



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{14}7^{13}$ ,  $bc$  делится на  $3^{19}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $3^{23}7^{42}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC = 1$  и  $BC = 25$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .
7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX = \sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD : DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$ab: 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$bc: 3^{19} \cdot 7^{17}$$

$$ac: 3^{23} \cdot 7^{42}$$

$abc = \min$

$$1) ab \cdot bc \cdot ca = 3^{14+19+23} \cdot 7^{13+17+42}$$

$$(abc)^2 = 3^{56} \cdot 7^{72}$$

$$\text{Если } abc = 3^{28} \cdot 7^{36}$$

$$(abc)^2 = 3^{56} \cdot 7^{72}$$

⇓

$$abc = 3^{28} \cdot 7^{36} - \text{минимальное число}$$

$$\text{когда } abc = 3^{28} \cdot 7^{36}$$

$$\text{Ответ: } abc = 3^{28} \cdot 7^{36}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано

$\frac{a}{b}$  - несокп.

$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}$

$m = ? \max$

1)  $a^2 - 9ab + b^2 = (a+b)^2 - 11ab$

2)  $\frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$

3) Пусть  $a$  числитель и знаменатель

генератор  $md \ m | \Rightarrow a+b : m | \Rightarrow (a+b)^2 : m$

$(a+b)^2 - 11ab : m | \Rightarrow 11ab : m$

$\frac{a}{b}$  - несократим  $\Leftrightarrow \alpha, \text{НОД}(a; b) = 1$

$m = \max - \text{если } m = \text{НОД}(a+b; 11ab)_{\max}$

$\left. \begin{array}{l} a+b \nmid a \\ a+b \nmid b \end{array} \right\} \alpha \neq \text{НОД}(a; b) = 1 \Rightarrow m = \text{НОД}(a+b; 11)_{\max}$

$m = 11$  (Пример  $a=9 \ b=2$ )

$$81 - 162 + 4 = -77 = \frac{-1}{7}$$

Ответ  $m = 11$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} = 5-6x$$

Пусть:

$$\begin{cases} a = 3x^2 - 5x + 6 & D_a = 25 - 18 \cdot 4 < 0 \Rightarrow 3x^2 - 5x + 6 \neq 0 \\ b = 3x^2 + x + 1 & D_b = 1 - 3 \cdot 4 < 0 \Rightarrow 3x^2 + x + 1 > 0 \end{cases}$$

Получа  $a - b = 5 - 6x$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(1 - \sqrt{a} - \sqrt{b}) = 0$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b} \uparrow^2 \text{ или } \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

Отсюда замечаем  
( $a, b > 0$ )

$$a = b$$

Обратная замена:

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1 \quad \text{②}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 10 \quad \text{①}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{6} \\ x \in \emptyset \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{47}{12}} > 1$$

①  $\min 3x^2 - 5x + 6$

$$x_0 = \frac{5}{6} \quad y_0 = \frac{25}{12} - \frac{25}{6} + 6 = 6 - \frac{25}{12} = \frac{42 - 25}{12} = \frac{17}{12} > 1$$

Следовательно  $\min(\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1}) > 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Вернемся в систему

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$$

$$-5x + 6 = x + 1$$

$$-6x = -5 \quad 5 = 6x$$

$$x = \frac{5}{6}$$

Вернемся в систему

$$\text{Ответ: } \frac{5}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\omega$  - окр. с ц.  $O$

