



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .
7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1.  $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} ab \equiv 0 \pmod{3^2 \cdot 7^2} \\ bc \equiv 0 \pmod{3^3 \cdot 7^4} \\ ac \equiv 0 \pmod{3^2 \cdot 7^3 \cdot 8} \\ abc \text{ min. ?} \end{cases}$$

1. Чтобы произведение  $a, b, c$  было минимальным, то сначала рассмотрим это

$$\begin{cases} ab = 3^{11} \cdot 7^2 \\ bc = 3^2 \cdot 7^{16} \\ ac = 3^{21} \cdot 7^{38} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3^n \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{8-11+n} \cdot 7^{16-11+m} = 3^{n-3} \cdot 7^{5+m} \\ n, m \in \mathbb{N} \\ n + 2 + m = 21 \\ m + 5 + m = 38 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n = 14 \\ 2m = 33 \\ n, m \in \mathbb{N} \\ a = 3^n \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{n-3} \cdot 7^{5+m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 7 \\ m = 11,5 \\ n, m \in \mathbb{N} \end{cases} \text{ не подходит.}$$

2. Пусть  $ab = k \cdot 3^2 \cdot 7^2$ , где  $k \in \mathbb{N}$ .

$$\begin{cases} a = 3^x \cdot 7^y \\ b = 3^{2-x} \cdot 7^{2-y} \\ c = 3^z \cdot 7^w \end{cases}$$

Т.к.  $m$  получившееся не целое, то лучше взять минимальное

число  $k \in \mathbb{N}$ , чтобы  $m \in \mathbb{N} \Rightarrow k = 7^m$  - минимальное возможное число  $k$ , чтобы выполнялось  $ab = 3^2 \cdot 7^2 \cdot k \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3^n \cdot 7^m \cdot k \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{n-3} \cdot 7^{5+m} \\ n, m \in \mathbb{N} \\ ac = 3^2 \cdot 7^2 \cdot 7^m \cdot 3^{2n-3} \cdot 7^{5+m} = 3^{2n-1} \cdot 7^{2m+7} = 3^{21} \cdot 7^{38} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n + 7 = 21 \\ 3m + 5 = 38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2n = 14 \\ 3m = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 7 \\ m = 11 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3^7 \cdot 7^{11} \cdot 7^{11} \\ b = 3^4 \cdot 7^0 \\ c = 3^{-4} \cdot 7^{16} \end{cases} \Rightarrow a \cdot b \cdot c = 3^7 \cdot 7^{22} \cdot 3^4 \cdot 7^{16} \cdot 7^{-4} = 3^{11} \cdot 7^{36} \Rightarrow \text{Ответ: } abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \quad (A)$$

$$\frac{a}{b} - \text{числа/степени}$$

$a \notin M$

~~8/2~~

$$\begin{cases} a+b \equiv 0 \pmod{m} \\ a^2-2ab+b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \not\equiv b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+2ab+b^2-2ab-2ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+b)^2-10ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 \cdot a \cdot (-b) \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -10ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv b \pmod{m} \end{cases}$$

$$b \not\equiv 0 \pmod{m}$$

$b$	1	0	$m-a$	$m-0$
$b^2$	1	0	$(m-a)^2$	$m^2-0$
$10b^2$	10	0	$10(m-a)$	0
$-b$	-1	0	$1-m$	0
$a$	-1	0	$1-m$	0

$$\frac{a+b}{10b^2} \equiv \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \pmod{m}$$

$$\begin{aligned} a+b &\equiv 10b^2 \pmod{m} \\ a &\equiv 10b^2 - b \pmod{m} \\ a &\equiv b(10b-1) \pmod{m} \end{aligned}$$

~~$a \equiv b(10b-1)$~~

$$b(10b-1) \equiv b$$

$$\Rightarrow \frac{9b+b}{8b^2-2b^2+b^2} = \frac{10b}{10b} = 1$$

$$\begin{aligned} b &\equiv \frac{m}{10} \pmod{m} \\ b &\equiv \frac{m}{10b} \pmod{m} \\ \Downarrow \\ a + \frac{m}{10b} &\equiv 0 \pmod{m} \\ 10ab + m &\equiv 0 \pmod{m} \\ 10ab &\equiv m \pmod{m} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 10b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10b^2 \equiv m \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

~~$a \equiv b(10b-1)$~~

$$a^2-2ab+b^2 = 10b^2$$

$$\begin{aligned} m | a^2-2ab-9b^2 &\neq 0 \\ m | (a^2+ab-9ab-9b^2) &= 0 \\ m | (a(a+b)-9b(a+b)) &= 0 \\ m | (a-b)(a-9b) &= 0 \\ \begin{cases} a = -b \\ a = 9b \end{cases} &\Rightarrow \end{aligned}$$

$a, b \in M$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 10b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

$$a^2-2ab+b^2 \equiv 10b^2 \pmod{m}$$

$$a^2+ab-9ab-9b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a(a+b)-9(a+b) \equiv 0 \pmod{m}$$

$$(a+b)(a-9b) \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{(a+b)(a-9b)} \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\frac{1}{a-9b} \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\frac{1}{a-9b} \equiv 1 \pmod{m}$$

