^2 + 2btq + q^2 - 9bt^2 - 9bq + b^2}$

$= \frac{b(t+1) + q}{b^2(t^2 - 9t + 1) + q(2bt + 2b - 9b)}$

$\frac{1}{k} = a - 10b + \frac{11b^2}{a+b}$ $\frac{1}{k}$ можно сократить

$m \Rightarrow a - 10b = m, \frac{11b^2}{a+b}$ можно сократить на m и b $\frac{b^2}{a+b} = L$

$\frac{1}{L} = \frac{a+b}{b^2} = \frac{a}{b^2} + \frac{1}{b}$ $m \cdot \frac{q}{b}$ несократима $\Rightarrow \frac{q}{b^2}$ несократима ($a = bt + q$)

$\frac{bt + b + q}{b^2}$ $m \cdot q < b$ но $b^2 \nmid bt + b + q$ $m \cdot b + b = b, aq < b^2$

$m \cdot q = 11 \Rightarrow m \max q = \frac{11}{2}$ но $m = 11$ $\frac{11}{2}$ несократима

Пример $a=3, b=2$

Ответ: 11. $\frac{11}{81 - 162 + 4} = \frac{11}{-81 + 4} = -\frac{11}{77} = -\frac{1}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

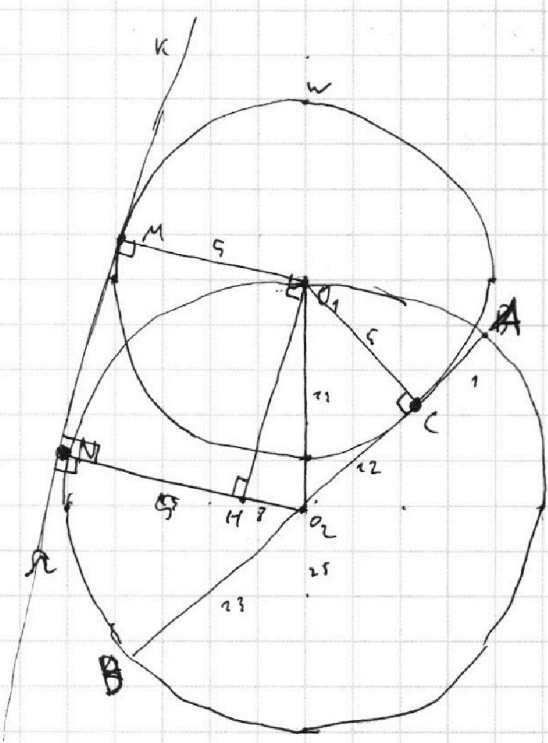
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано: O_1 - центр окружности W
 O_2 - центр окружности Ω
 $\beta C = 25, AC = 1$
 k - касательная окружностям W и Ω
 M и N - касательные точки окружностей W и Ω с прямой k
 H - центр Ω



Найти:
 MN

Решение:
 окружность $O_2 - \Omega$ окружность $O_1 - W$
 AB - касательная к окружности $O_2 \Rightarrow R_2 = 13$
 R_2 - радиус окружности O_2
 $R_2 = BO_2 = O_2A$, так как A (\Rightarrow)