$\Omega$  - касательная к  $\omega$  в  $B$

$\omega'$  - окр. с ц.  $O'$

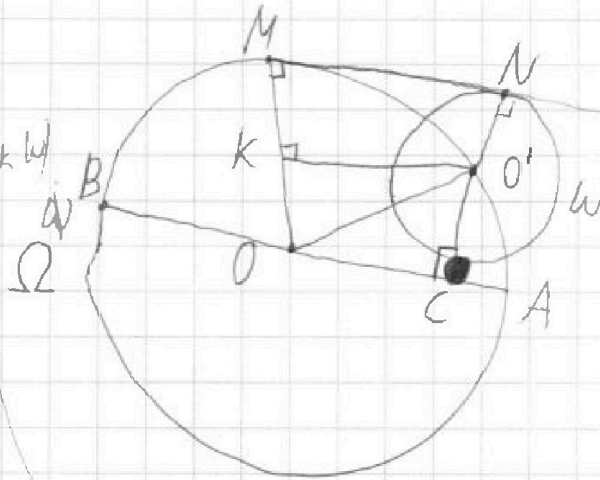
$AC = 1$

$BC = 25$

$AB$  - диаметр  $(\Omega)$

$MN$  - отрезок касат.

$MN = ?$



Температура  $AB$  - диаметр  $\Rightarrow OA = R = \frac{26}{2} = 13$

$AB = AC + CB = 26$

$OA = OO' = OB = OM$  - радиусы

2)  $O'C \perp AB$  ( $AB$  - касательная к  $\omega'$ )

$O'C = r$ ,  $OO' = R = 13$

$OC = OA - AC = 13 - 1 = 12$

В прямоугол.  $\triangle OO'C$  по т. Пифагора

$O'C^2 + OC^2 = OO'^2$

$O'C = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 = O'N$  (радиус)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$OM \perp MN$   
 $O'N \perp MN$  (общая касательная)  $\Rightarrow OM \parallel O'N$

3)  $\odot$  Дан полукруг  $AMN$ : Опустим  
перпендикуляр  $O'K$  из  $O'$  на  
 $ON$ .

Они не совпадают  
т.к.

если совпадают  
то  $M$  совпадает

с  $O'$  и значит  $\odot MN$   
пересекает  
окр. в двух точках  
(прямые!)

4)  $MKO'N$  - прямоугол.

$OM \parallel O'N$   
 $MN \parallel KO'$  (перпендикуляр  
к прямой  $OM$ )  
 $\angle MKO' = 90^\circ$

5)  $\Downarrow$   
 $MK = O'N = 5 \Rightarrow OK = OM - KM = 13 - 5 = 8$

5) Проведем  $OO'K$  - прямоугол. по т. Пифагора

$$KO'^2 + KO^2 = OO'^2$$

$$KO' = \sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{5 \cdot 21} = \sqrt{105} = MN \text{ (} MKO'N \text{ - прямоугол.)}$$

$$\text{Ответ: } MN = \sqrt{105}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано

$$5x - y = 3z$$

$$\frac{x}{y} + \frac{1}{z} = \frac{15}{2}$$

$$\begin{cases} 5x - y = 3z \\ \frac{x}{y} + \frac{1}{z} = \frac{15}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 5y = 3z \\ x = 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y = z \\ x = 2y \end{cases} \textcircled{1}$$

$$\begin{cases} y = z \\ 5x = 4y \end{cases} \textcircled{2}$$

$$(5x - y) \left( \frac{x}{y} + \frac{1}{z} \right) = 45 \cdot \frac{z}{2}$$

$$x, y, z \neq 0$$

$$40 + \frac{5x}{y} - \frac{xy}{x} - 1 = 45$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} - \min$$

$$\frac{5x}{y} - \frac{xy}{x} = 6$$

Решим

$$\frac{x}{y} = d \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{d}$$

$$5d - \frac{1}{d} = 6 \mid \cdot d, d \neq 0$$

$$5d^2 - 6d - 1 = 0$$

$$D = 36 + 160 = 196$$

$$d_1 = \frac{6 + 14}{10} = 2$$

$$d_2 = \frac{6 - 14}{10} = -0,8$$

Обратная замена

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 2 \\ \frac{x}{y} = 0,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ x = 0,8y \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 5x = 4y \end{cases} \text{Вернемся в систему}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Подставьте значения скорости в формулу

$$\textcircled{1} \frac{25 \cdot (2y)^2 - y^2 - (3y)^2}{y^2 + (3y)^2 \cdot 3} = \frac{90y^2}{28y^2} = \frac{45}{14} = 3 \frac{3}{14}$$

$$\textcircled{2} \frac{(4y)^2 - y^2 - 7y^2}{y^2 + 3y^2} = \frac{14y^2}{4y^2} = \frac{14}{4} = 3,5$$

$$3,5 > 3 \frac{3}{14} \left( \frac{3}{14} < \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{Ответ: } 3 \frac{3}{14}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

X

Пусть  $AB = S$  км,  $v_{\text{мот}} = x$  км/ч,  $v_{\text{вел.}} = y$  км/ч.

