



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$ab: 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$bc: 3^{19} \cdot 7^{17}$$

$$ac: 3^{23} \cdot 7^{42}$$

$abc = \min$

$$1) ab \cdot bc \cdot ac = 3^{14+19+23} \cdot 7^{13+17+42}$$

$$(abc)^2 = 3^{56} \cdot 7^{72}$$

$$\text{Если } abc = 3^{28} \cdot 7^{36}$$

$$(abc)^2 = 3^{56} \cdot 7^{72}$$

⇓

$$abc = 3^{28} \cdot 7^{36} - \text{минимальное число}$$

$$\text{когда } abc = 3^{28} \cdot 7^{36}$$

$$\text{Ответ: } abc = 3^{28} \cdot 7^{36}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано

$\frac{a}{b}$ - несократ.

$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}$

$m = ? \max$

1) $a^2 - 9ab + b^2 = (a+b)^2 - 11ab$

2) $\frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$

3) Пусть a числитель и знаменатель

генератор $md \mid m \Rightarrow a+b : m \Rightarrow (a+b)^2 : m$

$(a+b)^2 - 11ab : m \Rightarrow 11ab : m$

$\frac{a}{b}$ - несократимая $\Leftrightarrow \text{НОД}(a; b) = 1$

$m = \max \text{НОД}(a+b; 11ab)$

$\left. \begin{array}{l} a+b \neq a \\ a+b \neq b \end{array} \right\} \text{НОД}(a; b) = 1 \Rightarrow m = \max(a+b; 11)$

$m = 11$ (Пример $a=9$ $b=2$)

$$\frac{11}{81-162+4} = \frac{11}{-77} = \frac{-1}{7}$$

Ответ $m=11$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} = 5-6x$$

Пусть:

$$\begin{cases} a = 3x^2 - 5x + 6 & D_a = 25 - 18 \cdot 4 < 0 \Rightarrow 3x^2 - 5x + 6 \neq 0 \\ b = 3x^2 + x + 1 & D_b = 1 - 3 \cdot 4 < 0 \Rightarrow 3x^2 + x + 1 > 0 \end{cases}$$

Получа $a - b = 5 - 6x$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(1 - \sqrt{a} - \sqrt{b}) = 0$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b} \uparrow^2 \text{ или } \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

Отсюда замечаем
($a, b > 0$)

$$a = b$$

Обратная замена:

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1 \quad \text{②}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 10 \quad \text{①}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{6} \\ x \in \emptyset \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{47}{12}} > 1$$

① $\min 3x^2 - 5x + 6$

$$x_0 = \frac{5}{6} \quad y_0 = \frac{25}{12} - \frac{25}{6} + 6 = 6 - \frac{25}{12} = \frac{42 - 25}{12} = \frac{17}{12}$$

Следовательно $\min(\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1}) > 1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Вернемся в систему

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$$

$$-5x + 6 = x + 1$$

$$-6x = -5 \quad 5 = 6x$$

$$x = \frac{5}{6}$$

Вернемся в систему

$$\text{Ответ: } \frac{5}{6}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

ω - окр. с ц. O

Ω - касательная к ω в B

ω' - окр. с ц. O'

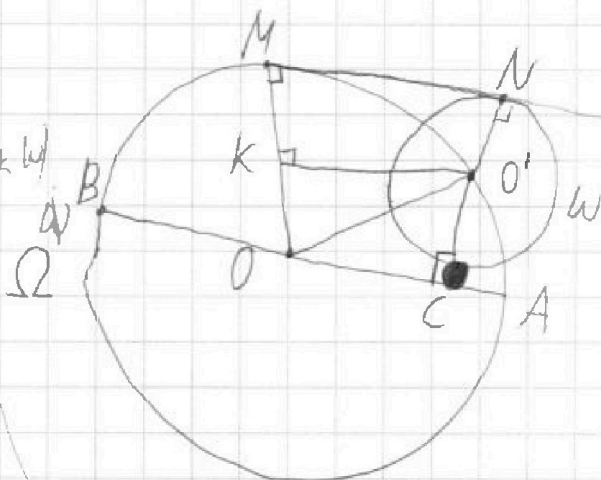
$$AC = 1$$

$$AB = 26$$

AB - диаметр (Ω)

MN - отрезок касат.