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

Если  $m=1, m \equiv$

~~Если  $m=2, m \equiv$~~

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

~~$$\text{Если } m=3, m \equiv \frac{1}{a-9b} \equiv 2 \pmod{m}$$~~

~~$$\text{Если } m=10, m \equiv \frac{1}{a-9b} \equiv 10 \pmod{10}$$~~

$$\frac{a+b}{(a+b)(a-9b)} = \frac{1}{a-9b} \quad \begin{matrix} \text{применено} \\ \text{сокращение} \end{matrix}$$

при  $m=a+b$ , где  $b$  можно сократить на  $(a+b)$

$$\underline{\text{Ответ:}} \quad m=a+b$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \sqrt{2x^2+3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+3x+4 - (1-4x+4x)} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+x+3+1-4x} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

1) Замена  $t = 2x^2+x+3$ ,  $m = 1-4x$   
 $t \geq 0$

$$\sqrt{t+m} - \sqrt{t} = m$$

$$\sqrt{t+m} - \sqrt{t} = m \quad | \cdot \sqrt{t+m} + \sqrt{t}$$

Если  $m < 0$ , то  $\sqrt{t+m} - \sqrt{t} < 0$   
 Если  $m > 0$ , то  $\sqrt{t+m} - \sqrt{t} > 0$   $\Rightarrow$  можно возводить в квадрат без опаски  
 Если  $m = 0$ , то  $\sqrt{t} - \sqrt{t} = 0$   $\Rightarrow$   $m = 0$

при  $m = 0$ ,  $1-4x = 0$   $x = \frac{1}{4}$ , но  $\sqrt{2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 3} = 1 - 1$   
 $1-4x = 0$   
 $x = \frac{1}{4}$

Если  $m \neq 0$ , то  $(\sqrt{t+m} - \sqrt{t})^2 = m^2$   $\Rightarrow$   $\sqrt{t+m} = \frac{m^2}{2\sqrt{t+m} + \sqrt{t}}$   
 $\Rightarrow x = \frac{1}{4}$

$$t+m - 2\sqrt{t^2+tm} + t - m^2 = 0$$

$$-m^2 + 2t + m - 2\sqrt{t^2+tm} = 0$$

$$-m^2 + 2t + m = 2\sqrt{t^2+tm}$$

Обратная замена

$$-(1-4x)^2 + 2(2x^2+x+3) + (1-4x) = 2\sqrt{(2x^2+x+3)^2 + (2x^2+x+3)(1-4x)}$$

$$-1 + 8x - 16x^2 + 4x^2 + 2x + 6 + 1 - 4x = 2\sqrt{4x^4 + x^4 + 9 + 4x^3 + 12x^2 + 6x + 2x^2 + 1x + 3 - 8x^3 - 4x^2 - 12x}$$

$$= 2\sqrt{4x^4 + x^4 + 9 + 4x^3 + 12x^2 + 6x + 2x^2 + 1x + 3 - 8x^3 - 4x^2 - 12x}$$

$$-10x^2 + 6x - 6 = 2\sqrt{4x^4 - 4x^3 + x^2 - 9x + 12}$$

$$-6x^2 + 3x + 3 = 2\sqrt{4x^4 - 4x^3 + x^2 - 9x + 12}$$

Ответ:  $x = \frac{1}{4}$

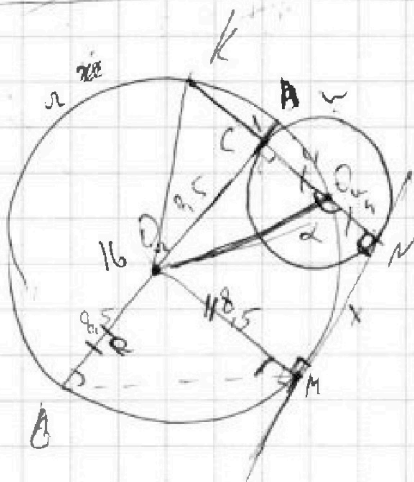
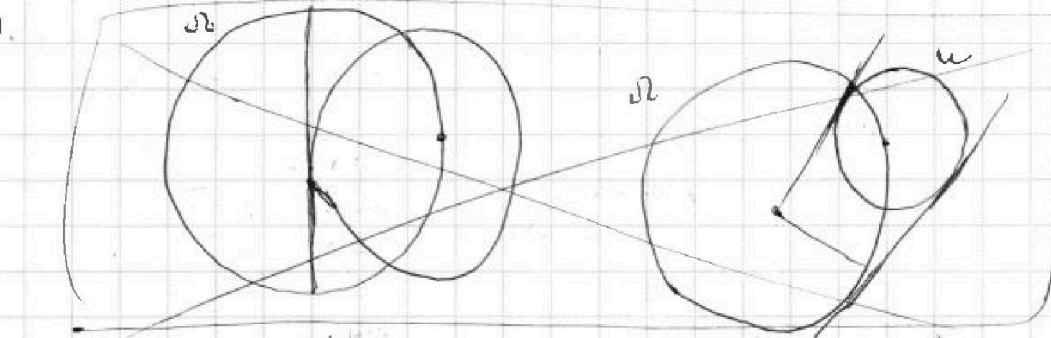
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$BC = 16$   
 $AC = 1$   
 $MM \perp \Omega$

$\omega(O_1, R_1)$   
 $\Omega(O_2, R_2)$

$$1) R_{\Omega} = \frac{BC + AB}{2} = \frac{16 + 1}{2} = 8,5$$

$$2) CO_1 = R_{\Omega} - AC = 7,5$$

2)  $AB$  касательна к  $\Omega$  и  $\Omega$  (по условию)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow O_2L \perp AB$  (по свойству касательной)

3)  $DN$  касательная к  $\omega$  и  $\Omega$

4) Аналогично п. 2.  $MM \perp O_1K$ ,  $MM \perp O_1N$

5) Внешний  $\omega$  и  $\Omega$  продолжением отрезка  $O_1C$  по пересечению в  $\Omega$  в  $K$

6)  $DN$ .  $O_1K$  и  $O_1N$  - радиусы  $\omega$  и  $\Omega$   $\Rightarrow O_1K = O_1N$  (по отл. отл.)