Поскольку составили систему уравнений по условию

$$\begin{cases} \frac{S}{x} + 1 = \frac{S}{y} & (\text{время мот} + 1 = \text{время вел.}) \\ \frac{S \cdot y}{x} + 4g = \frac{Sx}{y} & (\text{время мот} + 1 = \text{время вел.}) \\ \frac{S}{x+7} + \frac{36}{60} = \frac{S}{y+7} & (\text{время мот} + 1 = \text{время вел.}) \end{cases}$$

⊖ Подставим из первого во второе

$$S(y-x)(y+x) = 4g(Sy-Sx) \quad | : Sy-Sx \quad Sy \neq Sx$$

$$x+y=4g$$

$$\begin{cases} a = x+7 \\ b = y+7 \end{cases} \Rightarrow a+b = 4g+14 = 63$$

$$b-a = y-x$$

Вернемся в систему

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано  
 $EX = \sqrt{2} XY$

$\angle B = 90^\circ$

Взвеш. окр. с  
 $\gamma, I$

$AD:DC = 1$

Требуется:

1)  $\angle DCY = 90 - \angle ACB = \angle BAC$   
 $\angle ADE = \angle YDC$  (верт.)  $\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle CDY$

2)  $\angle DEX = \angle DFX$  ( $DX$  - хорда впис.)  $\Rightarrow \triangle EYX \sim \triangle FYD$   
 $\angle EYF$  - общий