$MN = ?$



Известно AB - диаметр $\Rightarrow OA = R = \frac{26}{2} = 13$

$$AB = AC + CB = 26$$

$OA = OO' = OB = OM$ - радиусы

2) $O'C \perp AB$ (AB - касательная к ω')

$$O'C = r, OO' = R = 13$$

$$OC = OA - AC = 13 - 1 = 12$$

В прямоугол. $\triangle OO'C$ по т. Пифагора

$$O'C^2 + OC^2 = OO'^2$$

$$O'C = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 = O'N \text{ (радиус)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$OM \perp MN$
 $O'N \perp MN$ (общая касательная) $\Rightarrow OM \parallel O'N$

3) \odot Дан полукруг OMN : Опустим
перпендикуляр $O'K$ из O' на
 ON .

Они не совпадают
т.к.

если совпадают

то M совпадает

с O' и значит $\odot MN$

пересекает
окр. \odot двух x точек
(прямые!)

4) $MK O'N$ - прямая.

$OM \parallel O'N$

$MN \parallel KO'$ (перпендикуляр
к прямой OM)

$\angle MKO' = 90^\circ$

5) \Downarrow
 $MK = O'N = 5 \Rightarrow OK = OM - KM = 13 - 5 = 8$

5) Проведем $OO'K$ - прямую по т. Пифагора

$$KO'^2 + KO^2 = OO'^2$$

$$KO' = \sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{5 \cdot 21} = \sqrt{105} = MN \text{ (} MK O'N \text{ - прямая.)}$$

Ответ: $MN = \sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано

$$5x - y = 3z$$

$$\frac{x}{y} + \frac{1}{z} = \frac{15}{2}$$

$$\begin{cases} 5x - y = 3z \\ \frac{x}{y} + \frac{1}{z} = \frac{15}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5y = 3z \\ x = 2y \end{cases} \begin{cases} 3y = z \\ x = 2y \end{cases} \textcircled{1}$$

$$\begin{cases} y = z \\ 5x = 4y \end{cases} \textcircled{2}$$

$$(5x - y) \left(\frac{x}{y} + \frac{1}{z} \right) = 45 \cdot \frac{z}{2}$$

$$x, y, z \neq 0$$

$$40 + \frac{5x}{y} - \frac{xy}{x} - 1 = 45$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} - \min$$

$$\frac{5x}{y} - \frac{xy}{x} = 6$$

Решим

$$\frac{x}{y} = d \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{d}$$

$$5d - \frac{1}{d} = 6 \mid \cdot d, d \neq 0$$

$$5d^2 - 6d - 1 = 0$$

$$D = 36 + 160 = 196$$

$$d_1 = \frac{6 + 14}{10} = 2$$

$$d_2 = \frac{6 - 14}{10} = -0,8$$

Обратная замена

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 2 \\ \frac{x}{y} = 0,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ x = 0,8y \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 5x = 4y \end{cases} \text{Вернемся в систему}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Подставьте значения скорости в формулу

$$\textcircled{1} \frac{25 \cdot (2y)^2 - y^2 - (3y)^2}{y^2 + (3y)^2 \cdot 3} = \frac{90y^2}{28y^2} = \frac{45}{14} = 3 \frac{3}{14}$$

$$\textcircled{2} \frac{(4y)^2 - y^2 - 3y^2}{y^2 + 3y^2} = \frac{14y^2}{4y^2} = \frac{14}{4} = 3,5$$

$$3,5 > 3 \frac{3}{14} \left(\frac{3}{14} < \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{Ответ: } 3 \frac{3}{14}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

X

Пусть $AB = S$ км, $v_{\text{мот}} = x$ км/ч, $v_{\text{вел.}} = y$ км/ч.