$\Rightarrow O_2C = R_2 - 1 = 12$ касательная O_2M, O_2N
 $O_2N = O_2O_1 = R_2$ как радиусы, касательная O_1 и C, O_1 и M
 так как k касательная к окружностям O_1 и $O_2 \Rightarrow O_2N \perp k, O_1M \perp k$
 так как AB касательная к окружности $O_1 \Rightarrow O_1C \perp AB$
 в $\triangle O_2CO_1 \angle O_1CO_2 = 90^\circ \Rightarrow$ по теореме Пифагора $\Rightarrow O_1C = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 = R_1$ R_1 - радиус окружности $O_1, O_1C = O_1M = 5$ как радиусы. проведем $O_1H \perp NO_2 \Rightarrow$
 \Rightarrow так как $O_1M \perp k$ и $O_2N \perp k \Rightarrow O_1M \parallel O_2N \Rightarrow$ так как $O_1H \perp O_2N$ (так как все углы = 90°)
 то $\angle MO_1H = \angle O_2NH = 90^\circ \Rightarrow O_1HNM$ прямоугольник ($k \perp$)
 $\Rightarrow MO_1 = NH = 5 \Rightarrow HO_2 = NO_2 - NH = 13 - 5 = 8 \Rightarrow$
 \Rightarrow в $\triangle O_1O_2H$ по теореме Пифагора $\Rightarrow O_1H = \sqrt{13^2 - 64} = \sqrt{105}$
 $= \sqrt{105} \Rightarrow$ так как MO_1 и NH параллельны $\Rightarrow O_1H = MN = \sqrt{105}$
 Ответ: $\sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y = 5x - 3z \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \Rightarrow \frac{8y+x}{xy} = \frac{15}{z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8yz + xz = 15xy \quad \text{подставим } y = 5x - 3z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8z(5x - 3z) + xz = 15x(5x - 3z)$$

$$40xz - 24z^2 = 75x^2 - 45xz$$

$$86xz - 75x^2 - 24z^2 = 0$$

$$D = 86^2x^2 - 24 \cdot 4 \cdot 75x^2 = 84x^2(43^2 - 24 \cdot 25) =$$

$$= 4x^2(1849 - 1800) = 49 \cdot 4x^2 \quad \frac{25}{12}x$$

$$z_{1,2} = \frac{86x \pm 14x}{48} \quad z_1 = \frac{93x + 7x}{24} = \frac{100x}{24} = \frac{25}{6}x = \frac{36}{24}x = \frac{6}{4}x = \frac{3}{2}x$$

$$z_1 = \frac{25}{12}x \quad z_2 = \frac{3}{2}x$$

$$1. \quad z = \frac{25}{12}x \Rightarrow y = 5x - \frac{25}{4}x = \frac{5}{4}x$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = k = \frac{25x^2 - \frac{25}{16}x^2 - \frac{625}{144}x^2}{\frac{25}{16}x^2 + \frac{625 \cdot 3}{144}x^2} = \frac{25 \cdot 144x^2 - 25 \cdot 9x^2 - 625x^2}{25 \cdot 9x^2 + 625 \cdot 3x^2} =$$

$$= \frac{3600x^2 - 850x^2}{225x^2 + 1875x^2} = \frac{2750x^2}{2100x^2} = \frac{275}{210} = \frac{42}{42} \cdot \frac{55}{42}$$

$$2. \quad z = \frac{3}{2}x \Rightarrow y = 5x - \frac{3}{2}x = \frac{7}{2}x$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{25x^2 - \frac{49}{4}x^2 - \frac{9}{4}x^2}{\frac{49}{4}x^2 + 3 \cdot \frac{9}{4}x^2} = \frac{100x^2 - 49x^2 - 9x^2}{49x^2 + 27x^2} =$$

$$= \frac{42x^2 - 9x^2}{76x^2} = \frac{33}{76} = \frac{21}{38} \cdot \frac{55}{42}$$

Ответ: $\frac{21}{38}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

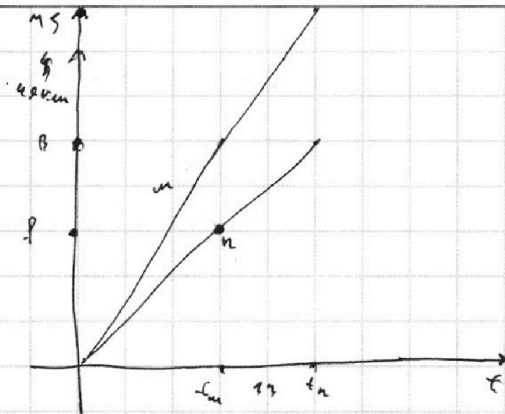
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1. t_m \cdot V_m = (t_m + 1) V_b \quad \approx 6 \quad 36 \text{ км} \cdot \text{ч} = \frac{36}{60} = \frac{3}{5} \text{ ч}$$