3)  $\frac{AD}{DC} = \frac{DE}{DY} = \frac{EY}{\sqrt{2} XY} = 1$

$\frac{EY}{FY} = \frac{XY}{DY} = \frac{XE}{FD}$

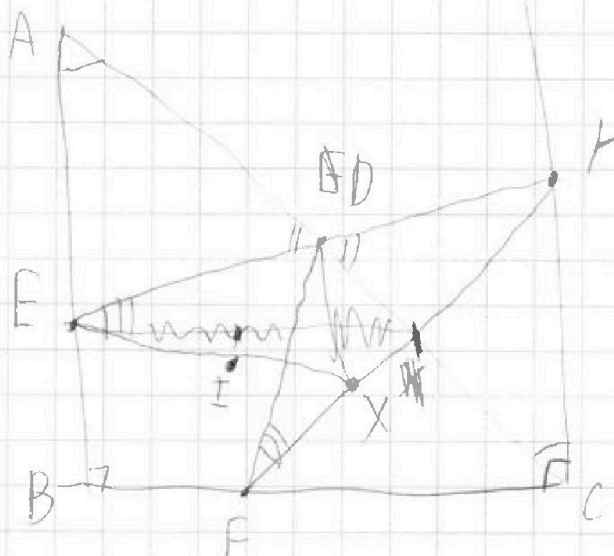
$\sqrt{2} DY = DF$

$\sqrt{2} \left( \frac{EY}{DF} \right) - 1 = \frac{AD}{DC}$

4)  $DX \perp EF \Rightarrow \triangle DXE \sim \triangle DFX$

$\frac{EY}{XY} = \frac{DF}{DY} \sqrt{2}$

$EY \cdot DF = FY \cdot XY \cdot \sqrt{2} EX$





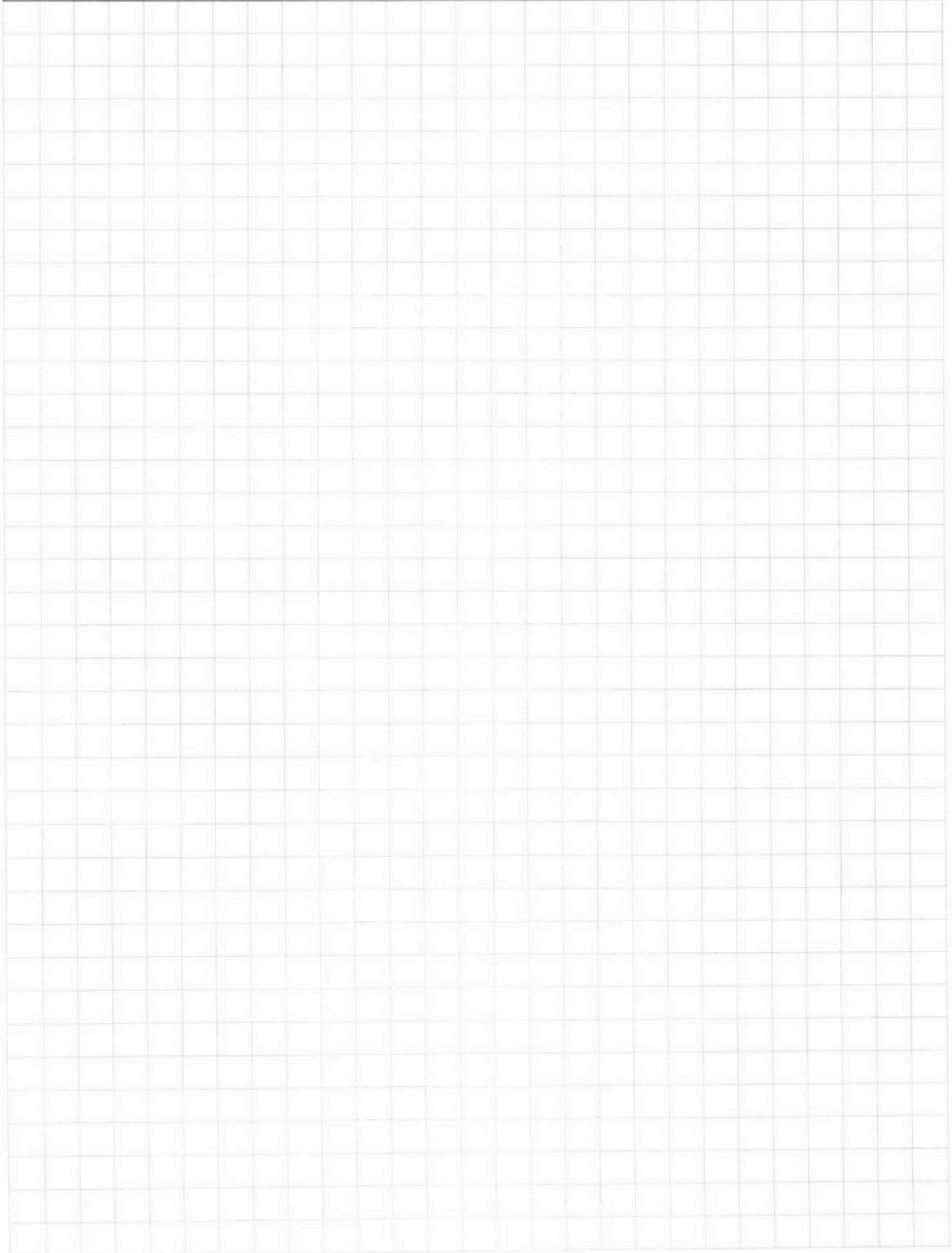
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} S(a-b) = (a-7)(b-7) \\ a+b=63 \\ S(a-b) = 0,6ab \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S(a-b) = (a-7)(b-7) \\ a+b=63 \\ ab = 490,2 \end{cases} \begin{array}{l} \text{— сумма и произведение} \\ \text{Введем } \textcircled{p} \end{array}$$

