



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{14}7^{13}$ ,  $bc$  делится на  $3^{19}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $3^{23}7^{42}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=25$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .

7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$ab : 3^{14} 7^{13}$$

$$bc : 3^{19} 7^{12}$$

$$ac : 3^{23} 7^{12}$$

$\Downarrow$

$$ab \cdot bc \cdot ac : 3^{14+19+23} \cdot 7^{13+12+12}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{56} \cdot 7^{36}$$

$$\sqrt{a^2 b^2 c^2} : \sqrt{3^{56} \cdot 7^{36}}$$

$$abc : 3^{28} \cdot 7^{18}$$

Т.е. наименьшее возможное значение выражения  $abc = 3^{28} 7^{18}$

Ответ:  $3^{28} 7^{18}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b \in \mathbb{N}$$

$\frac{a}{b}$  - несокр.

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{\cancel{m}A}{\cancel{m}B} = \frac{\cancel{m} \left( \frac{a}{\cancel{m}} + \frac{b}{\cancel{m}} \right)}{\cancel{m} \left( \frac{a^2}{\cancel{m}} - \frac{2ab}{\cancel{m}} + \frac{b^2}{\cancel{m}} \right)} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \quad | \cdot (\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1})$$

ОДЗ:  $\begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ 3x^2 + x + 1 \geq 0 \end{cases}$

$$D_1 = 25 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 25 - 72 = -47 < 0$$

корней нет. Т.к. ветви вверх.  
 $3x^2 - 5x + 6 > 0$

$$D_2 = 1 - 4 \cdot 3 = -11 < 0 \quad \text{корней нет.}$$

Т.к. ветви вверх  $3x^2 + x + 1 > 0$ .

$$x \in \mathbb{R}.$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{3x^2 - 5x + 6}) - (\sqrt{3x^2 + x + 1}) &= (5 - 6x) (\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1}) \\ -6x + 5 &= (5 - 6x) (\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1}) \\ 1 &= \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} \end{aligned}$$

Вернемся к исходному уравнению!

$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 & (+) \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \end{cases}$$

$$2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x$$

$0 \leq 6 - 6x$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2 \\ 3 - 3x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ 3x^2 - 5x + 6 = 9x^2 - 18x + 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ 6x^2 - 13x + 3 = 0 \end{cases}$$

$$D = 169 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 169 - 72 = 97.$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{6}.$$

$$\frac{13 - \sqrt{97}}{6} \quad \vee \quad |$$

$$13 - \sqrt{97} \quad \vee \quad 6.$$

$$\sqrt{97} \quad \vee \quad 7 \quad \vee \quad \sqrt{97}$$

$$49 < \sqrt{97}.$$

$$\frac{13 - \sqrt{97}}{6} < 1.$$

$$x \in \left\{ \frac{13 - \sqrt{97}}{6} \right\}$$

Ответ:  $\frac{13 - \sqrt{97}}{6}$ .

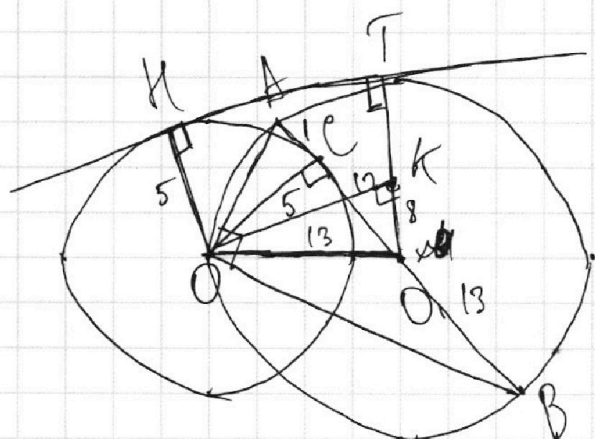
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   2   3   4   5   6   7  
                 

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



1. Т.к. AB - диаметр, то  $O_1A$  и  $O_1B$  - радиусы  
 $O_1A = O_1B = \frac{AB}{2} = \frac{AC + CB}{2} = \frac{1 + 25}{2} = 13$   
 $O_1C = 13 - 5 = 12$

2.  $\angle AOB = 90^\circ$ , как угол на диаметре.

