



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .

7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

что  $abc$  - бочо наименьшим числом, нужно чтоб  
 $ab, bc, ca$  были наименьшими.

$$ab, bc, ca \text{ наим. когда } ab = 3^{14} 7^{14}, bc = 3^{18} 7^{16},$$
$$ac = 3^{21} 7^{38}$$

Перемножим  $ac, bc$  и  $ab$

$$ac \cdot bc \cdot ab = 21^{14} \times 21^{16} \times 3^2 \times 21^{21} \times 7^{17}$$

$$a^2 c^2 b^2 = 21^{46} \times 21^2 \times 7^{15}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow abc = 21^{25} \times 7^7 \sqrt{7}$$

$$\text{Ответ: } abc = 21^{25} \times 7^9 \sqrt{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ:  $x = \frac{1}{4}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3} \sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\text{Пусть } 2x^2 + x + 3 = a, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{a + 1 - 4x} - \sqrt{a} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{a + 1 - 4x} = 1 - 4x + \sqrt{a}$$

$$a + 1 - 4x = ((1 - 4x) + \sqrt{a})^2$$

$$\text{ОДЗ: } 1 - 4x + \sqrt{a} \geq 0$$

$$4x \leq 1 + \sqrt{a}$$

$$x + 1 - 4x = (1 - 4x)^2 + 2\sqrt{a}(1 - 4x) + a$$

$$(1 - 4x)^2 + 2\sqrt{a}(1 - 4x) - (1 - 4x) = 0$$

$$(1 - 4x)(1 - 4x + 2\sqrt{a} - 1) = 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - 4x = 0 \\ 2\sqrt{a} - 4x = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$2\sqrt{2x^2 + x + 3} = 4x \quad \text{ОДЗ: } 4x \geq 0, \Rightarrow$$

$$4(2x^2 + x + 3) = 16x^2 \Rightarrow x \geq 0$$

$$8x^2 + 4x + 12 = 16x^2$$

$$8x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$$

$$x_1 = \frac{1+5}{4} = 1,5$$

$$x_2 = \frac{1-5}{4} = -1$$

Смотря на ОДЗ заключаем, что  $x \neq -1$  и  $x \neq 1,5$

Все  $x \geq 0$ , и  $x \neq 1,5$ , все  $4x \leq 1 + \sqrt{a}$ , значит единств.  
корень уравнения  $x = \frac{1}{4}$ .



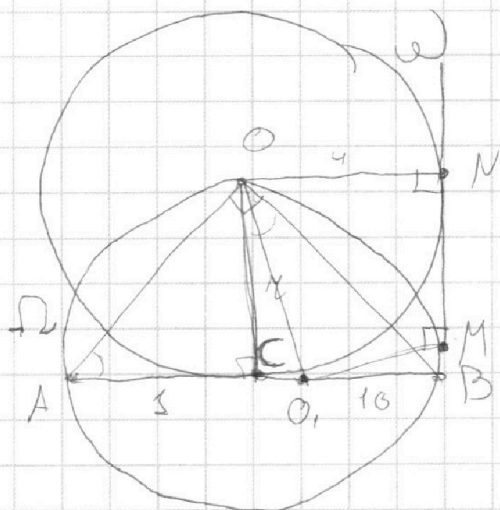
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассм.  $\triangle AOB$ .  $\angle O$  в нём  $90^\circ$  (т.к.  $AB$  - диаметр),

$OC$  - высота (т.к.  $AB$  - диаметр,  $O$  - центр  $\omega$ ),  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOC \sim \triangle OBC$ ,  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AO}{OB} = \frac{AC}{OC} = \frac{OC}{BC}, \Rightarrow OC^2 = AC \cdot BC = 16, \Rightarrow OC = 4.$$

$OC$  - радиус  $\omega$ , обозн. его как  $r$ .

Т.к.  $AB$  - диаметр  $\omega$  и он равен  $3 + 10 = 17$ , то радиус

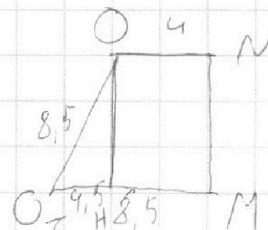
$$r = \frac{17}{2} = 8,5, \Rightarrow OI = 8,5, \Rightarrow CI = 8,5 - 3 = 5,5.$$

Рассм.  $\triangle COI$  по теореме Пифагора,

$$OI = \sqrt{4^2 + 5,5^2} = \sqrt{42,25} = 6,5.$$

Рассм. трап.  $ONMO$ .