7)  $O_1K = O_1N$  (из п. 6)  $\Rightarrow \triangle OKO_1 - \text{р/б}$

8)  $\triangle OKO_1 - \text{р/б}$  (из п. 7)  $\Rightarrow O_1L$  - высота, медиана и биссектриса  $\triangle OKO_1$  (по свойству р/б)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  9)  $KL = LO_1$  (т.к.  $O_1L$  - медиана)

10)  $KL \cdot CA = KL \cdot CO_1$  (по свойству касательных к окружности)  
 $16 \cdot 1 = CO_1^2 \Rightarrow CO_1 = 4 \Rightarrow R_{\Omega} = 4$

11)  $MM$  - касательная к  $\omega$  и  $\Omega$ .  $MM \perp O_1K$  и  $MM \perp O_1N$  (по свойству касательной)







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$x, y, z$  - действительные числа,  $x, y, z \neq 0$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 z^2}{x^2 + 6y^2} \quad (A)$$

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3x}{x+y} = \frac{z}{z} \Rightarrow z = \frac{z}{\frac{3x}{x+y}} = \frac{z(x+y)}{3x}$$

$$3x + 2y = \frac{z(x+y)}{3x}$$

$$3x(3x + 2y) + 2y(3x + 2y) - z(x+y) = 0$$

$$3x + 2y \neq 0$$

$$3xy + 3x^2 + 6y^2 + 2yx - z(x+y) = 0$$

$$x^2 + 3y^2 + 3xy = 0$$

$$x^2 + xy + 2xy + 2y^2 = 0$$

$$x(x+y) + 2y(x+y) = 0$$

$$\begin{cases} x \neq -y \\ x \neq -2y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -y & (A) \\ x = -2y & (B) \end{cases}$$

$$(A) \quad z = \frac{2 \cdot (-y)y}{3y - y} = \frac{-2y^2}{2y} = -y$$

$$(B) \quad z = \frac{2(1-2y) \cdot y}{3y - 2y} = \frac{-4y^2}{y} = -4y$$

1) (A)  $\rightarrow$  (A)

$$\frac{3(-y)^2 - 4y^2 - (-y)^2}{x(-y)^2 + 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 + 6y^2} = \frac{-2y^2}{7y^2} = -\frac{2}{7}$$

2) (B)  $\rightarrow$  (B)

$$\frac{3(-2y)^2 - 4y^2 - (-4y)^2}{x(-2y)^2 + 6y^2} = \frac{3 \cdot 4y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 + 6y^2} = \frac{-4y^2}{10y^2} = -\frac{2}{5}$$

3)  $\frac{2}{3}$  н.п. и н.д.

(A) max  $\in [1; 4]$

Ответ:  $\frac{2}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$48 = y$$

$$11x + 2x = 11y$$

$$11(x-y) + 2x = 0$$

$$11x = \frac{2x}{x-y}$$

$$11 = \frac{2}{y-x}$$

$$11 = \frac{2(48-y)}{y-48+y}$$

$$11 = \frac{96-2y}{2y-48}$$

$$11 = \frac{2(48-y)}{2(y-24)}$$

~~$$11 = \frac{2(48-y)}{2(y-24)} = \frac{5}{4}$$~~

~~$$\frac{11 \cdot 2(48-y)}{2(y-24)} = \frac{5}{4}$$~~

$$\frac{(48-y)y}{(y-24)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{-2y(48-y)}{(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} = 0$$

$$\frac{-8y(48-y) - 5(y+6)(54-y)}{(y+6)(54-y)} = 0$$

$$-384y + 8y^2 - 5(y^2 + 6y + 54y - 54y) = 0$$

$$-384y + 8y^2 + 5y^2 - 48 \cdot 5y + 324 \cdot 5 = 0$$

$$13y^2 - 624y - 1620 = 0$$

$$D = 389376 + 52 \cdot 1620 = 389376 + 84240 = 473616$$

$$y = \frac{624 \pm \sqrt{473616}}{26} = \frac{624 \pm 2176}{26}$$

$$y = \frac{312 \pm 8\sqrt{13156}}{13} = \frac{312 \pm 6\sqrt{3289}}{13}$$

$$\rightarrow y = \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13}$$

$$t.k. \frac{312 - 6\sqrt{3289}}{13} < 0$$

$$AB = \left( \frac{48-y}{y-24} \cdot \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13} \right)$$

Ответ:  $\frac{48-y}{y-24} \cdot \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13}$

$$\begin{array}{r} 240 \\ + 240 \\ \hline 480 \\ + 384 \\ \hline 864 \\ + 624 \\ \hline 1488 \\ + 624 \\ \hline 2112 \\ + 48 \\ \hline 2160 \\ + 324 \\ \hline 2484 \\ + 876 \\ \hline 3360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 137876 \\ - 24240 \\ \hline 113636 \\ - 84240 \\ \hline 29396 \\ + 473616 \\ \hline 493012 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 473616 \\ - 473616 \\ \hline 0 \end{array}$$