$$2. V_b \cdot t_m + 49 = V_m (t_m + 1)$$

$$3. (7 + V_m) \cdot t_m = (V_b + 7) \left(t_m + \frac{3}{5} \right)$$



$$1. t_m \cdot V_m = V_b \cdot t_m + V_b$$

$$2. V_b \cdot t_m + 48 = V_m t_m + 7 \Rightarrow V_b \cdot t_m + V_b + 7 = V_b \cdot t_m + 48 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_b = 48 \Rightarrow 48 t_m - V_m t_m = -48$$

$$t_m (V_m - 48) = 48 \quad t_m = \frac{48}{V_m - 48}$$

$$3. \frac{48}{V_m - 48} \cdot V_m = \left(\frac{48}{V_m - 48} + 1 \right) 48 \quad 3. \frac{(7 + V_m) 48}{V_m - 48} = \left(\frac{48}{V_m - 48} + \frac{7}{5} \right) (48 + 7)$$

$$\frac{48 V_m}{V_m - 48} - \frac{48^2}{V_m - 48} = 48$$

$$48 V_m = 48^2 + 48 V_m$$

$$2. V_b \cdot t_m + 49 = V_m t_m + V_m \Rightarrow V_m t_m - V_b \cdot t_m = V_m - 49$$

$$1. t_m \cdot V_m = V_m \cdot t_m + V_m + V_b - 49 \Rightarrow V_m + V_b = 49 \Rightarrow V_m = 49 - V_b$$

$$2. V_b \cdot t_m + 49 = 49 t_m - t_m V_b + 49 - V_b$$

$$2 t_m V_b - 49 t_m + V_b = 0$$

$$2 t_m V_b + V_b = 49 t_m$$

$$V_b (2 t_m + 1) = 49 t_m$$

$$V_b = \frac{49 t_m}{2 t_m + 1}$$

$$3. \left(49 - \frac{49 t_m}{2 t_m + 1} \right) t_m = \left(\frac{49 t_m}{2 t_m + 1} + 7 \right) \left(t_m + \frac{7}{5} \right) \quad t_m = 4$$

$$49 t_m - \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} = \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} + 7 t_m + \frac{3 \cdot 49 t_m}{10 t_m + 5} + \frac{21}{5}$$

$$49 t_m - \frac{49 t_m^2}{2 t_m + 1} = \frac{3 \cdot 49 t_m}{10 t_m + 5} + \frac{21}{5} \quad | \cdot 10 t_m + 5 \Rightarrow \text{see answer} \rightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{490 \text{ м}^2 + 245 \text{ м} - 490 \text{ м}^2 = 189 \text{ м} + 42 \text{ м} + 21}$$

$$49 \text{ км} (10 \text{ км} + 5) - 98,5 \text{ км}^2 = 3,49 \text{ км} + 21 (2 \text{ км} + 1)$$

$$490 \text{ м}^2 + 245 \text{ м} - 490 \text{ м}^2 = 189 \text{ м} + 21$$

$$56 \text{ м} = 21 \Rightarrow t_{\text{м}} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow V_6 = \frac{49 - \frac{3}{8}}{\frac{6}{8} + 1} =$$

$$= \frac{147}{8} \cdot \frac{8}{14} = \frac{21}{2} = 10,5 \text{ км/ч} \Rightarrow V_{\text{м}} = 49 - 10,5 = 38,5 \text{ км/ч} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = V_{\text{м}} \cdot t_{\text{м}} = 38,5 \cdot \frac{3}{8} = \frac{77}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{231}{16}$$

Ответ: $\frac{231}{16}$ км

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $\angle EX = \sqrt{2} \cdot XY$

