



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

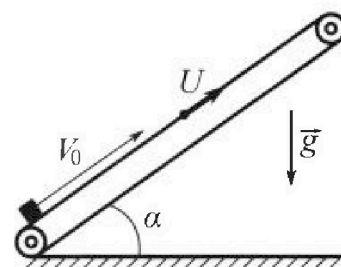
2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$.

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

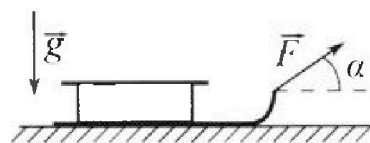
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.



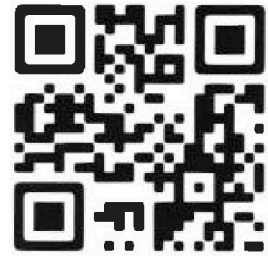
1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



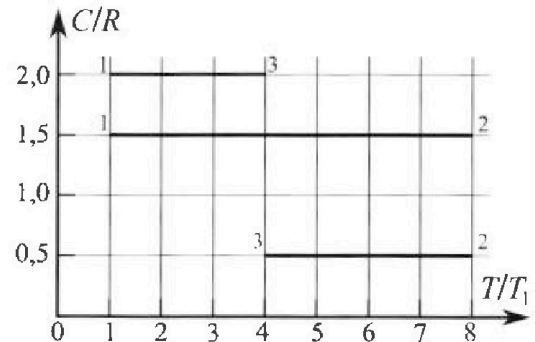
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

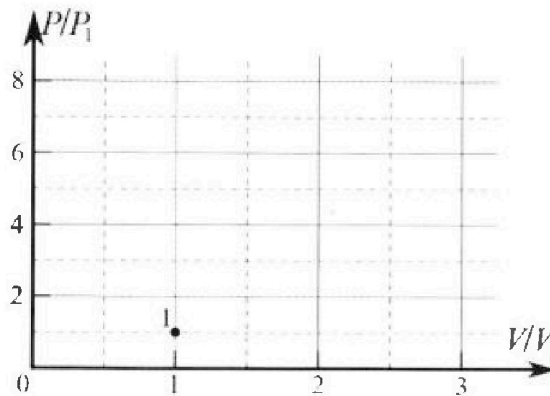


Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

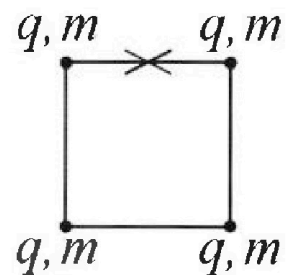


- 1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.
- 2) Найдите КПД η цикла.
- 3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

- 1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика. Одну нить пережигают.
- 2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
- 3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)? Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

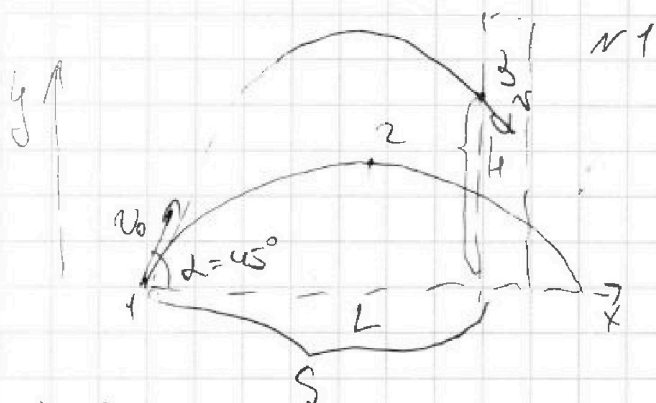
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Уравнение скорости

где 1-2:

$$y: 0 = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$x: v = v_0 \cos \alpha$$