Поиск соотношений системы уравнений по условию

$$\begin{cases} \frac{S}{x} + 1 = \frac{S}{y} & (\text{время мот} + 1 = \text{время вел.}) \\ \frac{S \cdot y}{x} + 4g = \frac{Sx}{y} & (\text{время мот} + 4g = \text{время вел.}) \\ \frac{S}{x+7} + \frac{36}{60} = \frac{S}{y+7} & (\text{время мот} + \frac{36}{60} = \text{время вел.}) \end{cases}$$

⊖ Подставим из первого во второе

$$S(y-x)(y+x) = 4g(Sy-Sx) \quad | : Sy-Sx \quad Sy \neq Sx$$

$$x+y=4g$$

$$\begin{cases} a = x+7 \\ b = y+7 \end{cases} \Rightarrow a+b = 4g+14 = 63$$

$$b-a = y-x$$

Вернемся в систему

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано
 $EX = \sqrt{2} XY$

$\angle B = 90^\circ$

Взведем окр. с
 ч. I

$AD:DC = 1$

Решение:

1) $\angle DCY = 90 - \angle ACB = \angle BAC$
 $\angle ADE = \angle YDC$ (верт.) $\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle CDY$

2) $\angle DEX = \angle DFX$ (DX - хорда окруж.)
 $\angle EYF$ - острый $\Rightarrow \triangle EYX \sim \triangle FYD$