Тогда в  $\triangle AOB$   $OO_1$  - мед., т.к.  $OO_1 \perp AB$ .

3.  $\angle OCO_1 = 90^\circ$ , т.к. AC - кас.

В  $\triangle OCO_1$  по с. Пифагора:

$$OC = \sqrt{OO_1^2 - O_1C^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5.$$

4. Отметим т. касания H и T.

$OH = O_1C = 5$ , как радиусы

$O_1T = OO_1 = 13$ , как радиусы

5. Проведем высоту OH

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6.  $OMTK$  - треугольник по теореме  
 $KT = OK$

$$OM = TK = 5.$$

$$OK = OT - TK = 13 - 5 = 8.$$

2 По т. Пифагора для  $\triangle OKT$ :

$$OK^2 + OT^2 = OT^2$$

$$OK^2 = \sqrt{OT^2 - OT^2}$$

$$OK = \sqrt{169 - 64} = \sqrt{105}$$

8. По т. б.  $KT = OK = \sqrt{105}$

Ответ:  $\sqrt{105}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x, y, z \in \mathbb{R}$$

$$5x - y = 3z$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}, \quad x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$$

$$\begin{cases} 5x - y - 3z = 0 \\ \frac{8yz + xz - 15yx}{xyz} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15xy - 8yz - xz = 0 \\ x = \frac{y + 3z}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3y + 8z) \cdot y - 8yz - \frac{y + 3z}{5} \cdot z = 0 \\ x = \frac{y + 3z}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y^2 + yz - \frac{yz}{5} + \frac{3z^2}{5} = 0, \quad | \cdot 5 \\ x = \frac{y + 3z}{5} \end{cases}$$

$$15y^2 + 3z^2 - 4zy - 15y^2 = 0$$

$$D = 16y^2 + 180y^2 = 196y^2$$

$$z_1 = \frac{4y + 14y}{6} = 3y$$

$$z_2 = \frac{4y - 14y}{6} = -\frac{5}{3}y$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x_1 = \frac{y + 9y}{5} = 2y$$
$$x_2 = \frac{y - 5y}{5} = -\frac{4}{5}y.$$

При  $x = 2y$ ,  $z = 3y$ :

$$\frac{25 \cdot 4y^2 - y^2 - 9y^2}{y^2 + 3 \cdot 9y^2} = \frac{90y^2}{28y^2} = \frac{45}{14}.$$

При  $x = -\frac{4}{5}y$ ,  $z = -\frac{5}{3}y$ :

$$\frac{25 - \frac{16}{25}y^2 - y^2 - \frac{25}{9}y^2}{y^2 + 3 \cdot \frac{25}{9}y^2} = \frac{15 \cdot 9 - 25}{9} \cdot \frac{y^2}{\frac{28}{3}y^2} =$$
$$= \frac{135 - 25}{9} \cdot \frac{3}{28} = \frac{110}{28 \cdot 3} = \frac{55}{42}.$$

$$\frac{45}{14} \cup \frac{55}{42}$$

$$\frac{135}{42} > \frac{55}{42} \Rightarrow \frac{45}{14} > \frac{55}{42} \text{ Т.е. найди } \frac{55}{42}$$

Ответ:  $\frac{55}{42}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Обозначим за  $S$  км - расстояние между А и В,  $x$  км/ч - скорость велосипедиста, а  $y$  км/ч - скорость мотоциклиста.