$$(a-7)(b-7) = 0,6ab$$

$$ab - 7(a+b) + 49 = 0,6ab$$

$$0,4ab = 7 \cdot 63 - 49 = 49(p) \quad | \cdot 10$$

$$4ab = 490 - p \quad | : 4$$

$$ab = 490 - p/4$$

Вернемся в систему

$$\textcircled{p} \quad p^2 - 63p + 490,2 = 0$$

По м.одр. м Введем

$$\begin{cases} p_1 = 28 \\ p_2 = 35 \end{cases}$$

$$x > y$$

$$a > b$$

$$a = 35$$

$$b = 28$$

Обратная задача

$$\begin{cases} x+y=35 \\ x+y=49 \\ y+y=28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=28 \\ y=21 \end{cases}$$

$$S(21-28) = 21 \cdot 28$$

$$S = 3 \cdot 28 = 84 \text{ км}$$

Ответ: 84 км

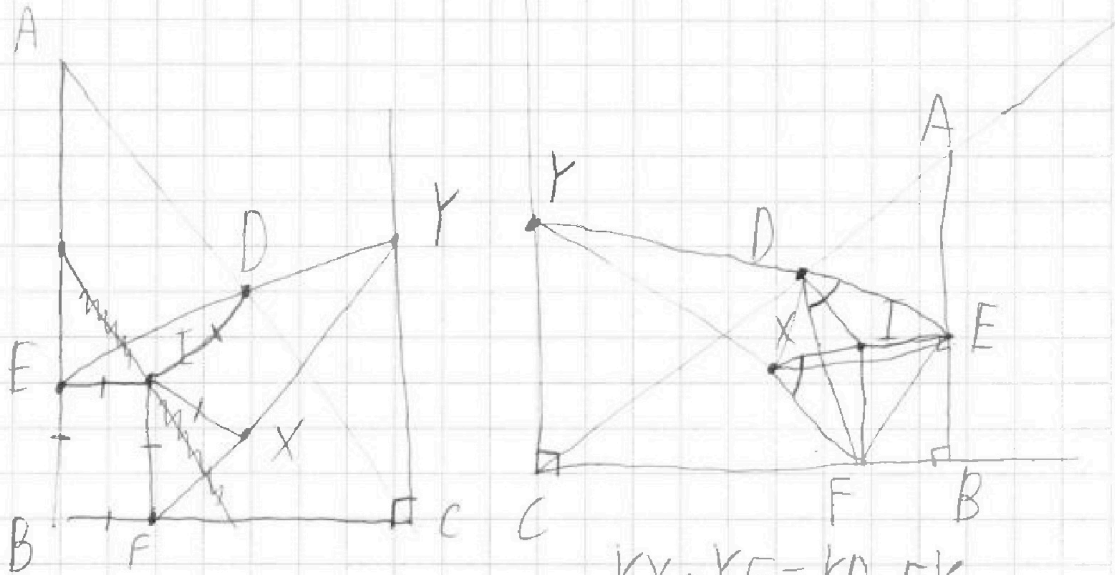
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$YX \cdot YF = YD \cdot EY$$