F, G, I - точки касания окружности с катетами AB и BC

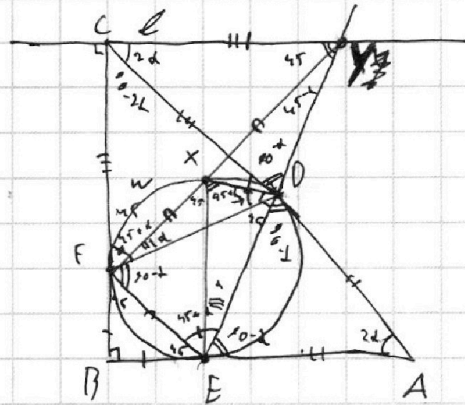
$ED \perp BC$, $CE \perp AC$

$FY \parallel BC$

Найти:

$\frac{AD}{DC}$

$\frac{PC}{DC}$



Решение: 1. Как известно о касании $\Rightarrow AD = AE$, $BE = BF$, $CF = CG$, $\angle YCD = \angle CAB = 2\alpha$, так как $\triangle DAE$, $AD = AE \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ADE = \angle AED = 90^\circ - \alpha$ так как углы равны, $\angle FDA = \angle CDY =$

$\Rightarrow \angle CYD = 180^\circ - 90^\circ + \alpha - 2\alpha = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \triangle YD$ равнобедренный так как $\angle CDY =$

$\angle CYD \Rightarrow CY = CD = CF$. В $\triangle ABC$, так как $\angle B = 90^\circ \Rightarrow \angle BCF = 90^\circ - 2\alpha$.

так как $\triangle FCD$ равнобедренный $\Rightarrow \angle CFD = \angle CDF = \frac{180^\circ - 90^\circ + 2\alpha}{2} = 45^\circ + \alpha$

3. так как $CY = CF \Rightarrow \triangle FCY$ равнобедренный $\Rightarrow \angle CYF = \angle CFY = 45^\circ$ так как $\angle C = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle YFD = \angle CFD - \angle CFY = 45^\circ + \alpha - 45^\circ = \alpha$, $\angle FYD = \angle CYD - \angle CFY =$

$= 90^\circ - \alpha - 45^\circ = 45^\circ - \alpha$

4. (касание F и E) так как $BF = BE$, $\angle B = 90^\circ \Rightarrow \angle BFE = \angle BEF = 45^\circ$

5. так как $\angle YCD = \angle DAE$, $\angle EDA = \angle CDY \Rightarrow \triangle YCD \sim \triangle EAD \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{YD}$$

6. $\angle DFE = 180^\circ - 45^\circ - \alpha = 135^\circ - \alpha$, $\angle DEF = 180^\circ - 90^\circ + \alpha - 45^\circ =$
 $= 45^\circ + \alpha$

7. так как $\angle XED$ острый так как $\angle XFD = \alpha$ острый

(так как $\angle XED = \alpha \Rightarrow \angle XEF = 45^\circ + \alpha - \alpha = 45^\circ$, а так как $\angle XFE = 90^\circ + \alpha = 90^\circ$)

$\Rightarrow XF = FE$, $\angle FXE = \angle FDE = 45^\circ$, \rightarrow так как $\angle XFE = 90^\circ$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{ч.к. } \angle XFE = 90^\circ \Rightarrow FX = FE = \frac{XE}{\sqrt{2}} = \frac{XY\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = XY \Rightarrow$$

$$\text{ч.к. } \Rightarrow FY = 2XY \quad XY = n \quad FY = 2n$$

$$8. \angle YXE = 180^\circ - \angle FXE = 135^\circ \Rightarrow \triangle YXE \sim \triangle YDF$$

$$\text{ч.к. } \triangle XYDE - \text{одн.}, \angle YDF = 90^\circ + 45^\circ + 2^\circ = 137^\circ = \angle YXE$$