$$\begin{cases} \frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 1 \\ y \cdot \frac{S}{x} - x - \frac{S}{y} = 49 \\ \frac{S}{x+2} = \frac{S}{y+2} + \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{S \cdot y - S \cdot x}{xy} = 1 \\ \frac{S \cdot y^2 - S \cdot x^2}{xy} = 49 \\ \frac{S(y+2) - S(x+2)}{(x+2)(y+2)} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S \cdot y - S \cdot x = xy & (*) \\ \frac{S(y-x)}{(y-x)(y+x)} = 49 \\ \frac{S(y-x)}{S(y-x)} = 49 \\ \frac{S(y+2) - S(x+2)}{(x+2)(y+2)} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x = 49 - y \\ S \cdot (y - 49 + y) = (49 - y) \cdot y \\ \text{В ху} \quad 5 \cdot (49 - y) \cdot y = 3(49 - y + 2)(y + 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 49 - y \\ S = \frac{-y^2 + 49y}{2y - 49} \\ 5 \cdot (49y - y^2) = 3(56 - y)(y + 2) \quad (1) \end{cases}$$

$$(1): 245y - 5y^2 = 3(56y - y^2 - 2y + 392)$$

$$245y - 5y^2 = \cancel{168y - 3y} - 3y^2 + 14y + 1176$$

$$2y^2 - 28y + 1176 = 0$$

$$y^2 - 49y + 588 = 0$$

$$D = (7^2)^2 - (2^2 \cdot 4 \cdot 3) \cdot 4 = 7^4 - 7^2 \cdot 2^4 \cdot 3 =$$
$$= 7^2(49 - 16 \cdot 3) = 7^2(49 - 48) = 7^2$$

$$y_1 = \frac{49 + 7}{2} = \frac{56}{2} = 28$$

$$y_2 = \frac{49 - 7}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

$$x_1 = 49 - 28 = 21$$

$x_2 = 49 - 21 = 28$ , но мотоциклист быстрее велосипедиста, т.е.  $y > x$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} y = 28 \\ x = 21 \end{cases}$$

Реш. Подставим в (\*)

$$S \cdot (28 - 21) = 28 \cdot 21$$

$$S = \frac{28 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 3}{4} = 7 \cdot 12 = 84 \text{ км}$$

Т.е. расстояние между А и В 84 км

Ответ: 84 км



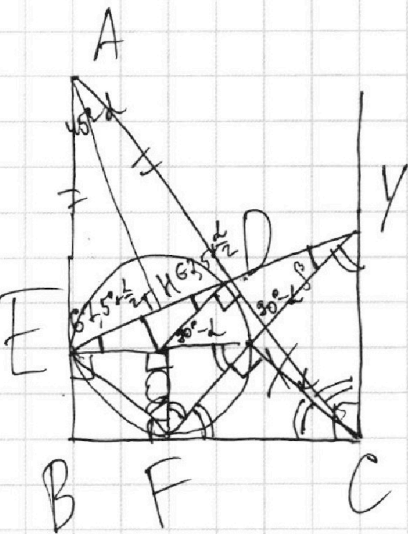
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1.  $EX$  - диаметр  $\Rightarrow ED = OX = R$

$$R = \frac{\sqrt{2}XY}{2} = \frac{XY}{\sqrt{2}}$$

$$XY = \sqrt{2}R$$

2. По т. Пифагора для  $\triangle FOX$ :

$$FX = \sqrt{OF^2 + OX^2} = \sqrt{2R^2} = \sqrt{2}R$$

$\Downarrow$

$$FX = XY$$

3. В  $\triangle FYC$  - прямоугольн.  $CX$  - гипотенуза  $\Rightarrow$

$$CX = FX = XY = \sqrt{2}R \Rightarrow \triangle FXC - \text{р/б.}$$

$$\angle FXC = \angle XCF = 45^\circ \text{ т.к.}$$

$$\angle OFX = \angle OFX = 45^\circ, \text{ как прямоугольн. р/б.}$$

$$\angle XFC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ, \text{ как смежные}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle XCF = \angle XFC = 45^\circ, \text{ как угл. при осн.}$$

р/б  $\triangle$ .

$$\angle FXC = 180^\circ - \angle XCF - \angle XFC = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ \text{ по т. о. сумме углов } \triangle.$$

$\Downarrow$

$CX$  — высота и мед.