$$\frac{YD}{YX} = \frac{YF}{YE}$$

$$\frac{DX}{XY} = \frac{EF}{EY}$$

$$\frac{EX \cdot XF}{\sqrt{2}}$$

$$XYD \sim EYF$$

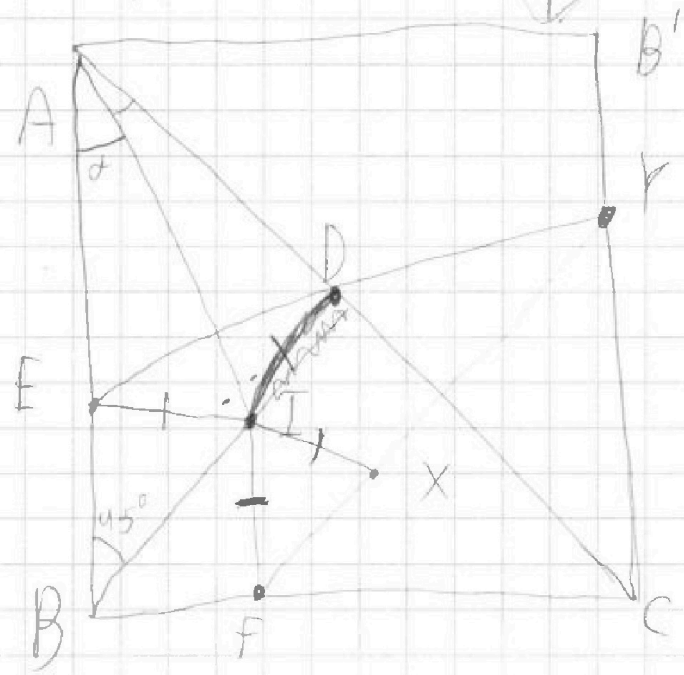
~~$$\frac{XY}{EY} = \frac{DX}{EF}$$~~

$$\frac{a\sqrt{2}}{EY} = \frac{DX}{a}$$

$$EF \cdot XY = DX \cdot EY$$

$$\frac{13}{76} = \frac{.625}{EY}$$

$$EY = \frac{13 \cdot 76}{625} = 1.5776$$



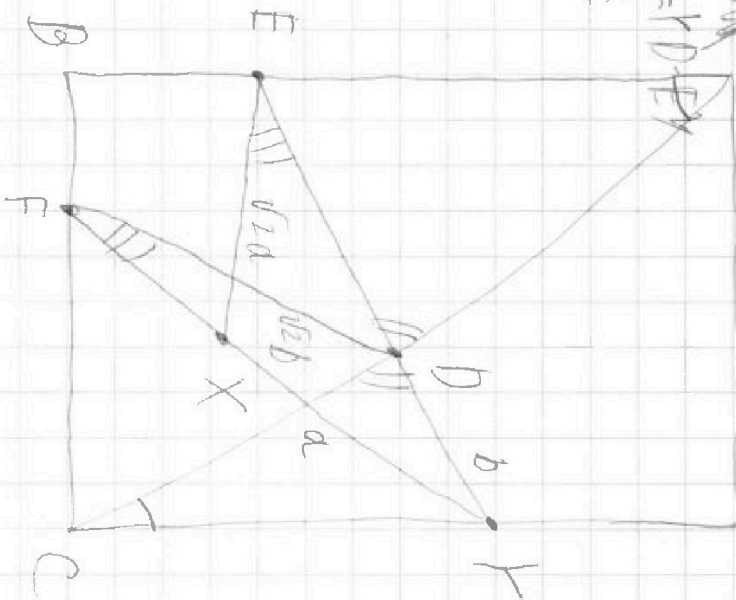
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$EY = \frac{XY \cdot EY}{DY}$$

$$\frac{XY \cdot EY = XD \cdot EX}{DY \cdot DF}$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$$

$$YD \cdot YE = XY \cdot XF$$

$$\frac{ED}{XY \cdot XF} = \frac{ED \cdot EY}{XF \cdot XY}$$

$$\frac{EY - DY}{DY} = \frac{EY}{DY} - 1$$

$$EX \cdot YD = FDY$$

$$\frac{EY}{DY} = \frac{EX}{DY} = \frac{XY}{DY}$$

$$DY \cdot \sqrt{2} = DF$$

$$\sqrt{2} XY$$

$$\frac{XY \cdot ED}{EX}$$

$$\frac{EY}{DY}$$

$$\frac{EY}{DY}$$

$$\frac{EY \cdot XE}{DY}$$

$$\frac{EY}{FD}$$

$$\frac{DY}{EY} = \frac{XY}{EY}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$d \cdot b = 3^{14} \cdot 7^{13}$        $b \cdot c = 3^{19} \cdot 7^{17}$   
 $d \cdot c = 3^{23} \cdot 7^{42}$

$(abc)^2 = 3^{56} \cdot 7^{42}$   
 $abc = 3^{28} \cdot 7^{21}$

$a^2 - 9ab + b^2 \mid d+b$   
 $a^2 + ab \mid d+b$   
 $-10ab + b^2$   
 $db + b^2$   
 $-11ab$