3) $\frac{AD}{DC} = \frac{DE}{DY} = \frac{EY}{\sqrt{2} XY} = 1$

$\frac{EY}{FY} = \frac{XY}{DY} = \frac{XE}{FD}$

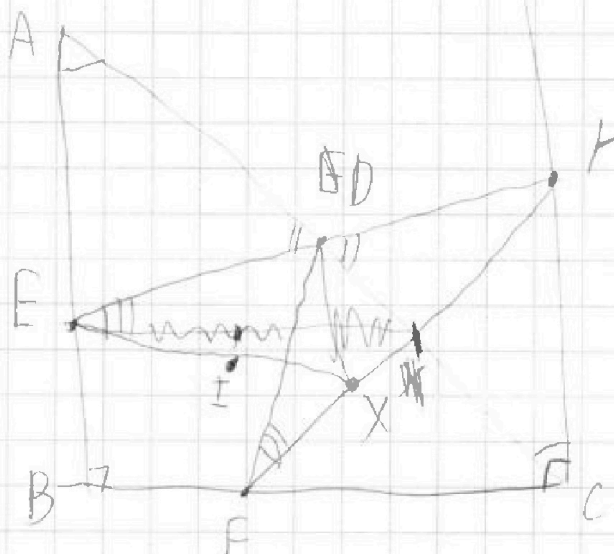
$\sqrt{2} DY = DF$

$\sqrt{2} \left(\frac{EY}{DF} \right) - 1 = \frac{AD}{DC}$

4) $DX \perp EF \Rightarrow \triangle DXE \sim \triangle DFE$

$\frac{EY}{XY} = \frac{DF}{DY} \sqrt{2}$

$EY \cdot DF = FY \cdot XY \cdot \sqrt{2} EX$





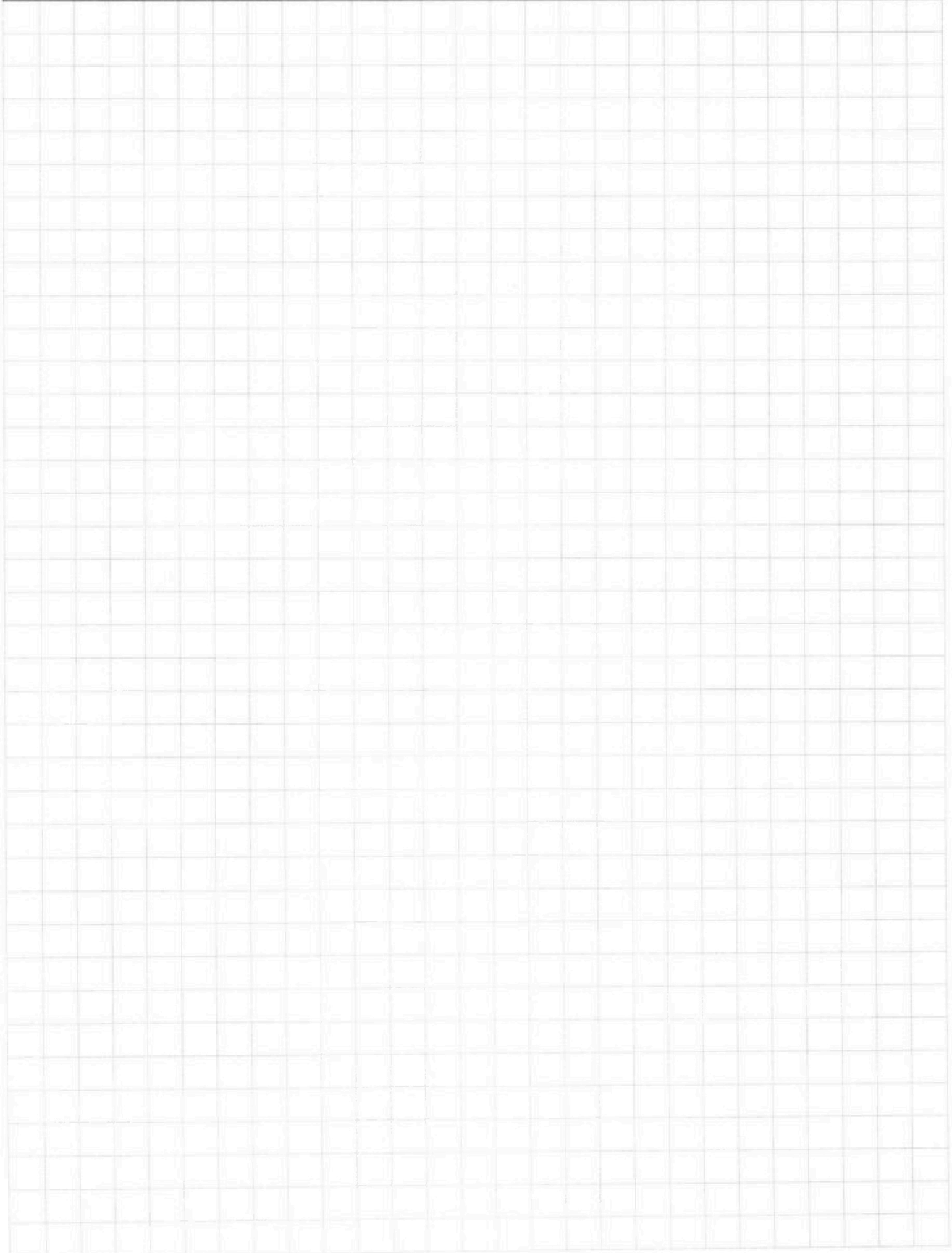
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} S(a-b) = (a-7)(b-7) \\ a+b=63 \\ S(a-b) = 0,6ab \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S(a-b) = (a-7)(b-7) \\ a+b=63 \\ ab = 490,2 \end{cases} \begin{array}{l} \text{— сумма и произведение} \\ \text{Введем } p \end{array}$$

$$(a-7)(b-7) = 0,6ab$$

$$ab - 7(a+b) + 49 = 0,6ab$$

$$0,4ab = 7 \cdot 63 - 49 = 49(p) \quad | \cdot 10$$

$$4ab = 490 - p \quad | : 4$$

$$ab = 490 - p/4$$

Вернемся в систему

$$\begin{cases} x+y=35 \\ x+y=49 \\ y+7=28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=28 \\ y=21 \end{cases}$$