Тогда мы знаем  $OI$ ,  $OI = OI$  и  $ON$ .



$\angle M$  и  $\angle N = 90^\circ$  Треугольн. высоту  $OH$ , можно сказать что  $OI = 6,5$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{По теореме Пифагора } OM = \sqrt{8,5^2 - 4,5^2} = \sqrt{72,25 - 20,25} =$$

$$= \sqrt{52} = 2\sqrt{13}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow NM = 2\sqrt{13}.$$

$$\text{Ответ: } 2\sqrt{13}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = z$$

$$\text{OAB: } \begin{cases} 3x + 2y \neq 0 \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$$

$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{2}{z} \Rightarrow z = \frac{2xy}{3y + x}$$

$$3x + 2y = \frac{2xy}{3y + x}$$

$$(2y + 3x)(3y + x) = 2xy$$

$$6y^2 + 2xy + 9xy + 3x^2 = 2xy$$

$$6y^2 + 9xy + 3x^2 = 0$$

$$2y^2 + 3xy + x^2 = 0$$

$$y(2y + 3x) + x^2 = 0$$

$$y \cdot z + x^2 = 0$$

$$z = -\frac{x^2}{y}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - \left(-\frac{x^2}{y}\right)^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - \frac{x^4}{y^2}}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2y^2 - 4y^4 - x^4}{x^2y^2 - 6y^4}$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x + y)(x + 2y) = 0$$

$$\frac{3x^2y^2 - 4y^4 - x^4}{x^2y^2 - 6y^4} \geq 0$$

$$1) \begin{cases} x + y = 0 \\ \Rightarrow x = -y \end{cases}$$

$$\text{числит.: } -y^4 + 3y^4 - 4y^4 = -2y^4 \Rightarrow$$

$$2) \begin{cases} x + 2y = 0 \\ \Rightarrow x = -2y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-2y^4}{y^4 - 6y^4} = \frac{-2y^4}{-5y^4} = \frac{2}{5} > 0$$

$$\Rightarrow x = -2y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \frac{3x^2y^2 - 4y^4 - x^4}{x^2y^2 - 6y^4} = \frac{3 \times 4y^2 + y^2 - 4y^4 - 16y^4}{4y^4 - 6y^4} =$$

$$= \frac{12y^4 - 8y^4}{-2y^4} = \frac{4y^4}{-2y^4}$$

$$= \frac{-8y^4}{-2y^4} = 4$$

Итак, найдя, знач. выраж.  $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^4}$  равно 4.

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) 

Велосип.	Ср.	2 км/ч	Впр.	$\frac{AB}{2}$ ч	Всего.	AB км
Мотоцик.		9 км/ч		$\frac{AB}{9}$ ч		AB км

П.р. Мотоцик. приехал на 2 ч раньше, но ср. и расх. больше, но ср. и расх. больше.

$$\frac{AB}{9} + 2 = \frac{AB}{2}$$

2) 

Вел.	Ср.	2 км/ч.	Впр.	$\frac{AB}{9}$ ч	Всего.	$\frac{AB \cdot 2}{9}$ км.
Мот.		9 км/ч.		$(\frac{AB}{9} + 2)$ ч		$9(\frac{AB}{9} + 2)$ км

П.р. Мот. приехал на 96 км. >, но ср. и расх. больше.

$$\frac{AB \cdot 2}{9} = \frac{AB \cdot 2}{9} + 96$$

3) 

Вел.	Ср.	$(x+6)$ км/ч.	Впр.	$\frac{AB}{x+6}$ ч.	Всего.	AB
Мот.		$(y+6)$ км/ч.		$\frac{AB}{y+6}$ ч.		AB.

П.р. Велос. приехал на 1,25 ч раньше, но ср. и расх.

$$1 \cdot 15 \text{ мин} = 1,25 \text{ ч.}$$

$$\frac{AB}{y+6} + 1,25 = \frac{AB}{x+6}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{20(6x+x^2)}{60+20x-x^2} \cdot \frac{20(6x+x^2) \cdot x \cdot (x-10)}{60+10x} = 96 = \frac{20(6+x)}{x-10}$$
$$20(6x+x^2) \left( \frac{1}{60+20x-x^2} - \frac{x^2-10x}{60+10x} \right) =$$

$$AB + 2y = \frac{ABx}{y} + 96$$

$$AB \left( 1 - \frac{x}{y} \right) + 2y = 96$$

$$AB = \frac{96 - 2y}{1 - \frac{x}{y}} \quad AB = \frac{96 - \frac{2 \cdot (60 + 10x)}{x-10}}{1 - \frac{x \cdot (x-10)}{60+10x}}$$