Значит  $\triangle FXC$  — р/б с осн  $FX$

и по т. Пифагора в  $\triangle FXC$ :

$$FC = \sqrt{FX^2 + XC^2} = \sqrt{2R^2 + 2R^2} = 2R$$

$\Downarrow$

$$FC = CY = 2R$$

5.  $FC = DC = 2R$  как кас. хорд. из одной точки

6.  $\triangle EOF'$  — р/б прямоугол.  $\angle OFE = \angle OFE' = 45^\circ$ .

$\Downarrow$

$$\angle EFY = 90^\circ.$$

$$EF = \sqrt{2R^2} = \sqrt{2}R$$

7. По т. Пифагора для  $\triangle EFY$ :

$$EY = \sqrt{EF^2 + FY^2} = \sqrt{2R^2 + 8R^2} = \sqrt{10}R$$

8. По т. о. осн!

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$EY \cdot DY = FY \cdot XY$$

$$DY = \frac{FY \cdot XY}{EY}$$

$$DY = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} R^2}{\sqrt{10} R} = \frac{4}{\sqrt{10}} R = \frac{4\sqrt{10}}{10} R = \frac{2\sqrt{10}}{5} R$$

$$ED = EY - DY = \left(\sqrt{10} - \frac{2\sqrt{10}}{5}\right) R = \frac{5\sqrt{10} - 2\sqrt{10}}{5} R =$$

$$= \frac{3\sqrt{10}}{5} R.$$

9. В  $\triangle AED$  проведём высоту  $у$  и медиану  $AK$ .

10. По т. кос для  $\triangle AED$ :

~~$$AD^2 = AE^2 + ED^2 - 2 \cdot AE \cdot ED \cdot \cos \angle AED.$$~~

~~$$AD^2 = AD^2 + ED^2 - 2 \cdot AE \cdot ED \cdot \frac{ED}{2AE}$$~~

10. Проведём высоту  $у$  и медиану  $AK$  в  $\triangle AED$ .

11.  $\triangle OKD \sim \triangle AKD$  по 2 углам.

$$\frac{AK}{R} = \frac{ED}{2OK} \Rightarrow AK = \frac{ED \cdot R}{2OK} = \frac{3\sqrt{10} R^2}{2 \cdot \frac{50}{100} R} = \frac{3\sqrt{10} R}{1}$$

По т. Пифагора  $OK = \sqrt{R^2 - \frac{90}{100} R^2} = \frac{\sqrt{10}}{10} R.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AD = \frac{ED \cdot R}{2 \cdot OT} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \cdot R = \cancel{3\sqrt{10}} \cdot R = 3R$$