$a^2 - 9ab + b^2 \mid d+b$   
 $a^2 + ab \mid d+b$   
 $-10ab + b^2$   
 $db + b^2$   
 $-11ab$

$a+b : m$   
 $(a+b)^2 - 11ab = m^2$   
 $4a^2 - 16ab + 4b^2 = m^2 - 11ab$   
 $d+b; a^2 - 9ab + b^2$

$(a+b; 11ab) = m$   
 $3x^2 + x + 1$   
 $D = 1 - 12 = -11 < 0$

$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$   
 $3x^2 - 5x + 6 - 2\sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)} + 3x^2 + x + 1 =$   
 $= \sqrt{3x - 5 + \frac{6}{x}} - \sqrt{3x + \frac{1}{x}} = \frac{5}{x^2} - \frac{6}{x}$

$\sqrt{a+b} - \sqrt{b+1} =$

$D = FC = \frac{FF}{fgd}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  
  2  
  3  
  4  
  5  
  6  
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper, including geometric diagrams and algebraic equations.

**Top Diagrams:**

- A circle with points A, B, C and a chord AC. A point D is on AC. A line through D is perpendicular to AC. A point E is on the line. A point F is on the circle. A point F' is on the line. A point P is on the line. A point Q is on the line. A point R is on the line. A point S is on the line. A point T is on the line. A point U is on the line. A point V is on the line. A point W is on the line. A point X is on the line. A point Y is on the line. A point Z is on the line.
- A square ABCD with diagonals AC and BD intersecting at O. A point E is on AC. A point F is on BD. A point G is on AC. A point H is on BD. A point I is on AC. A point J is on BD. A point K is on AC. A point L is on BD. A point M is on AC. A point N is on BD. A point O is on AC. A point P is on BD. A point Q is on AC. A point R is on BD. A point S is on AC. A point T is on BD. A point U is on AC. A point V is on BD. A point W is on AC. A point X is on BD. A point Y is on AC. A point Z is on BD.

**Algebraic Equations:**

- $YD \cdot DE = YX \cdot FX$
- $3X^2 - 5X + 5$
- $D = 25 - 5 \cdot 12 = 60$
- $AD/DC$
- $yz + xz = 15xy$
- $7yz + xz = 15xy - yz$
- $7z + \frac{xz}{y}$
- $z(15x + 3y - z)$
- $7z + \frac{xz}{y} + 3y$
- $7zy + xyz + 3y^2$

**Other Diagrams:**

- A circle with points A, B, C and a chord AC. A point D is on AC. A point E is on the line. A point F is on the circle. A point G is on the line. A point H is on the line. A point I is on the line. A point J is on the line. A point K is on the line. A point L is on the line. A point M is on the line. A point N is on the line. A point O is on the line. A point P is on the line. A point Q is on the line. A point R is on the line. A point S is on the line. A point T is on the line. A point U is on the line. A point V is on the line. A point W is on the line. A point X is on the line. A point Y is on the line. A point Z is on the line.
- A square ABCD with diagonals AC and BD intersecting at O. A point E is on AC. A point F is on BD. A point G is on AC. A point H is on BD. A point I is on AC. A point J is on BD. A point K is on AC. A point L is on BD. A point M is on AC. A point N is on BD. A point O is on AC. A point P is on BD. A point Q is on AC. A point R is on BD. A point S is on AC. A point T is on BD. A point U is on AC. A point V is on BD. A point W is on AC. A point X is on BD. A point Y is on AC. A point Z is on BD.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$p^2 - 63p + 490 = 2$$

$$8yz + xz = 15xy$$

$$(5x - y) \left( \frac{p}{x} + \frac{1}{y} \right) = 45$$

$$40 + \frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} - 1 = 45$$

$$6 = 5d - \frac{8}{d} \quad \frac{21}{2p} = \frac{3}{4} \quad \frac{x}{y} = 1,9$$