$$S(21-28) = 21 \cdot 28$$

$$S = 3 \cdot 28 = 84 \text{ км}$$

Ответ: 84 км

$$p^2 - 63p + 490,2 = 0$$

По м.одр. м Виетта

$$\begin{cases} p_1 = 28 \\ p_2 = 35 \end{cases}$$

$$x > y$$

$$\left(\frac{S}{x} < \frac{S}{y} \right)$$

$$a > b$$

$$a = 35$$

$$b = 28$$

Обратная задача

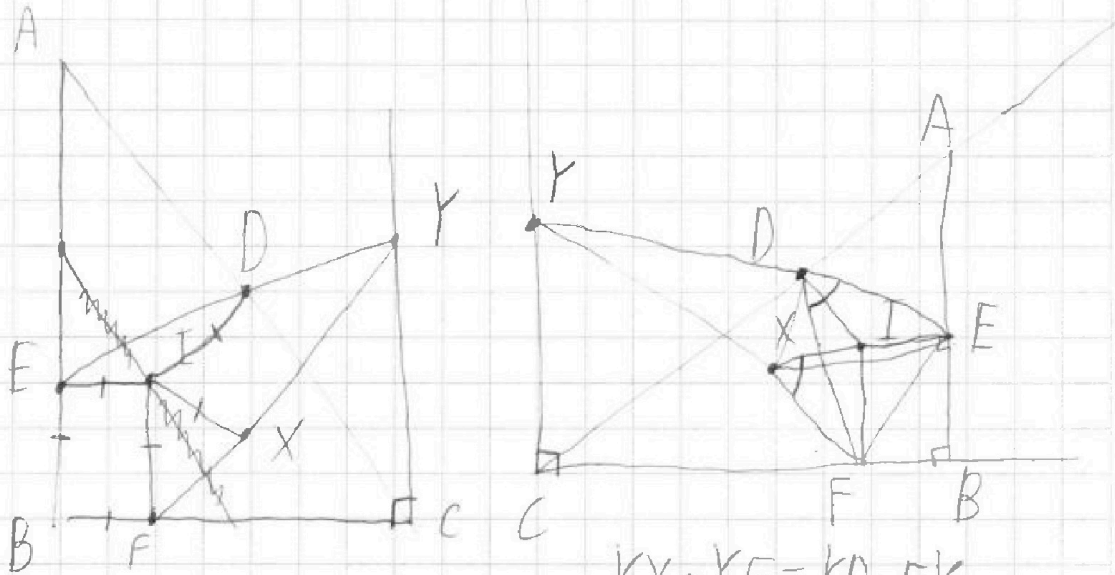
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$YX \cdot YF = YD \cdot EY$$