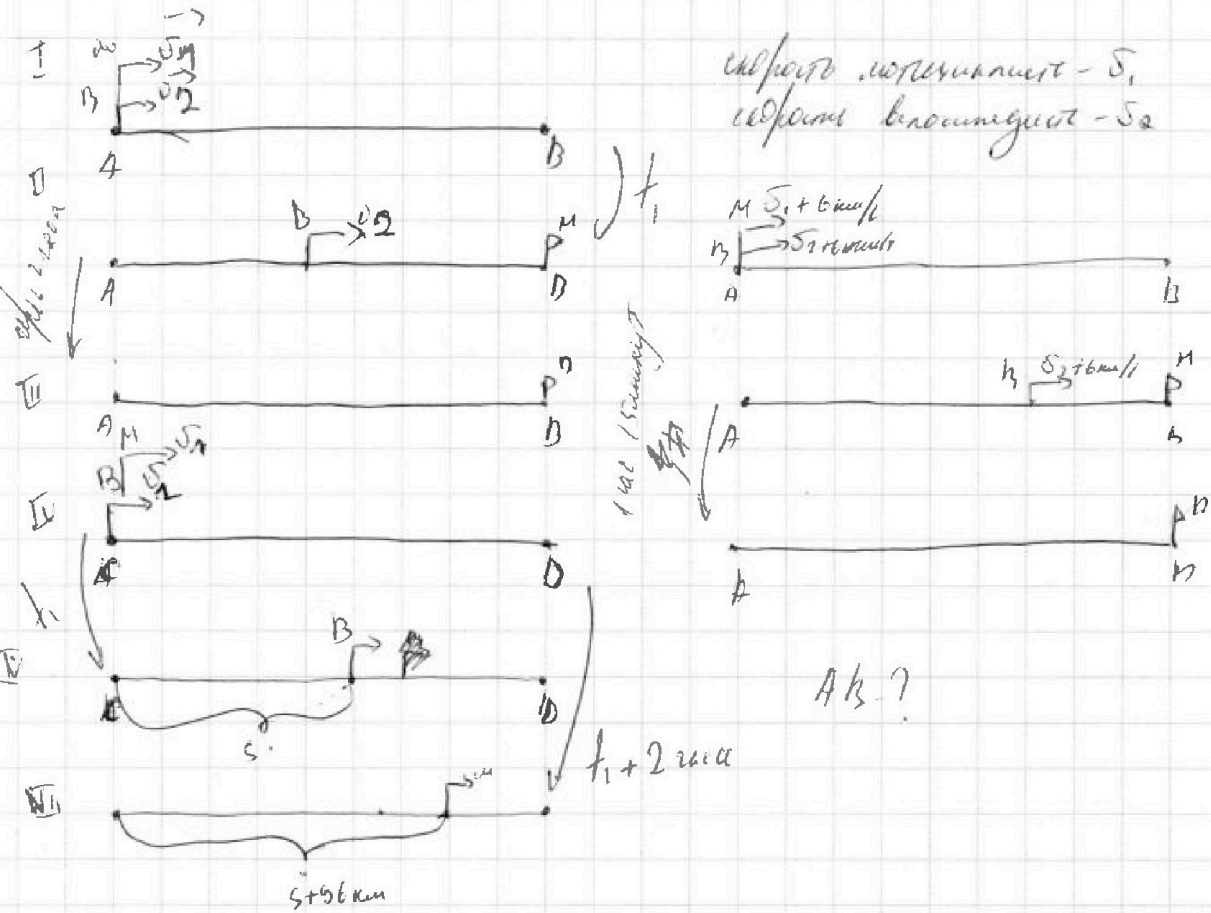
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $x$  - ширине в километрах,  $y$  - ширине в километрах  
 $t_1$  - время, за которое переплывет река  $A \rightarrow B$

Вид	$t, \text{ч}$	$S, \text{км}$
$x$	$t_1 + 2$	$(t_1 + 2)x$
$y$	$t_1$	$t_1 y$
$x$	$t_1$	$t_1 x$
$y$	$t_1 + 2$	$(t_1 + 2)y$
$x + 6$	$\frac{t_1 y}{x + 6}$	$t_1 y$
$x + 6$	$\frac{t_1 y}{x + 6}$	$t_1 y$

на 96 км меньше

1)  $(t_1 + 2)x = t_1 y - 96$  -  $A \rightarrow B$  |  $\Rightarrow (t_1 + 2)x = t_1 y$