$$AB = \frac{\left( 96 - \frac{2 \cdot (60 + 10x)}{x-10} \right) \cdot (60 + 10x)}{60 + 10x - x(x-10)}$$

$$AB = \frac{\left( 96x - 960 - 120 - 20x \right) (60 + 10x)}{x-10} \cdot \frac{1}{60 + 20x - x^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 120x + 20x^2 = \frac{(76x - 1080) \cdot (60 + 10x)}{x-10}$$

$$60x + 10x^2 = \frac{(38x - 540) \cdot (60 + 10x)}{x-10}$$

$$x = \frac{38x - 540}{x-10}$$

$$x^2 - 10x - 38x + 540 = 0$$

$$x^2 - 48x + 540 = 0$$

$$D = 144$$

$$x_1 = \frac{48 + 12}{2} = 30$$

$$x_2 = \frac{48 - 12}{2} = 18$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Если ~~выбрано~~  $x = 30 \text{ км/ч}$ , то  $y < x$ , что не соотв.  
При ~~анализе~~  $x = 90 \text{ км/ч}$  и  $x = 180 \text{ км/ч}$  будет ~~быть~~ ~~выбрано~~ ~~сам. шаг~~  
 $\Rightarrow x = 180 \text{ км/ч}$ ,  $\Rightarrow$

~~Для удобства возьмем  $x = 180 \text{ км/ч}$~~

$$\Rightarrow y = \frac{60 + 180}{8} = 30 \text{ км/ч}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = \frac{1080}{12} = \frac{540}{6} = 90 \text{ км.}$$

Ответ:  $90 \text{ км}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AB}{y} + 2 = \frac{AB}{x} \quad | \cdot xy$$

$$ABx + 2yx = AB y$$

$$ABx - AB y = -2yx$$

$$-AB(y - x) = -2yx$$

$$AB = \frac{2yx}{y - x}$$

$$\frac{AB}{y+6} + 1,25 = \frac{AB}{x+6} \quad | \cdot (y+6)(x+6)$$

$$AB(x+6) + 1,25(y+6)(x+6) = AB(y+6)$$

$$AB(y+6) - AB(x+6) = 1,25(y+6)(x+6)$$

$$AB(y+6-x-6) = 1,25(y+6)(x+6)$$

$$AB = \frac{5(y+6)(x+6)}{4(y-x)}$$

$$2yx = \frac{5(y+6)(x+6)}{4}$$

$$8yx = 5yx + 30y + 30x + 180$$

$$-3yx + 30y + 30x + 180 = 0$$

$$yx - 10y - 10x - 60 = 0$$

$$y(x-10) = 60 + 10x$$

$$y = \frac{60+10x}{x-10}$$

$$AB = \frac{2x(60+10x)}{x-10} = \frac{60+10x}{x-10} \cdot x$$

$$AB = \frac{2x(60+10x)}{60+10x-x^2+10x}$$

$$AB = \frac{120x+20x^2}{60+20x-x^2}$$

$$\frac{20(6x+x^2)}{60+20x-x^2} + \frac{20(6+x)}{x-10} = \frac{20(6x+x^2) \cdot x}{60+10x-x^2} + 96$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7 <sup>M</sup>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 3^{15} \cdot 7^{11} : 21^{11}$$

$$bc : 21^{15} + 3^2$$

$$ac : 21^{12} \cdot 7^{17}$$

$$\frac{3^2 \cdot 21}{21} = 3$$

$$\frac{3^2}{3} = 3$$

$$ab > bc \cdot ac =$$

$$= b^2 \cdot c^2 \cdot a^2 : 21^{48} \cdot 7^{15} \cdot 21^{12}$$

$$b < a < c$$

$$b^2 \cdot c^2 \cdot a^2 : 21^{50} \cdot 7^{15}$$

$$21^{25} \cdot 7^{15}$$

$$\frac{ac}{ba} = \frac{c}{b} = \frac{21^{21} \cdot 7^{12}}{21^{15}}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{21^{10} \cdot 7^{12}}{3 \cdot 7^{15}} = 21^{10} \cdot 7^{12}$$

$$bca$$

$$b = \frac{c}{21^{10} \cdot 7^{12}}$$

$$\sqrt[2]{a^2}$$

$$c = b \cdot 21^{10} \cdot 7^{12}$$

$$a + c = a + b \cdot 21^{10} \cdot 7^{12}$$

$$21^{25} \cdot 7^{15} = a + b \cdot 21^{10} \cdot 7^{12}$$

$$ab \cdot c = \frac{c}{21^{10} \cdot 7^{12}} \cdot a \cdot c = 21^{21} \cdot 7^{17}$$

$$\frac{c}{a \cdot 21^{10} \cdot 7^{12}} = 21^{11}$$

$$21^{25} \cdot 7^{15} \sqrt{7}$$

$$\frac{ac}{7^{12}} = 21^{21}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3} - 3$$