12. Т.е.  $AD : DC = 3R : 2R = \frac{3R}{2R} = 3 : 2$

Ответ: 3 : 2



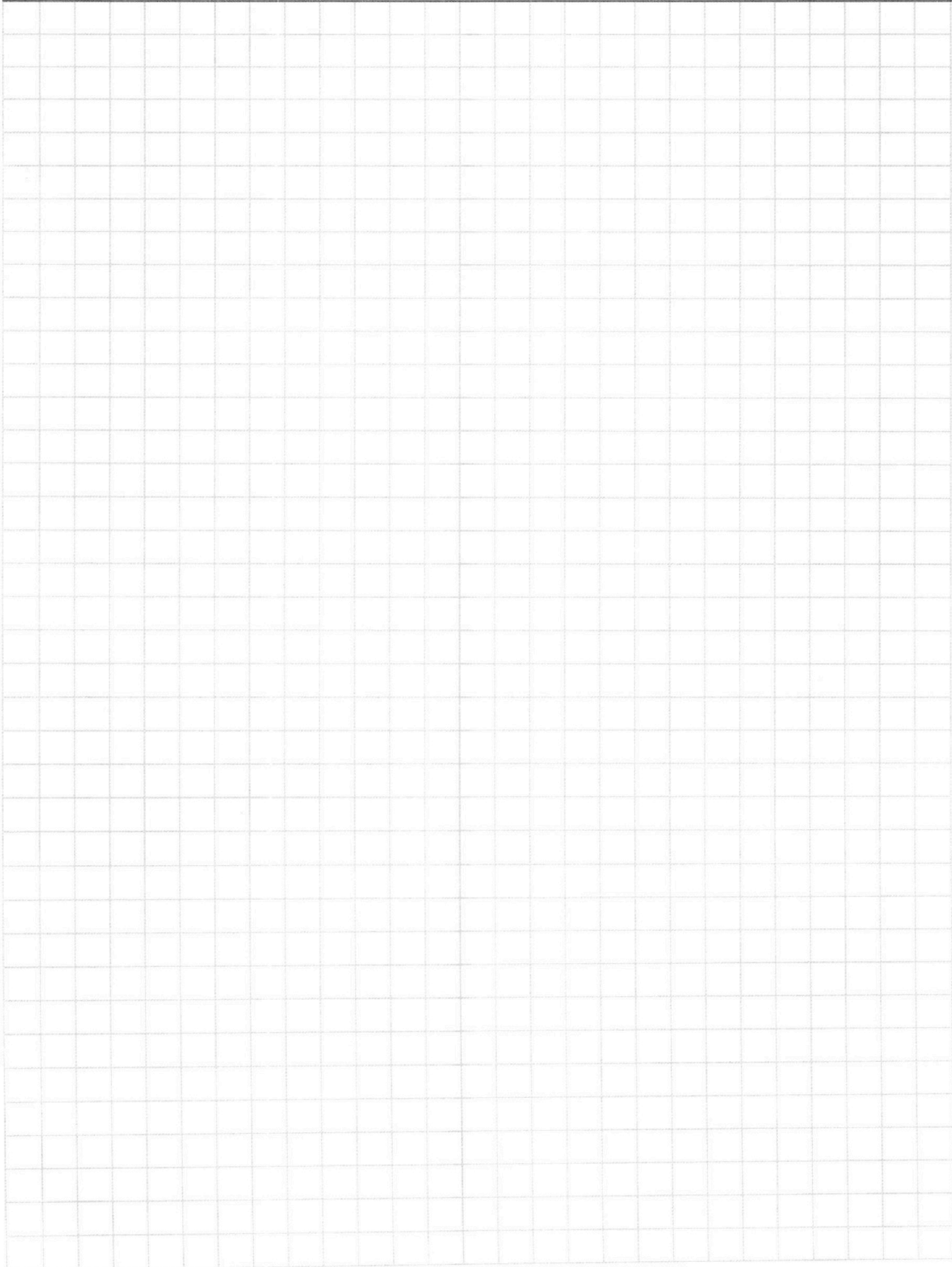


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



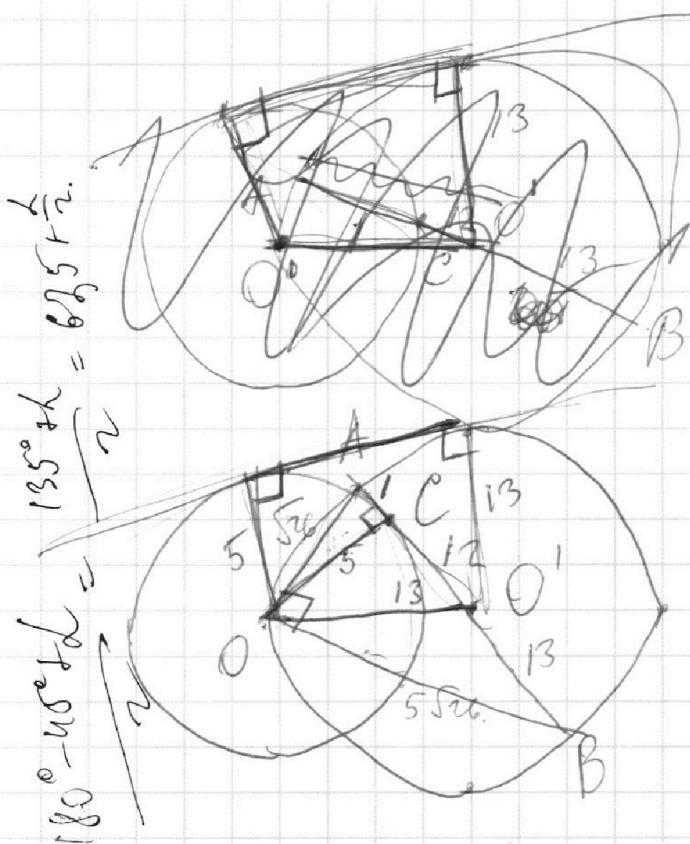
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Велосипедиста лучше  
молочникмста - 6