$$\frac{YD}{YX} = \frac{YF}{YE}$$

$$\frac{DX}{XY} = \frac{EF}{EY}$$

$$\frac{EX \cdot XF}{\sqrt{2}}$$

$$XYD \sim EYF$$

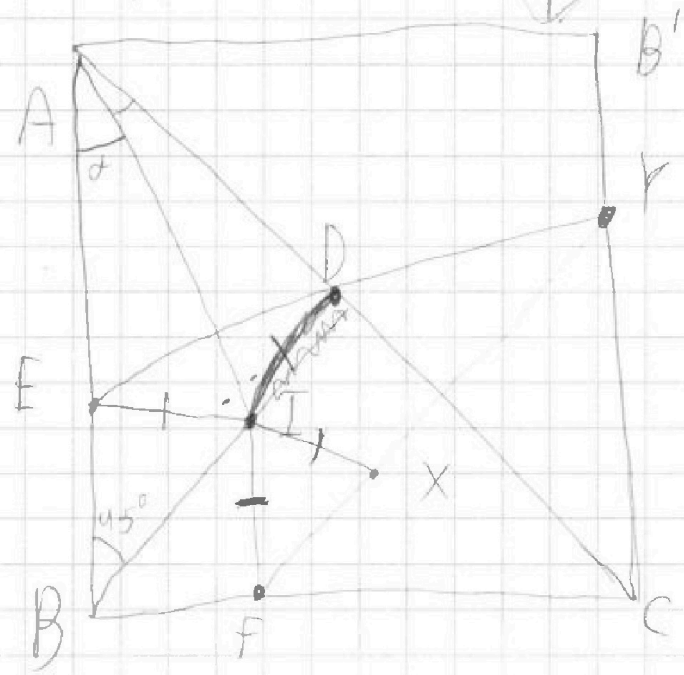
~~$$\frac{XY}{EY} = \frac{DX}{EF}$$~~

$$\frac{a\sqrt{2}}{EY} = \frac{DX}{a}$$

$$EF \cdot XY = DX \cdot EY$$

$$\frac{13}{76} = \frac{.625}{EY}$$

$$EY = \frac{13 \cdot 76}{625} = 1.5776$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$XY \cdot EY = XD \cdot EX$
 $DX \cdot DF = \frac{XY \cdot EY}{DY \cdot DY}$
 $EY = \frac{XY \cdot EY}{DY}$
 $AD = \frac{ED}{DY}$
 $YD \cdot YE = XY \cdot XF$
 $\frac{ED}{XY \cdot XF} = \frac{ED \cdot EY}{XF \cdot XY}$
 $\frac{EY}{DY} = \frac{XY}{EY}$
 $EY^2 = DY \cdot XY$
 $EY = \sqrt{DY \cdot XY}$
 $EX \cdot XF = FD \cdot DY$
 $\frac{EX}{DY} = \frac{FD}{XF}$
 $\frac{XY \cdot ED}{EX} = \frac{EY}{DY}$
 $\frac{EY}{DY} = \frac{XY}{EY}$
 $EY^2 = DY \cdot XY$
 $EY = \sqrt{DY \cdot XY}$
 $EX \cdot XF = FD \cdot DY$
 $\frac{EX}{DY} = \frac{FD}{XF}$
 $\frac{XY \cdot ED}{EX} = \frac{EY}{DY}$
 $\frac{EY}{DY} = \frac{XY}{EY}$
 $EY^2 = DY \cdot XY$
 $EY = \sqrt{DY \cdot XY}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$d \cdot b = 3^{14} \cdot 7^{13}$ $b \cdot c = 3^{19} \cdot 7^{17}$
 $d \cdot c = 3^{23} \cdot 7^{42}$ $\frac{25}{12} - \frac{25}{6} + \frac{6}{5} = \sqrt{\frac{47}{12}}$
 $(abc)^2 = 3^{56} \cdot 7^{42}$ $\frac{15p}{81} - \frac{25}{72} = -\frac{1}{6}$
 $d \cdot b \cdot c = 3^{28} \cdot 7^{36}$ $\frac{1}{12} - \frac{1}{6} + 1$
 $a^2 - 9ab + b^2 \mid d+b$ $\frac{a^2 - 9ab + b^2}{a^2 + ab} \mid d+b$
 $a^2 + ab \mid d+b$ $\frac{a^2 - 9ab + b^2}{a^2 + ab} \mid d+b$
 $-10ab + b^2$
 $db + b^2$
 $-11ab$ $D = 25 - 47 < 0$
 $(a+b)^2 - 11ab = m$ $3x^2 + x + 1$
 $MOM(a, b) = 1$ $D = 1 -$
 $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$ $\frac{x}{x} \mid \frac{11}{x}$
 $3x^2 - 5x + 6 - 2 \cdot \sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)} + 3x^2 + x + 1 =$
 $= \sqrt{3x - 5 + \frac{6}{x}} - \sqrt{3x + \frac{1}{x}} = \frac{5}{x^2} - \frac{6}{x}$
 $\sqrt{a+b} - \sqrt{b+1} =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on graph paper. The work includes several geometric diagrams and algebraic derivations.

Top Left Diagram: A circle with points A, B, C and a point O. A line segment connects B and C. A handwritten note: $2.5 \cdot 0.64 - 2 = \frac{y}{4}$.

Top Right Diagram: A complex geometric construction involving points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z. A handwritten note: $YD \cdot DE = YX \cdot FX$.

Center Diagram: A large geometric figure with various lines and points. A handwritten note: $3x^2 - 5x + 5$.

Bottom Left Diagram: A right-angled triangle with a point P and a line segment. A handwritten note: $7z + \frac{xz}{y} + 3y$.

Bottom Right Diagram: A square ABCD with an inscribed circle and various points. A handwritten note: $7z + \frac{xz}{y}$.

Algebraic Derivations:

- $196 = 14 \cdot 14$
- $49 \cdot 4 = 7 \cdot 2$
- $(5x-y)(5x+y)$
- $z(15x+3y-z)$
- $7z + \frac{xz}{y} + 3y$
- $7z + \frac{xz}{y}$
- $7z + \frac{xz}{y} + 3y$
- $yz + xz = 15xy$
- $7yz + xz = 15xy - yz$
- $\frac{AD}{DC}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$p^2 - 63p + 490 = 2$$

$$8yz + xz = 15xy$$

$$(5x - y) \left(\frac{p}{x} + \frac{1}{y} \right) = 45$$

$$40 + \frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} - 1 = 45$$

$$6 = 5d - \frac{8}{d} \quad \frac{21}{2p} = \frac{3}{4} \quad \frac{x}{y} = 1,9$$