2)  $(t_1 + 2)y - t_1 x = 96$  - разница в расстоянии от начала река. она больше  $t_1$ , а скорость была  $(t_1 + 2)x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3)  $\left(\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6}\right)$  - разность во времени, потраченной на АБ,  
если они оба увеличили скорость на  $50\%$

$$\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = 1 \frac{15}{60}$$

4)  $t_1$  и  $t_2 = 3$  составим систему уравнений

$$(1.1+2)x = t_1 y$$

$$(1.1+2)y - t_1 x = 56$$

$$\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4}$$

$$t_1 x - t_1 y = -2x$$

$$t_1 y - t_1 x + 2y = 56$$

$$\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 y - t_1 x = 2x \\ t_1 y - t_1 x = 56 - 2y \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$2x = 56 - 2y$$

$$\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4}$$

$$(1.1+2)x = t_1 y$$

$$x = 48 - y$$

$$\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{48-y+6} = \frac{5}{4} \quad \text{#1}$$

$$(1.1+2)x = t_1 y$$

б.1) решение #1

$$\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{54-y} = \frac{5}{4}$$

$$t_1 y \left( \frac{54-y-y-6}{(y+6)(54-y)} \right) = \frac{5}{4}$$

$$t_1 y \left( \frac{48-2y}{(y+6)(54-y)} \right) = \frac{5}{4}$$

б.2) решение в #1





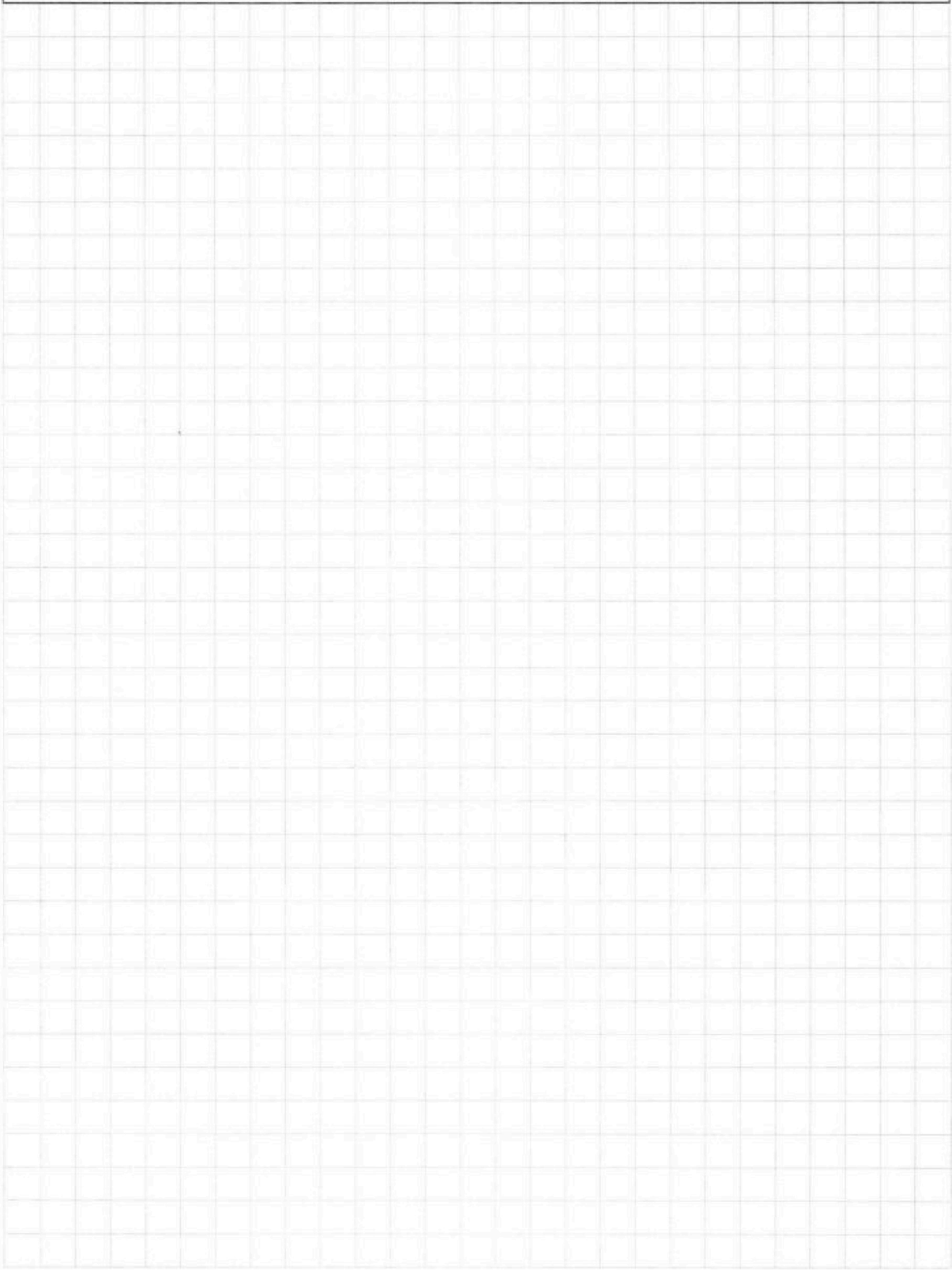
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{3x^2 - 4y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 18y^2 + 18y^2 - 4y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= \frac{3(x^2 - 6y^2) + 14y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2} = 3 + \frac{14y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 4y^2 - 2^2 \\ - 3x^2 - 18y^2 \\ \hline 14y^2 - 2^2 \end{array} \Bigg| \frac{x^2 - 6y^2}{9}$$

$$3 = \frac{2-2y}{x}$$

$$3 = \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{y}\right)x$$

$$\frac{2-2y}{x} = \frac{2x}{x} - \frac{x}{y}$$

$$\frac{2-2y}{x} - \frac{2x}{x} + \frac{x}{y} = 0$$

$$\frac{2-2y}{x} + \frac{14y^2 - 2^2}{x - 6y^2}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 4y^2 - 2^2 = 0 \\ 3x^2 - 4y^2 - 2^2 = 0 \end{cases}$$