$$\sqrt{169-144} = 5$$

$$25 \pm 1 = \sqrt{26} =$$

$$26^2 = 0.26 + x^2$$

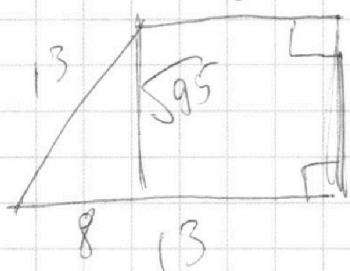
$$x = \sqrt{26(26-1)} = \sqrt{26 \cdot 25} = 5\sqrt{26}$$

$$20 + 25 \cdot 26 = 26 \cdot 26$$

$$\sqrt{169-64} = \sqrt{95}$$



90°h  
45°h/2



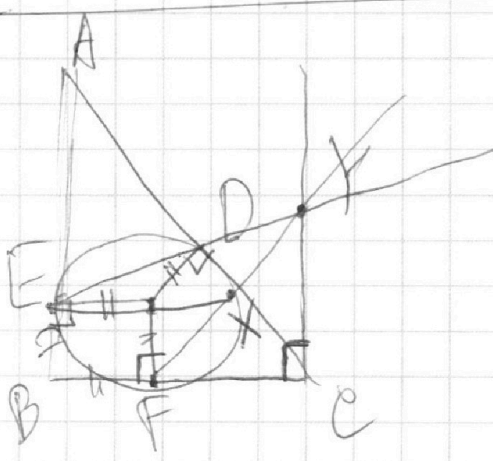
175 = 85  
2.3.5  
95 = 5 \* 19  
2 = 2 \* 1

$$EX = \sqrt{2} \cdot Y$$

$$DY = EY = XY = FY$$

~~1.2.3.5~~

α = 90°  
90 + 190 = 180° - α



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$ab = 3^{14} 7^{13}$

$bc = 3^{19} 7^{17}$

$ac = 3^{21} 7^{22}$

$\frac{c}{b} = 3^{22} 7^{29}$

$\frac{c}{a} = 3^5 7^4$

$\frac{a}{b} = 3^4 7^{25}$

$\frac{a}{c} = 3^{14} 7^6$

$x - y = 3z$

$5x = y + 3z$

$x + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$

$x = \frac{y + 3y}{5} = \frac{4y}{5}$

$\frac{15xy - xz - 8yz}{xyz} = 0$

$x = \frac{y - 5y}{5} = -\frac{4}{5}y$

$15xy = xz + 8yz$

$(3y + 9z)y = (\frac{4}{5} + \frac{3}{5})z + 8yz$

$3y^2 + 9zy = \frac{4z}{5} + \frac{3z}{5} + 8yz$

$3y^2 + 4yz - 3z^2 = 0$

2.  $\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{13 \times 17 + 17^2}{15y^2 + 4yz - 3z^2} = 0$

$D = 16z^2 + 180z^2 = 196z^2$

$y_1 = \frac{-4z + 14z}{30} = \frac{1}{3}z$

$y_2 = \frac{-4z - 14z}{30} = -\frac{3}{5}z$

3.  $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$

$f = 3x^2 + x + 1$      $u = 5 - 6x$

$\sqrt{f+u} - \sqrt{f} = u$

$f+u - f = u(\sqrt{f+u} + \sqrt{f}) = u\sqrt{f+u} + u\sqrt{f}$

$\sqrt{f+u}(1-u) = \sqrt{f} + u\sqrt{f}$

$\frac{4y^2 - 4z^2 - 9yz}{yz(3-9yz)} = \frac{90yz}{28yz} = \frac{45}{14} = \frac{45}{14} > \frac{55}{42}$