$$6d = 5d^2 - 8$$

$$5d^2 - 6d - 8$$

$$D = 36 + 160 = 13^2$$

$$\frac{21}{42} \frac{6+13}{70} = 1,9$$

$$\frac{42}{14} = 3 \quad = -0,7$$

$$\frac{36}{60} = \frac{6}{10} \quad \frac{21}{21}$$

$$S = p4$$

$$dX = 2p \quad 2,4$$

$$y = 27S$$

$$\frac{S}{x+y} + \frac{3}{5} = \frac{S}{y+y}$$

$$12 \quad Sg + \frac{3}{5}(x+y)(y+y) = Sx + \dots$$

$$\frac{24}{355} \quad S(y-x)$$

$$\frac{24}{28}$$

$$a = \frac{3}{5} \left(\frac{11}{x}y + 7(x+y) + 4d \right)$$

$$a = \frac{3}{5} (a + p \cdot 4d) - 5$$

$$5a = 3a + p \cdot 4d$$

x - man
y - vel

$$7 \cdot 7 \cdot 2^2 = 5$$

$$S \quad 7 \cdot 4$$

$$7$$

2p
7
A

----- B

$$\frac{S}{x} + 1 = \frac{S}{y} \quad 2Sx = 4d(4+S)$$

$$x = \frac{4d(4+S)}{2S}$$

$$\frac{y \cdot S}{x} + 4d = \frac{x \cdot S}{y}$$

$$yS + xy = Sx \quad 2xS = 4d(4+S)$$

$$y^2S + 4dxy = Sx^2 \quad 2Sy = 4d \cdot 2S$$

$$xy = Sx - Sy = a \quad 2Sx - 4d \cdot 4d = 4dS$$

$$y^2 + 4dx - 4dy = x^2 \quad 4d(S-y)$$

$$y(y-4d) = x(x-4d) \quad 2S$$

$$-(x-y)(x+y) + 4d(x-y) = 0 \quad \frac{21}{21} \frac{27-3}{x} + 4d =$$

$$(4d - x - y)(x - y) = 0$$

$$= \frac{27-4}{x} \quad 63 + 4d = 112$$

$$x + y = 4d$$

$$2d = 4 \cdot 4d$$

$$S(x-y) = 4 \cdot 4d$$

$$x+y = 4d \cdot S \cdot 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется, Порча QR-кода недопустима!



$$5x - y = 3z \quad (5x - y)(5x + y)$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \quad 3z \quad (3z + 2y) - z^2$$

$$5y - 5x = -xy \quad z(9z - z + 6y) \quad y = 35x - 3z$$

$$\frac{5}{x} + 1 = \frac{5}{y} \quad z(8z + 6y) \quad z(15x + 3y - z)$$

$$\frac{5y}{x} + 4g = \frac{5x}{y} \quad 2z(4z + 3y) \quad S(b-a) =$$

$$25x^2 - 30xz + 9z^2 + 3z^2 \quad S(a-b) = (a-4)(b-7)$$

$$5y^2 - 5x^2 = -4gxy \quad 25x^2 - y^2 - z^2 \quad xz = 15xy - 8xyz$$

$$25x^2 - 30xz + 7z^2 \quad -25x^2 + 30z - 9z^2$$

$$\frac{15x}{2x} = \quad z \geq y \geq x \quad 30z^2 - 10z^2 \quad \frac{S}{a}$$

$$10z(30x - z)$$

$$z(5x - y) + y^2$$

$$(5x - y)(5x + y) - z^2$$

$$x + y = 4g = 63 = a + b$$

$$\frac{S}{x+7} + \frac{3}{5} = \frac{S}{y+7} \quad \frac{S}{a}$$

$$\frac{S}{a} + \frac{3}{5} = \frac{S}{b}$$

$$5y^2 - 5x^2 = 54g(5y - 5x)$$

$$x + y = 4g$$

$$5y - 5x = -xy$$

$$S(b+a), 6ab = Sa \quad S(b-a) = (b-7)(a-7) \quad S(y-x) = -xy$$

$$(b-7)(a-7) + 6ab = 0 \quad ab - 7(a+b) + 4g + 6ab = 0$$