$$9. \text{Согл. } XYD \Rightarrow FXDE \text{ впис. в } \square \Rightarrow \angle XFE = 90^\circ = \angle XDE \Rightarrow$$

$$\angle EXD = 45^\circ + 45^\circ - 2^\circ = 90^\circ - 2^\circ$$

$$70 \text{ уг. } \text{треугольника } 8 \Rightarrow \frac{YD}{YX} = \frac{DF}{XE}, \text{ а } XE = XY\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{YD}{YX} = \frac{DF}{XY\sqrt{2}} \Rightarrow DF = YD\sqrt{2}, \text{ также уг. } n. 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{YD}{YX} = \frac{DF}{YE} \quad YF = 2XY - (12.7) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{YD}{Yn} = \frac{2YX}{YE} \quad \frac{YD}{n} = \frac{2n}{YE} \quad YE = \sqrt{4n^2 + n^2} = n\sqrt{5}$$

ч.к. $\angle YFE = 90^\circ$ (по теореме Пифагора \Rightarrow).

$$11. \frac{2n}{n\sqrt{5}} = \frac{YD}{n} \Rightarrow YD = \frac{2n}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2n}{\sqrt{5}} \cdot YE = n\sqrt{5}, \quad DE = \sqrt{5} \cdot YE -$$

$$- YD = n\sqrt{5} - \frac{2n}{\sqrt{5}} = \frac{5n}{\sqrt{5}} - \frac{2n}{\sqrt{5}} = \frac{3n}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{DE}{DY} = \frac{3n}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2n} = \frac{3}{2}$$

12. $\triangle DCY \sim \triangle DAE$ по двум углам ($\angle EDA = \angle CDY$, $\angle YCD = \angle DAE$ ч.к. $\perp CB$ и $AB \perp CB$ (ч.к. $\perp(AB)$) \Rightarrow)