$$6d = 5d^2 - 8$$

$$5d^2 - 6d - 8$$

$$D = 36 + 160 = 13^2$$

$$\frac{21}{42} \frac{6+13}{70} = 1,9$$

$$\frac{14}{7} = 3 = -0,7$$

$$\frac{36}{60} = \frac{6}{10} \quad \frac{21}{21}$$

$$S = p4$$

$$dX = 2p \quad 2,4$$

$$y = 27S$$

$$\frac{S}{x+y} + \frac{3}{5} = \frac{S}{y+y}$$

$$12 \quad Sg + \frac{3}{5}(x+y)(y+y) = Sx + \dots$$

$$\frac{24}{355} \quad S(y-x)$$

$$\frac{24}{28}$$

$$a = \frac{3}{5} \left( \frac{11}{x}y + 7(x+y) + 4d \right)$$

$$a = \frac{3}{5} (a + p \cdot 4d) - 5$$

$$5a = 3a + p \cdot 4d$$

x - man  
y - vel

$$7 \cdot 7 \cdot 2^2 = 5$$

$$S \quad 7 \cdot 4$$

$$7$$

2p  
7  
A

----- B

$$\frac{S}{x} + 1 = \frac{S}{y} \quad 2Sx = 4d(4+S)$$

$$x = \frac{4d(4+S)}{2S}$$

$$\frac{y \cdot S}{x} + 4d = \frac{x \cdot S}{y}$$

$$yS + xy = Sx \quad 2xS = 4d(4+S)$$

$$y^2S + 4dxy = Sx^2 \quad 2Sy = 4d \cdot 2S$$

$$xy = Sx - Sy = a \quad 2Sx - 4d \cdot 4d = 4dS$$

$$y^2 + 4dx - 4dy = x^2 \quad 4d(S-y)$$

$$y(y-4d) = x(x-4d) \quad 2S$$

$$-(x-y)(x+y) + 4d(x-y) = 0 \quad \frac{21}{21} \frac{27-3}{x} + 4d =$$

$$(4d - x - y)(x - y) = 0$$

$$x + y = 4d$$

$$2d = 4 \cdot 4d$$

$$S(x-y) = 4 \cdot 4d$$

$$x+y = 4d \cdot S \cdot 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется, Порча QR-кода недопустима!



$$5x - y = 3z \quad (5x - y)(5x + y)$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \quad 3z \quad (3z + 2y) - z^2$$

$$5y - 5x = -xy \quad z(9z - z + 6y) \quad y = 35x - 3z$$

$$\frac{5}{x} + 1 = \frac{5}{y} \quad z(8z + 6y) \quad z(15x + 3y - z)$$

$$\frac{5y}{x} + 4g = \frac{5x}{y} \quad 2z(4z + 3y) \quad S(b-a) =$$

$$25x^2 - 30xz + 9z^2 + 3z^2 \quad S(a-b) = (a-4)(b-7)$$

$$5y^2 - 5x^2 = -4gxy \quad 25x^2 - y^2 - z^2 \quad xz = 15xy - 8xyz$$

$$25x^2 - 30xz + 7z^2 \quad -25x^2 + 30z - 9z^2$$

$$\frac{15x}{2x} = \quad z \geq y \geq x \quad 30z^2 - 10z^2 \quad \frac{S}{a}$$

$$10z(30x - z)$$

$$z(5x - y) + y^2$$

$$(5x - y)(5x + y) - z^2$$

$$x + y = 4g = 63 = a + b$$

$$\frac{S}{x+y} + \frac{3}{5} = \frac{S}{y+y}$$

$$\frac{S}{a} + \frac{3}{5} = \frac{S}{b}$$

$$5y^2 - 5x^2 = 54g(5y - 5x)$$

$$x + y = 4g$$

$$5y - 5x = -xy$$

$$S(b-a) = (b-7)(a-4) \quad S(y-x) = -xy$$

$$(b-7)(a-4) + 0,6ab = 0 \quad ab - 7(a+b) + 4g + 0,6ab = 0$$