$14 + 19x$

$D = 16y^2 - 15y^2 = y^2 = 196y^2$

$abc = 3^{14} 7^6$

$\frac{abc}{-abc} = -1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2+4x} + \sqrt{3x^2+4x-1} = \sqrt{3x^2+4x} + \sqrt{3x^2+4x-1}$$

$$\sqrt{3x^2+4x} - \sqrt{3x^2+4x-1} = 1 \Rightarrow (\sqrt{3x^2+4x} + \sqrt{3x^2+4x-1}) \cdot (\sqrt{3x^2+4x} - \sqrt{3x^2+4x-1}) = 1 \cdot (\sqrt{3x^2+4x} + \sqrt{3x^2+4x-1})$$

$$-6x + 5 = (\sqrt{3x^2+4x} + \sqrt{3x^2+4x-1})$$

$$\sqrt{3x^2+4x} - \sqrt{3x^2+4x-1} = 1$$

$$2\sqrt{3x^2+4x} = 1 + \sqrt{3x^2+4x-1}$$

$$4(3x^2+4x) = (1 + \sqrt{3x^2+4x-1})^2 = 1 + 2\sqrt{3x^2+4x-1} + 3x^2+4x-1$$

$$12x^2 + 16x + 4 = 36x^2 - 60x + 25 + 2\sqrt{3x^2+4x-1}$$

$$24x^2 - 52x + 2 = 2\sqrt{3x^2+4x-1}$$

$$12x^2 - 26x + 1 = \sqrt{3x^2+4x-1}$$

$$4(3x^2+4x) = (6x-5)^2 - 2(5-6x) + 1$$

$$12x^2 + 48x + 4 = 36x^2 - 60x + 25 - 10 + 12x + 1$$

$$24x^2 - 52x + 2 = 0$$

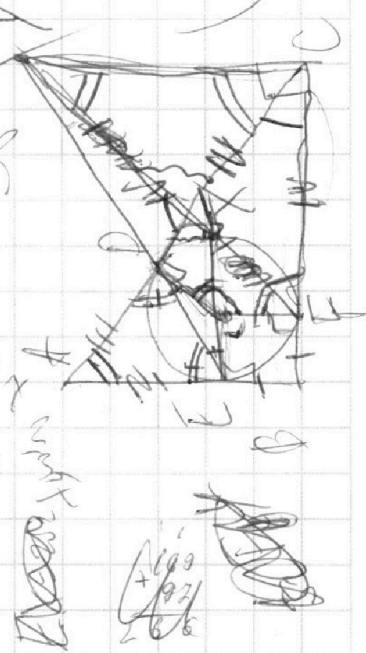
$$6x^2 - 13x + 3 = 0$$

$$D = 169 - 18 \cdot 4 = 169 - 72 = 97$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{6}$$

$$x_1 = \frac{13 + \sqrt{97}}{6} = \frac{169 + 26\sqrt{97} + 97}{36} = \frac{266 + 26\sqrt{97}}{36} = \frac{133 + 13\sqrt{97}}{18}$$

$$x_2 = \frac{13 - \sqrt{97}}{6} = \frac{81 - 97}{36} = \frac{-16}{36} = -\frac{4}{9}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper. The page is filled with various equations, including:

- Initial equations:  $\frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 1$ ,  $\frac{S}{x+2} = \frac{S}{y+2} + \frac{3}{5}$ .
- Substitutions:  $S_y - S_x = xy$ ,  $S_y - S_x = xy$ .
- Complex algebraic manipulations involving  $S$ ,  $x$ , and  $y$ , such as  $S_y^2 - S_x^2 = 49$  and  $S_y + S_x = 49$ .
- Final calculations:  $\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{2^2 - 8 \cdot 3}{2} = 2^2 \cdot 43$ ,  $\frac{245}{147} = \frac{35}{21}$ .

The page contains numerous scribbles, crossed-out lines, and annotations, indicating a process of solving a complex problem.