$$\Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{DE}{DY} = \frac{3}{2}$$

Ответ: $\frac{3}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

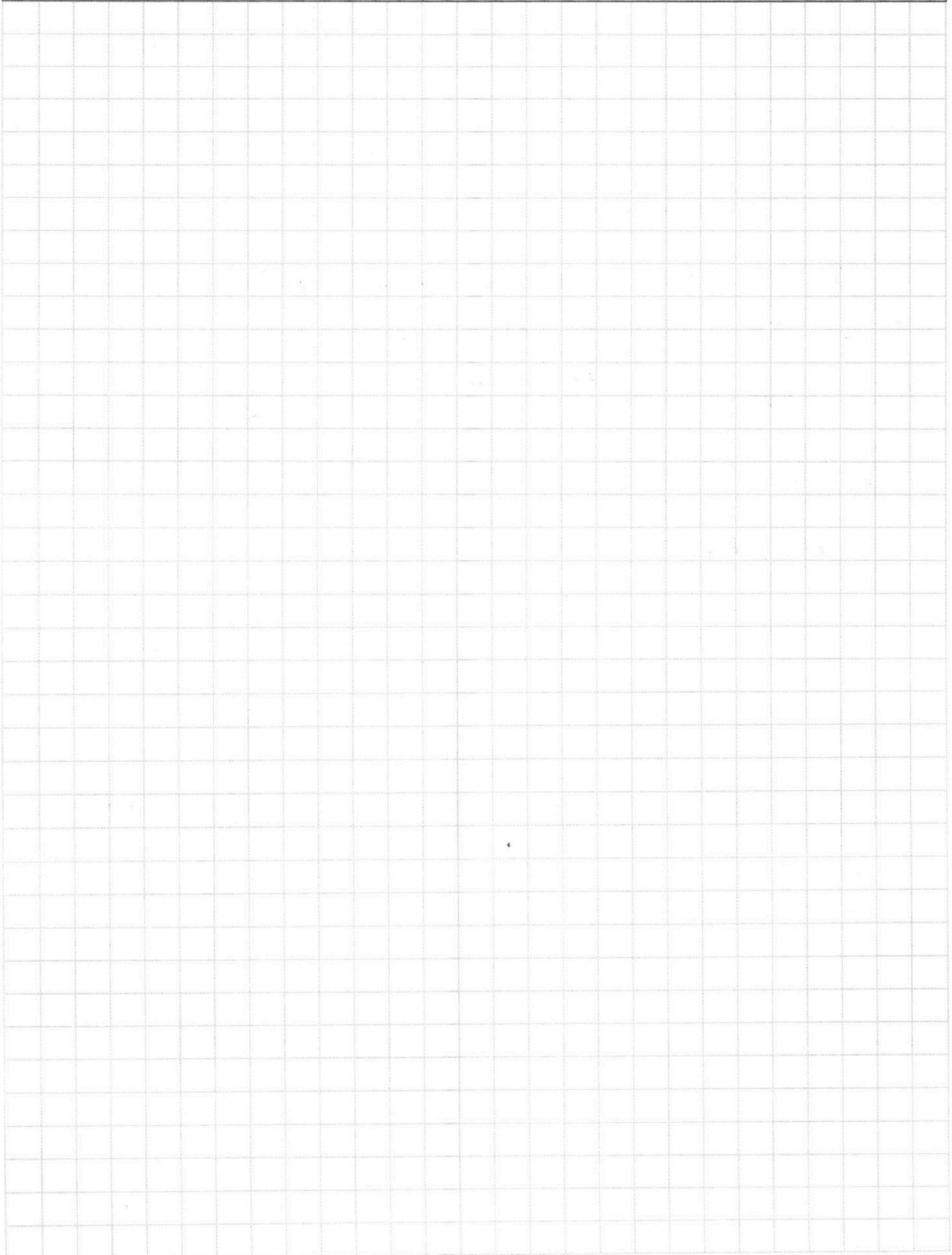
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(7 + 42 - 49) \text{ км} = 49 \text{ км}$$

$$\left(7 + 49 - \frac{49 \text{ км}}{2 \text{ км} + 1} \right) \text{ км} = \left(\frac{49 \text{ км}}{2 \text{ км} + 1} + 7 \right) \left(\text{км} + \frac{7}{5} \right)$$

$$56 \text{ км} - \frac{49 \text{ км}^2}{2 \text{ км} + 1} = \frac{49 \text{ км}^2}{2 \text{ км} + 1} + 7 \text{ км} + \frac{3 \cdot 49 \text{ км}}{10 \text{ км} + 5} + \frac{21}{5}$$

$$41 \text{ км} - \frac{98 \text{ км}^2}{2 \text{ км} + 1} = \frac{3 \cdot 49 \text{ км}}{10 \text{ км} + 5} + \frac{21}{5}$$

$$49 \text{ км} \cdot (10 \text{ км} + 5) - 98 \cdot 5 \text{ км}^2 = 3 \cdot 49 \text{ км} + 21(2 \text{ км} + 1)$$

$$490 \text{ км}^2 + 245 \text{ км} - 490 \text{ км}^2 = 189 \text{ км} + 42 \text{ км} + 21 \quad \text{км} = u$$

$$245u - 189u = 21$$

$$56u = 21 \quad u = \frac{21}{56} = \frac{3}{8}$$

$$49 \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8} \cdot \frac{24}{8}$$

$$\frac{147}{8} \cdot \frac{8}{19} = \frac{147}{19} = \frac{58}{19} \quad \frac{21}{2} = 10,5$$

$$v_m = 38,5 \quad 21 \quad 18,5 \cdot 3 \quad 10,5 \cdot 11$$

$$\frac{38,5 \cdot 3}{8} = \frac{11}{8} \cdot 10,5$$

$$231 \mid 10 \quad 16$$

$$21 \quad 14 \quad 4 \quad 37 \quad 77 \quad 9$$

$$78,5 \cdot 2 \cdot 2 = \frac{37}{2}$$

$$\frac{21}{2} \cdot \frac{3}{8} + 49 = \frac{37}{2} \cdot \frac{11}{8} \quad 231$$

$$\frac{231}{26} \cdot \frac{2}{21} = \frac{11}{8} \quad \frac{231}{16} \cdot \frac{2}{27} = \frac{7}{8}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