$$3x + 2y = 2$$

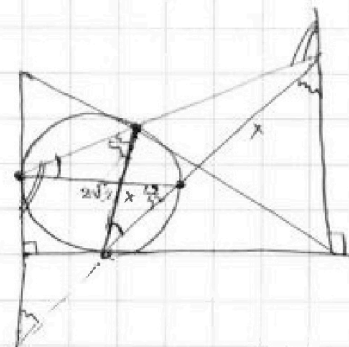
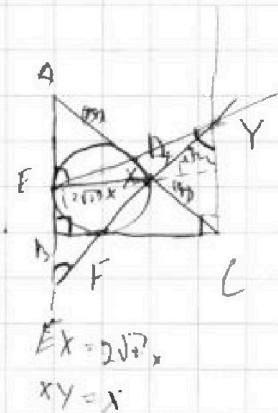
$$2 = \frac{2}{\frac{3}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$3x + 2y = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$\begin{cases} (3x/3y+x) + 2y/3y+x - 2xy = 0 \\ 3y = -x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 9xy + 3x^2 - 16y^2 + 2yx - 2xy &= 0 \\ x^2 + 2y^2 + 3xy &= 0 \\ x^2 + 2y^2 + x^2 + 2xy &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x(x+y) + 2y(y+x) &= 0 \\ (y+x)(x+2y) &= 0 \\ y &= -x \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5.  $x, y, z \neq 0$ ,  $x, y, z$  - действительные

$$3x + 2y = z$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = z \\ x + y = z \end{array} \right.$$

$$\frac{3x^2 + 4y^2 = z^2}{x^2 = 6y^2} \quad - \text{как?}$$

~~$3x + 2y = z$~~

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{3x + 2y} \Rightarrow \frac{3y(3x + 2y) + x(3x + 2y) - 2xy}{xy(3x + 2y)} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy - 2xy = 0 \\ 3x + 2y \neq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x^2 + 6y^2 + 9xy = 0 \\ x + \frac{2}{3}y \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + 2y^2 + 3xy = 0 \\ x + \frac{2}{3}y \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 + 3x + 2y^2 = 0, |x| \\ x + \frac{2}{3}y \end{array} \right.$$

1) Рассмотрим  $x_1$

$$x^2 + 3x + 2y^2 = 0$$

$$D = 9 - 8y^2 \geq 0, \text{ т.к. } x, y \text{ - действительные числа}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8y^2}}{2}$$

~~Есть  $8y^2 = 0$ , но  $x = -\frac{3}{2}$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

~~$2x^2 + 4x$~~

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x - 1 + 4x} - \sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x - 1 + 4x} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 = f$$

$$2x^2 - 3x + 4$$

$$1 - 4x$$

$$\sqrt{f} - \sqrt{f + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

~~$f = 4$~~

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{f + 1 - 4x} - \sqrt{f} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{f + 1 - 4x} \cdot \sqrt{f} = m \cdot |f| + n$$

$$m^2 x^2 + 2mnx + n^2 + t = 0$$

$$m^2 x^2 - 2mnx + t = 0$$

$$t^2 - t = 0$$

$$t(t - 1) = 0$$

$$t = 0$$

$$t = 1$$

$$\begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3}$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$t = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + t} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + t} = t$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + t} = \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + t} + t$$

$$2x^2 + x + 3 + t = 2x^2 - 3x + 4 + t + 2t\sqrt{2x^2 - 3x + 4 + t}$$

$$4x = 2t\sqrt{2x^2 - 3x + 4 + t}$$

$$t = 1 - 4x$$

$$\begin{array}{r} 8x \\ \times 15 \\ \hline 160 \\ + 39 \\ \hline 490 \end{array}$$

$$\begin{cases} 1 - 4x < 0 & x < 1/4 \\ 1 - 4x > 0 & x > 1/4 \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{4} / \cdot 4$$

$$8x^2 - 12x + 16 - 1 = 0$$

$$8x^2 - 12x + 15 = 0$$

$$D = 144 - 480$$

$$2x^2 + x + 3 = \frac{1}{4} / \cdot 4$$

$$8x^2 + 4x + 12 = 4$$

$$8x^2 + 4x + 8 = 0$$

$$D = 16 -$$

$$\sqrt{2 \cdot \frac{1}{8} - 3 \cdot \frac{1}{4} + 4} - \sqrt{2 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 3} = 1 - 4 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 3} = 0$$

$$\sqrt{4 - \frac{2}{4}} - \sqrt{3 + \frac{2}{4}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$= (1 - 4x)^2 + 2(2x^2 - 3x + 4) \cdot (1 - 4x)$$

$$= \frac{(1 - 4x)^2 + 2(2x^2 - 3x + 4)(1 - 4x)}{2\sqrt{2x^2 - 3x + 4}}$$

$$= \sqrt{4x^4 + 4x^3 + 9 - 14x^2 - 12x} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. a, b, c