Результат ~~не~~ ~~получился~~.

$$-8x + 4x + 12 = 0$$

$$2\sqrt{a} = 4x$$

$$8x - 4x - 12 = 0$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3} = \sqrt{4x^2} \quad \text{ОДЗ: } 2x \geq 0$$

$$2x^2 + x + 3 = 4x^2$$

$$2x - x - 3 = 0$$

2 \* 2 \* 25

$$3 - 2 = 1$$

$$\sqrt{4,5 - 4,5 + 4} = \sqrt{4,5 + 4,5} \quad 9 + 1 = 6$$

$$a + 1 + 4 = 9$$

$$a = 4$$

$$\sqrt{4} - \sqrt{3} = 1 - \sqrt{4} = 1 - 6 + 3$$

1

$$1 + 4 + 4 - 1$$

$$4,5 - 4,5 + 4 = 4,5 + 1,5 + 3$$

$$\sqrt{a + 1 - 4x} - \sqrt{a} = 1 - 4x$$

$$2 - 9$$

$$1 - 4x = m$$

$$(\sqrt{a+m})^2 = (\sqrt{a} + m)^2$$

$$\sqrt{\frac{27}{8}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 3$$

$$4,5 + 1,5 + 3 =$$

$$a + m = a + 2m\sqrt{a} + m^2$$

$$\frac{1}{16}$$

$$\frac{3}{8} + 3$$

$$= 9$$

$$m^2 + 2m\sqrt{a} - m = 0$$

$$\frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 4$$

5-

$$m(m^2 + 2\sqrt{a} - 1) = 0$$

$$\frac{1}{8} - \frac{6}{8}$$

$$2x = \sqrt{2x^2 + x + 3}$$

$$m = 0$$

$$-\frac{5}{8} + 4^2$$

$$4x^2 = 2x^2 + x + 3$$

$$m + 2\sqrt{a} - 1 = 0$$

$$a = \frac{27}{8}$$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 - 3 \cdot (-4) \cdot 2 = 25$$

$$1 - 4x + 2\sqrt{2x^2 + x + 3} - 1 = 0$$

$$x_1 = \frac{1+5}{4} = 1,5 \quad \frac{1-5}{4} = -1$$

$$4x = 2\sqrt{2x^2 + x + 3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

7



$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

Пусть  $2x^2 + x + 3 = m, \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{m + 1 - 4x} - \sqrt{m} = 1 - 4x$$