черкас

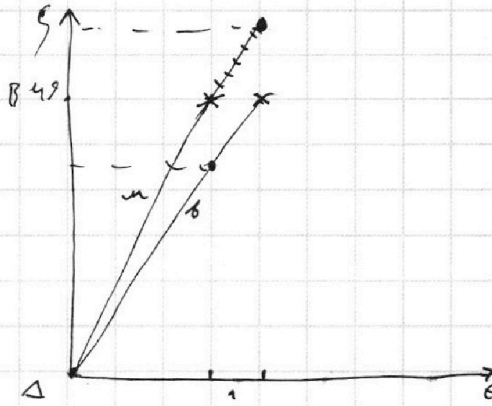
$$48 + 7 = 55$$

$$(V_m + 7) \cdot t_m =$$

$$= (V_m + 7) \cdot (t_m + \frac{3}{5})$$

$$\frac{60}{36} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{0.6}{1}$$



$$\begin{array}{r} +5 \\ 48 \\ 7 \\ \hline 336 \\ +2 \\ 48 \cdot 7 \\ 7 \\ \hline 194 \end{array}$$

$$28 + 5$$

$$33$$

$$\frac{8y + 2x}{xy} = \frac{25}{2}$$

$$82y + 2x = 15xy$$

$$5x - y = 12$$

$$\frac{336 + 48V_m t}{V_m - 48} = \frac{48}{V_m - 48} + \frac{3V_m - 144}{5V_m - 48 \cdot 5} \cdot 55$$

$$\begin{array}{r} +5 \\ 48 \\ 7 \\ \hline 336 \\ +2 \\ 48 \cdot 7 \\ 7 \\ \hline 194 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +5 \\ 336 \\ 5 \\ \hline 1680 \\ -240 \\ -144 \\ \hline 275 \\ 275 \end{array}$$

$$48 + 48$$

$$96 + 48$$

$$106 + 38$$

$$336 \cdot 5 + 48 \cdot 5 V_m = (48 \cdot 5 + 3V_m - 144) \cdot 55$$

$$1680 + 240 V_m = (240 + 3V_m - 144) \cdot 55$$

$$1680 + 240 V_m = 2640 + 165 V_m - 1584$$

$$\begin{array}{r} 240 \\ -240 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$2680 - 96 \cdot 25 = 5 \cdot 48 \cdot 5 (165 V_m - 48 V_m)$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 144 \\ \hline 288 \\ 25 \end{array}$$

$$336 - 96 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 144 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$240 = 48 \cdot 5$$

$$33 \cdot 5$$

$$150$$

$$15$$

$$165$$

$$V_b \cdot t_m = V_m t_m - 48$$

$$336 \cdot 5$$

$$\frac{2x}{2\sqrt{x}} \quad \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{40}{x}$$

$$2\sqrt{x} = \frac{2x}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2x}{\sqrt{5}} = \frac{5x - 2x}{\sqrt{5}} = \frac{3x}{\sqrt{5}}$$

$$26$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

м/р х и

$$\sqrt{3u^2 - 5u + 6} - \sqrt{3u^2 + u + 1} = 5 - 6u$$

$$3u^2 - 5u + 6$$

$$3u^2 + u + 1$$

$$(5 - 6u)(5 - 6u) = 25 - 70u + 36u^2$$

$$25 - 70u + 36u^2$$

$$3u^2 - 5u + 6 + 3u^2 + u + 1 - 2\sqrt{(3u^2 - 5u + 6)(3u^2 + u + 1)} = 5 - 6u$$