$$\begin{aligned}
 ab &\equiv 0 \pmod{3^{11} \cdot 7^{11}} \\
 bc &\equiv 0 \pmod{3^{12} \cdot 7^{11}} \\
 ac &\equiv 0 \pmod{3^{11} \cdot 7^{12}} \\
 ab \cdot c &= \min?
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 1248 \\
 \times 2496 \\
 \hline
 4992 \\
 24960 \\
 \hline
 31248
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2496 \\
 \times 1248 \\
 \hline
 4992 \\
 24960 \\
 \hline
 31248
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 550 \\
 + 550 \\
 \hline
 1100 \\
 + 125 \\
 \hline
 1225
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 3^5 \\
 b &= 2 \cdot 7 \\
 c &= 2 \cdot 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 3^4 \cdot 7^2 \\
 b &= 3^4 \cdot 7^2 \\
 c &= 3^4 \cdot 7^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 1600 \\
 \times 52 \\
 \hline
 3200 \\
 8000 \\
 \hline
 83200
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 3^7 \cdot 7^m \\
 b &= 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\
 c &= 3^{11-n} \cdot 7^{11+m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n + 2n &= 21 \\
 3n &= 21 \Rightarrow n = 7 \\
 2n + m + m &= 38 \\
 2n &= 14 \Rightarrow n = 7 \\
 2m &= 31 \Rightarrow m = 15.5
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 \times 4 \\
 \hline
 52
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1399 \\
 + 1399 \\
 \hline
 2798
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 389376 \\
 \times 240 \\
 \hline
 1557504 \\
 7787520 \\
 \hline
 9346896
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 324 \\
 \times 810 \\
 \hline
 261240
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1604 \\
 \times 2496 \\
 \hline
 399376
 \end{array}$$

$$a \cdot b \cdot c = 3^7 \cdot 7^{10.5} \cdot 3^4 \cdot 7^{15.5} \cdot 3^4 \cdot 7^{15.5} = 3^{25} \cdot 7^{38.5}$$

$$\begin{array}{r}
 1399 \\
 + 1399 \\
 \hline
 2798
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 ab &= (a+b) \cdot k \\
 ab - ak - bk &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 90^2 &= 8100 \\
 100^2 &= 10000 \\
 1000^2 &= 1000000 \\
 500^2 &= 250000 \\
 60^2 &= 360000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a \cdot b & \quad a \in \mathbb{N} \quad b \in \mathbb{N} \\
 a+b & \quad a^2 + ab + b^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \cdot 3 &= 6 = 3^2 \\
 4 \cdot 3 &= 12 = 3 \cdot 2^2 \\
 4 \cdot 6 &= 24 = 2^3 \cdot 3 \\
 4 \cdot 5 &= 20 = 2^2 \cdot 5 \\
 4 \cdot 5 &= 20 = 4 \cdot 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ma &= (a+b) \cdot k \\
 ma - ak - bk &= 0 \\
 ma &= a^2 + ab + b^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 a^2 - 8ab + b^2 \equiv m \\
 a + b \equiv m
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 a^2 - 8ab + b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b \equiv 0 \pmod{m} \\
 a \not\equiv b \pmod{m}
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 ab &\equiv 0 \pmod{m} \\
 \Rightarrow a + b &\equiv 0 \pmod{m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 614^2 = 376916 \\
 - 4 \cdot 13 \cdot 1620 = -10224 \\
 \hline
 376916 - 10224 = 366692 \\
 \begin{array}{r}
 3333 \\
 \times 556 \\
 \hline
 19998 \\
 166650 \\
 111110 \\
 \hline
 366692
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 a^2 + 2ab + b^2 - 10ab &\equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b &\equiv 0 \pmod{m} \\
 (a+b)^2 - 10ab &\equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b &\equiv 0 \pmod{m} \\
 10ab &\equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b &\equiv 0 \pmod{m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \cdot 5 &= 10 & 2 \cdot 9 &= 18 \\
 2 \cdot 7 &= 14 & 2 \cdot 5 &= 10 \\
 3 \cdot 4 &= 12 & 1 \cdot 2 &= 2 \\
 4 \cdot 5 &= 20 & 2 \cdot 5 &= 10 \\
 3 \cdot 5 &= 15 & 3 \cdot 4 &= 12 \\
 4 \cdot 5 &= 20 & 4 \cdot 5 &= 20 \\
 3 \cdot 5 &= 15 & 3 \cdot 5 &= 15 \\
 2 \cdot 5 &= 10 & 2 \cdot 5 &= 10 \\
 2 \cdot 5 &= 10 & 2 \cdot 5 &= 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10ab &\equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b &\equiv 0 \pmod{m} \\
 ab &\equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b &\equiv 0 \pmod{m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ab &\equiv a + b \pmod{m} \\
 am &= a + bm
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 am + bm - ab &\equiv 0 \\
 am + bm - ab &\equiv 0
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



473616

$$\begin{aligned}
 600^2 &= 360000 \\
 200^2 &= 40000 \\
 600 & \times 200 = 120000 \\
 \hline
 600 & \times 423616 \\
 660 & \\
 660 & \\
 660 & \\
 \hline
 1356 & \\
 396 & \\
 \hline
 435600 &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 44 \\
 & 670 \\
 & 670 \\
 \hline
 & 469 \\
 & 402 \\
 \hline
 & 447900
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 64 \\
 & 680 \\
 & 680 \\
 \hline
 & 544 \\
 & 408 \\
 \hline
 & 482400 \\
 & 650 \\
 & 650 \\
 \hline
 & 594 \\
 & 414 \\
 \hline
 & 473400
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 423400 \quad 4 \\
 -4 \\
 \hline
 0 \\
 -5 \\
 \hline
 33 \\
 -32 \\
 \hline
 14 \\
 -12 \\
 \hline
 20 \\
 -20 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 16 \\
 76 \\
 96 \\
 16 \\
 \hline
 256
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 & 4730 \\
 & 216 \\
 \hline
 & 423400 + 216 =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2916 \\
 & 6296 \\
 & 64
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 12350 \quad 9 \\
 -9 \\
 \hline
 20 \\
 -27 \\
 \hline
 13 \\
 -5 \\
 \hline
 5 \\
 -5 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 216 \quad 4 \\
 -20 \quad 34 \\
 \hline
 76 \\
 16 \\
 \hline
 7
 \end{array}$$