Пусть  $n = 1 - 4x$

$$(\sqrt{m+n} - \sqrt{m})^2 = n^2$$

$$m+n - 2\sqrt{m^2+mn} - m = n^2$$

$$n - 2\sqrt{m(m+n)} = n^2$$

$$-2\sqrt{m(m+n)} = n(n-1)$$

$$4m(m+n) = (n^2 - n)^2$$

$$4m(m+n) = (n^2 - n)^2$$

$$4m(m+n) = n^4 - 2n^3 + n^2$$

$$4m(m+n) = n^2(n^2 - 2n + 1)$$

$$4m^2 + mn = n^2(n-1)^2$$

$$m = \frac{n^2(n-1)^2}{4(m+n)}$$

$$m = \frac{(1-4x)^2 + (-4x)^2}{4(2x^2 + x + 3 + 1 - 4x)}$$

$$2x^2 + x + 3 = \frac{(16x^2 - 8x + 1)(16x^2)}{8x^2 - 12x + 16}$$

$$2x^2 - 3x + 4$$



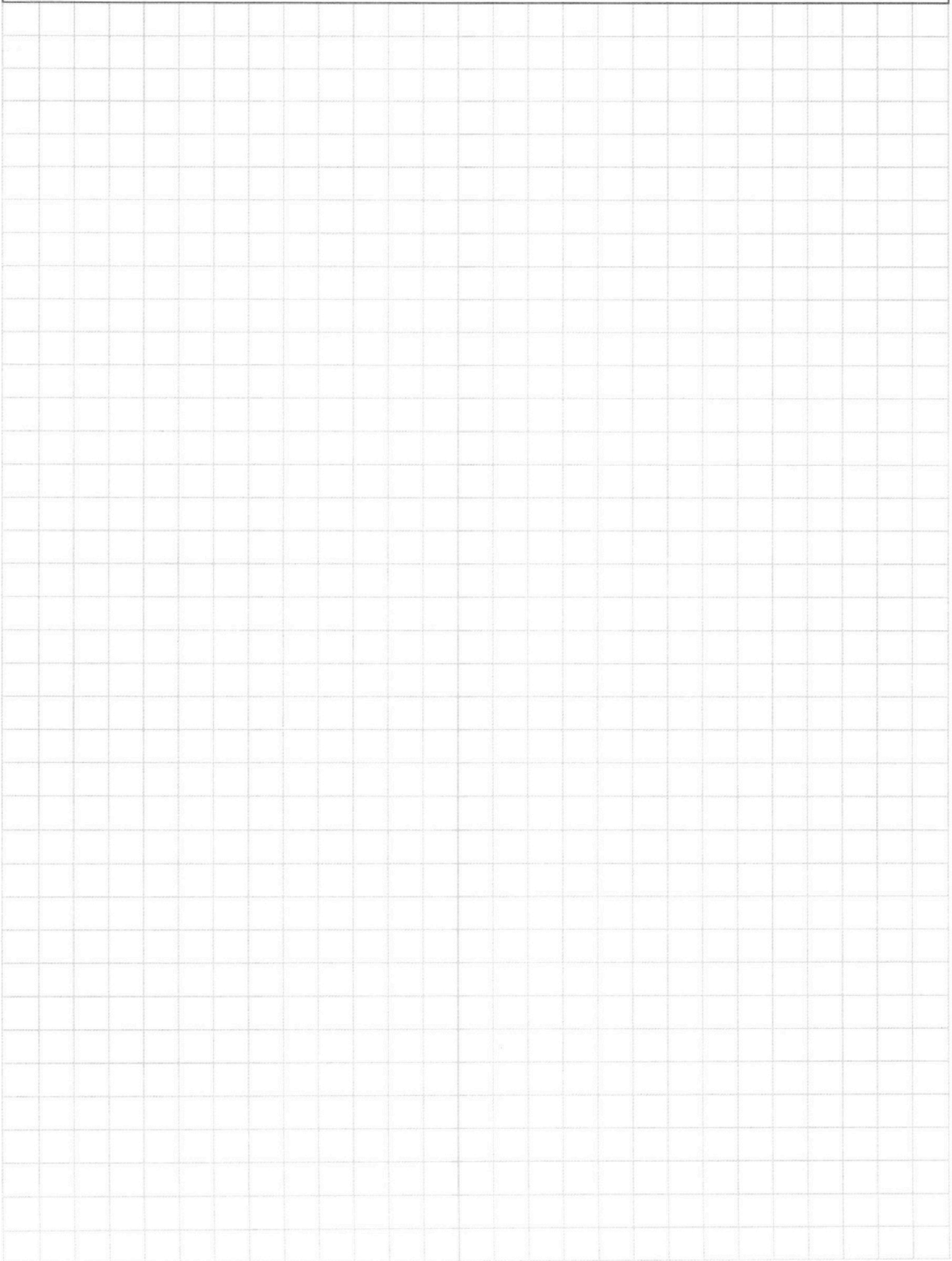
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