$$6u^2 - 4u + 8 - 25 + 60u - 76u^2 = 2\sqrt{(3u^2 - 5u + 6)(3u^2 + u + 1)}$$

$$-70u^2 + 56u + 17 = 2(3u^2 - 5u + 6)(3u^2 + u + 1)$$

$$744 = 16 \cdot 9$$

$$5u - y = 12$$

$$y = 5u - 12$$

$$y = 5u - 32$$

$$\frac{8}{u} = \frac{1}{y} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{8y + u}{uy} = \frac{15}{2}$$

$$8y^2 + u^2 = 75uy$$

$$40u^2 - 248u + u^2 = 75u(5u - 32)$$

$$\frac{8}{u} + \frac{1}{5u - 32} = \frac{15}{2}$$

$$25u^2 - 25$$

$$86 \cdot 14$$

$$2(40u - 248) = 25u(125u^2 - 800u + 192)$$

$$125u^2 - 800u$$

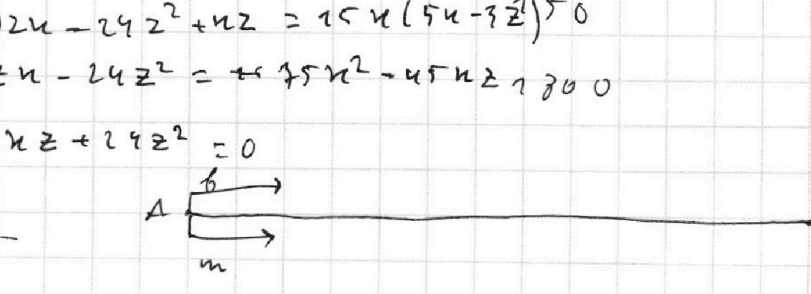
$$41u - 248$$

$$y = 5u - 32$$

$$\frac{100u}{48}$$

$$75u^2 - 86uz + 29z^2 = 0$$

$$z = \frac{72}{48}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$28 \cdot 9 = 180 + 25 = 225$
 $abc = 3^{33} \cdot 7^{30} \cdot k \cdot m \cdot 625$
 $ac = 28 \cdot 3^{23} \cdot 7^{42} \cdot p = 1825 \cdot 1449$
 $b^2 = \frac{3^{10} \cdot k \cdot m}{7^{22} \cdot p}$
 $\frac{a^2 bc}{bc} = \frac{3^{37} \cdot 7^{55} \cdot p \cdot k}{3^{20} \cdot 7^{22} \cdot m} = \frac{3^{18} \cdot 7^{28} \cdot p \cdot k}{m}$
 $3^{18} \cdot 7^{20} \cdot p \cdot k : m$

$\frac{a^2 b}{ab} = \frac{3^{42} \cdot 7^{59} \cdot m \cdot p}{3^{19} \cdot 7^{17} \cdot k} = 3^{23} \cdot 7^{42} \cdot m \cdot p : k$
 $a+b = km$
 $a^2 - 2ab + b^2 = \epsilon m$

$u = 1 \cdot 2 \cdot 2$
 $3^{24} \cdot 7^{13} \cdot 51$
 $m=1, k=1$
 $p=3^2$
 $a+b : m$
 $a^2 - 2ab + b^2 : m$
 $(a - \frac{a-b}{2}) \left(a - b \left(\frac{a+b}{2} \right) \right)$

$k=7^{12}, m=1, p=7^{10}$
 $u=2^6, k=2^6$
 $a_{112} = \frac{2b \pm 2\sqrt{97}}{2}$
 $a+b = 11b^2$
 $11b^2 - b - a = 0$

$(a-10b)(a+b) = a^2 - 10ab + ab - 10b^2 + 10b^2$
 $a - 10b = \frac{10b^2}{a+b}$
 $\frac{6}{27} \quad \frac{27}{6}$
 $2.5 \cdot 7$