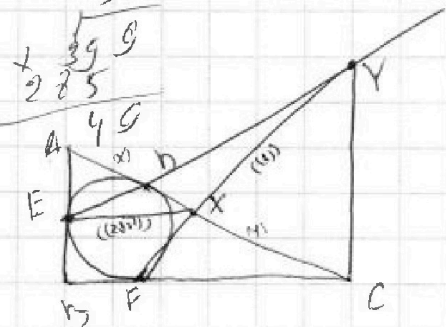
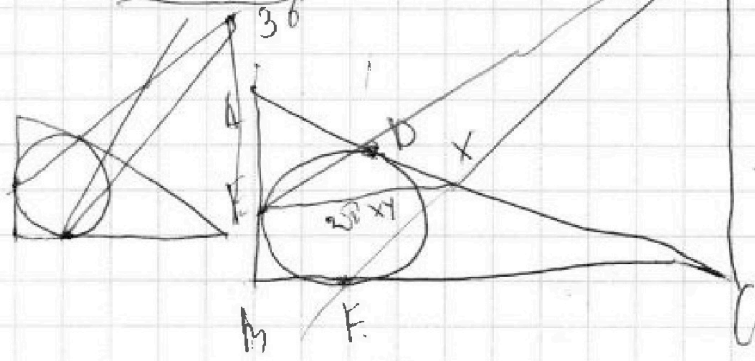
$$= 690^2 +$$

$$\begin{aligned}
 & 13156 \\
 & 40^2 = 1600 \\
 & 80^2 = 3600 \\
 & 100^2 = 10000 \\
 & 13156 \quad 4 \\
 -12 & \\
 \hline
 -11 & \\
 45 & \\
 -32 & \\
 \hline
 36 \\
 36 & \\
 \hline
 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 3279 \\
 & 40^2 = 1600 \\
 & 80^2 = 3600 \\
 & 70^2 = 4900
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 395 \\
 & 696 \\
 & 696 \\
 \hline
 & 1476 \\
 & 4196 \\
 \hline
 & 474416
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 1329 \\
 & 63 \\
 & 63 \\
 \hline
 & 43 \\
 & 52 \\
 \hline
 & 152 \\
 & 52 \\
 \hline
 & 285
 \end{aligned}$$



229  
 33  
 24  
 53  
 12  
 37

32



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_{1,2} = \frac{624 \pm \sqrt{473400 + 216}}{26} = \frac{624 \pm \sqrt{547183501}}{26} =$$

$$\frac{312 \pm 3\sqrt{6 \pm 13150}}{13} = \frac{312 \pm 3 \cdot 2\sqrt{3780}}{13} =$$

$$\begin{array}{r} 656 \\ \times 656 \\ \hline 4146 \\ 64053 \\ \hline 4146 \\ + 6264 \\ \hline 44416 \end{array}$$

$$\begin{cases} (t+2)x = ty \\ (t+2)y = t(x+6) \\ \frac{t+2}{y+6} - \frac{t+2}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 48 - y \\ (t+2)x = ty \\ \frac{t+2}{y+6} - \frac{t+2}{x+6} = \frac{5}{4} \\ y+6 - x+6 = 4 \\ x = t+2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8y^2 - 374 - 5y^2 + 574y + 6y^2 \\ 9y^2 - 384 + 574y^2 - 487 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 656 \\ \times 656 \\ \hline 396 \\ \times 656 \\ \hline 396 \\ \times 656 \\ \hline 396 \end{array}$$

$$x = 48 - y$$

$$t = \frac{4 - 48}{24 - y}$$

$$\begin{aligned} t+2 &= 48 - y \\ ty &= (48 - y)(t+2) \\ ty &= 48t + 56 - ty - 2y \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 104 \\ \hline 144220 \\ \times 54 \\ \hline 2916 \\ \times 54 \\ \hline 8214 \\ \times 54 \\ \hline 1620 \end{array}$$

$$\frac{(4-48)y}{(24-y)(y+6)} - \frac{(4-48)y}{(24-y)(48+y+6)} = \frac{5}{4} \quad t - 2ty + 96 - 2y = 0$$

$$\frac{(4-48)y}{(24-y)(y+6)} - \frac{1}{(24-y)(54-y)} = \frac{5}{4} \quad 29t - ty + 48 - y = 0$$

$$\frac{(4-48)y}{(24-y)} \cdot \frac{54-y-4-6}{(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} \quad t(24-y) = y - 48$$

$$\frac{(y-48)y(48-2y)}{(24-y)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} = 0$$

$$\frac{(y-48)y(48-2y)}{(24-y)(y+6)(54-y)} = 0$$

$$\frac{(y-48)y(48-2y)}{(24-y)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} = 0 \quad \frac{2y(y-48) - 5(y+6)(54-y)}{(y+6)(54-y)} = 0$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 48 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 324 \\ \hline 607 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 210 \\ \hline 624 \end{array}$$