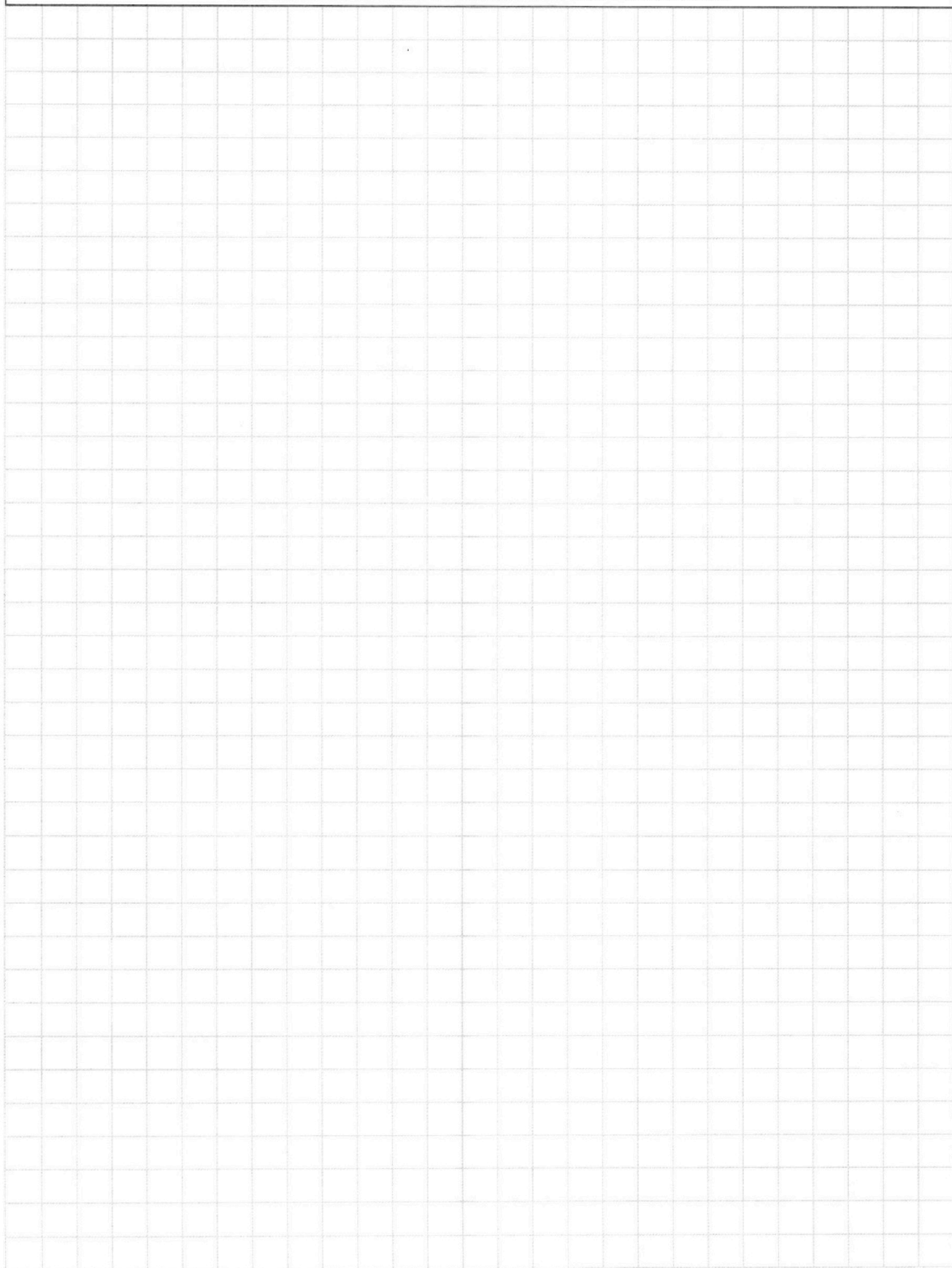
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1     2     3     4     5     6     7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



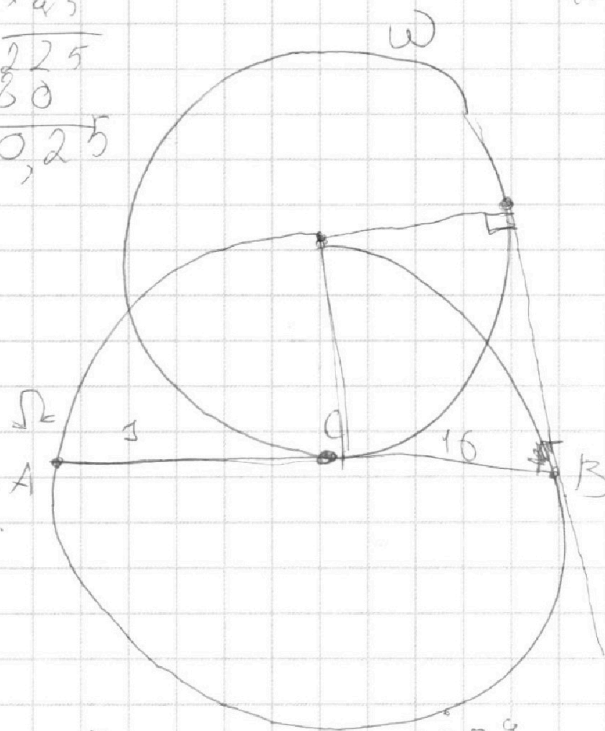
$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 75 \\ \hline 375 \\ 525 \\ \hline 5625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 45 \\ \hline 125 \\ 100 \\ \hline 1125 \end{array}$$

46

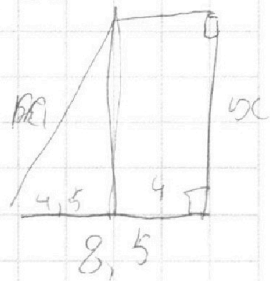
$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 2 \\ \hline 32 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 8 \\ \hline 160 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 26 \\ \hline 132 \\ 492 \\ \hline 572 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 384 \\ + 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$



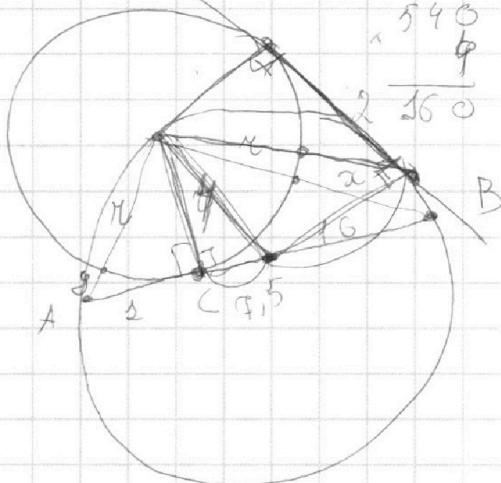
$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 16 \\ \hline 352 \\ 1120 \\ \hline 896 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 16 \\ \hline 352 \\ 1120 \\ \hline 896 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ \times 85 \\ \hline 680 \\ 7225 \\ \hline 7225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 169 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2304 \\ - 2400 \\ \hline 144 \\ \times 16 \\ \hline 2304 \end{array}$$



$$x^2 - 20x - 60$$

$$y \times (y + 4) = 1$$

$$y^2 + 4y = 1$$

$$x(2 + y) = 16$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 5 \\ \hline 180 \end{array}$$

36

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{M}{30} \cdot 12$ 

$$y = \frac{60 + 180}{8} = \frac{240}{8} = 30$$

$$\frac{18}{3} = 6$$

$AB =$ 

$$x = \sqrt{1 + r^2}$$

$$y = \sqrt{16 + r^2}$$

$$\frac{360}{20}$$

$$\frac{60 + 300}{20} = 8,5$$

$AO = \sqrt{1 + r^2} - r$ 
 $MC' = \sqrt{16 + r^2} - r$ 
 $MC' \times MC' + 2r = RC'$

$\frac{1080}{12} = 90$ 
 $\frac{540}{12} = 45$ 
 $\frac{1080}{12} = 90$ 
 $\frac{540}{12} = 45$

$\triangle ASC \sim \triangle BB'C$ 

$$\frac{AC}{SC} = \frac{SC}{BC} = 16 = SC^2 \Rightarrow r = 4$$

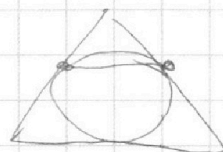
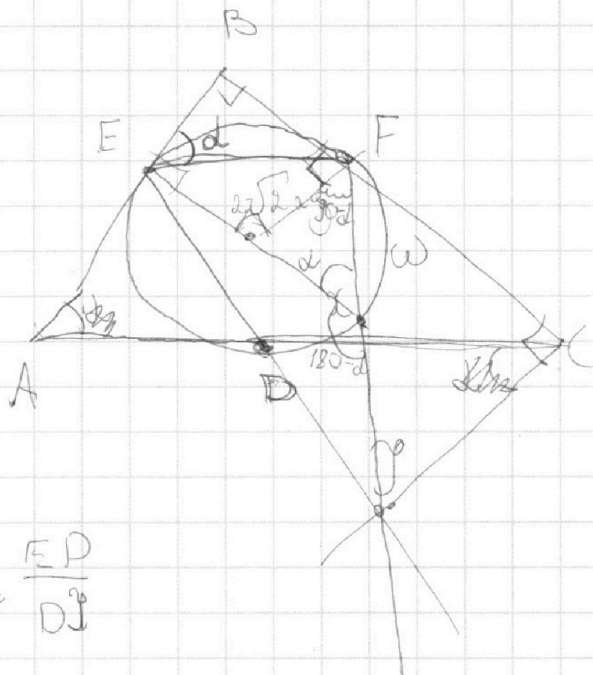
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



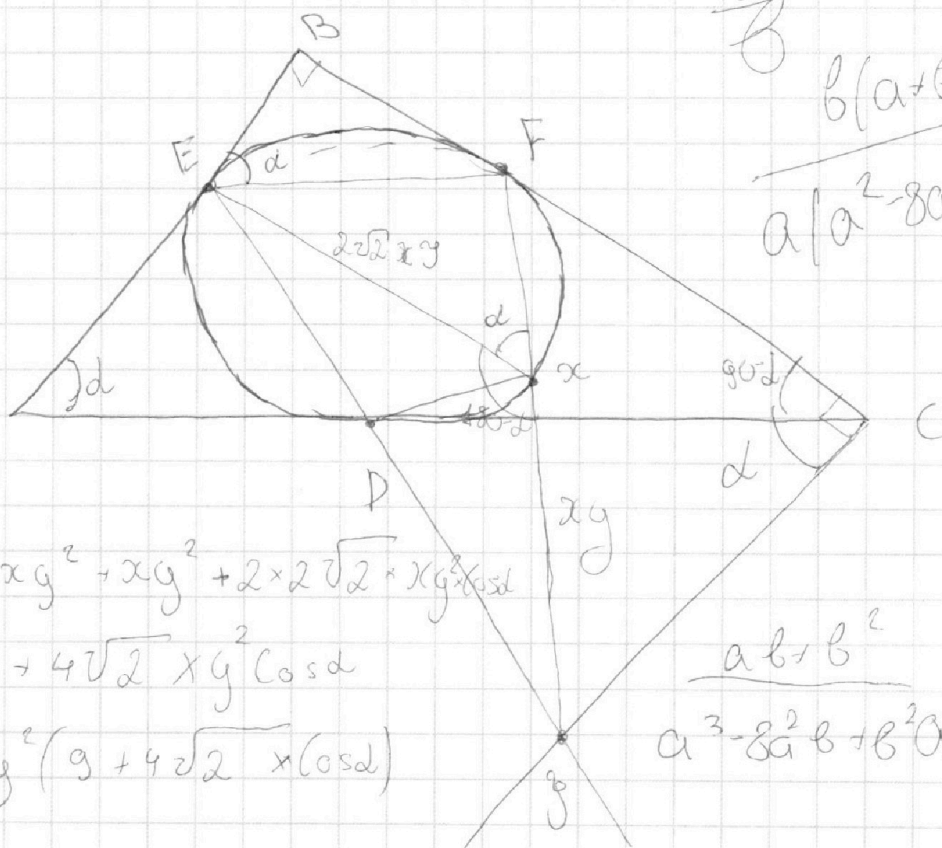
$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DJ}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2}$$

$$a \neq b$$

$$\frac{a}{b}$$

$$\frac{b(a+b)}{a(a^2-2ab+b^2)}$$



$$EG = 8xg^2 + xg^2 + 2 \times 2\sqrt{2} \times xg \times x \cos d$$

$$EG = 9xg^2 + 4\sqrt{2} xg^2 \cos d$$

$$EG = xg^2 (9 + 4\sqrt{2} \times \cos d)$$

$$\frac{ab+b^2}{a^3-2a^2b+b^2a}$$

$$a^2 \neq b^2$$

$$a^2 - 4ab - 4ab + b^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7   
  8



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{8}{15}$

$$\begin{array}{r} a^2 - 8ab + b^2 \quad | \quad a+b \\ a^2 + ab \quad | \quad a-9b^2 \\ \hline -9ab \\ -9ab - 9b^2 \\ \hline 10b^2 \end{array}$$

$$a - 9b + \frac{10b^2}{a^2 - 8ab + b^2}$$

$$a - 9b + \frac{10b^2}{a+b}$$

$a$   
 $b$

$$a+b = m$$

$$a^2 - 8ab + b^2 = m$$

$$1$$

$$a - 9b + \frac{10b^2}{a+b}$$

$$a^2 - 9ab + ab - 9b^2 + 10b^2$$

$$\begin{array}{r} -10ab \quad | \quad b+a \\ 10ab \quad | \quad 10a \\ \hline -10a^2 \end{array}$$

$$a^2 - 4ab - 4ab + b^2$$

$$10b + \frac{10ab}{b+a}$$

$$a(a - 4b) + b(b - 4a)$$

$$10b - (10a - \frac{10a^2}{a+b})$$

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2 - 10ab}{a+b}$$

$$10b - 10a + \frac{10a^2}{a+b}$$

$$\begin{array}{r} 10b^2 \quad | \quad b+a \\ 10b^2 + 10ab + 10b \\ \hline -10ab \end{array}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 10ab}$$

$$\frac{a+b}{a+b(a-9b + \frac{10b^2}{a+b})}$$

$$\frac{10b^2}{a+b}$$

$$\frac{(m+n)^2}{m+n+a}$$

$$10b + \frac{10ab}{a+b}$$