2) Уравнение положения y 1-2:

$$v_x: \frac{L}{2} = v_0 \cos \alpha t$$

$$v_y(t): t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\frac{L}{2} = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \rightarrow \frac{L}{2} = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{gL}{2 \sin \alpha \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}} = \sqrt{\frac{200}{2 \cdot \frac{1}{2}}} = 10\sqrt{2} \text{ м/с.}$$

3) Уравнение положения: (1-3)

$$y: k = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2}, \text{ где } \beta - \text{ угол, при котором это достигается, } t - \text{ время полета.}$$

$$x: S = v_0 \cos \beta t \rightarrow t = \frac{S}{v_0 \cos \beta}$$

4) ЗСЭ y 1-3:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mV^2}{2}, \text{ где } V - \text{ скорость в момент удара.}$$

$$v_0^2 = 2gh + V^2$$

$$2gh = v_0^2 - V^2$$

5) Уравнение положения 1-3:

$$k = \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5) $u_y(z)$:

$$k = v_0 \sin \beta \frac{S}{v_0 \cos \beta} - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \beta}$$

$$k = S \operatorname{tg} \beta - \frac{g}{2} \frac{S^2}{v_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \beta)$$

$$k = S \operatorname{tg} \beta - \frac{g}{2} \frac{S^2}{v_0^2} - \frac{g}{2} \frac{S^2}{v_0^2} \operatorname{tg}^2 \beta$$

$$k'_{\operatorname{tg} \beta} = S - \frac{g S^2}{v_0^2} \operatorname{tg} \beta$$

$$k'_{\operatorname{tg} \beta} = 0$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{S}{\frac{g S^2}{v_0^2}} = \frac{v_0^2}{g S}$$

$$k_{\text{max}} = k = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g}{2} \frac{S^2}{v_0^2} - \frac{g}{2} \frac{S^2}{v_0^2} \cdot \frac{v_0^4}{g^2 S^2}$$

$$k = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g}{2} \frac{S^2}{v_0^2} - \frac{v_0^2}{2g}$$

$$k = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2} \frac{S^2}{v_0^2}$$

$$\frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2} = \frac{v_0^2}{2g} - k$$

$$S^2 = \frac{v_0^4 - 2gk v_0^2}{g^2}$$

$$S = \sqrt{\frac{v_0^4 - 2gk v_0^2}{g^2}} = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 - 2gk} = \frac{10\sqrt{2}}{10} \sqrt{200 - 2 \cdot \frac{10}{36} \cdot 36}$$

$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{200 - \frac{36 \cdot 2}{42}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{128} = \sqrt{256} = 16 \text{ м.}$$

Ответ: 1) $v_0 = 10\sqrt{2}$ м/с

2) $S = 16$ м.

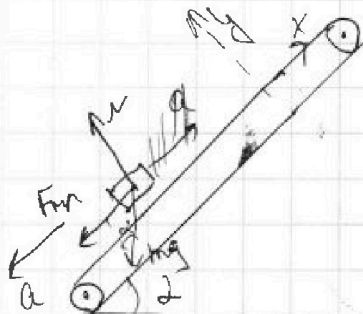
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2

1) I закон
II з.к. для коробки:

$$Ox: ma = mg \sin \alpha - F_{fr}$$

II з.к. для колеса, тогда

$$F_{fr} = \mu N$$

$$Oy: N = mg \cos \alpha \rightarrow F_{fr} = \mu mg \cos \alpha$$

$$ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

2) Уравнение движения коробки:

$$Ox: s = v_0 t - \frac{at^2}{2} = v_0 t - \frac{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{2} t^2 =$$

$$= 6 \cdot t - \frac{10(0,6 - 0,5 \cdot 0,8)}{2} \cdot t^2 = 6 - 5 \cdot (0,6 - 0,4) =$$

$$= 6 - 5 \cdot 0,2 = 6 - 1 = 5 \text{ м.}$$

3) II закон

Если в момент остановки коробки = скорости ленты, то коробка остановилась в 0 глин.

Уравнение скорости v:

$$Ox: 0 = v_0 - at_1 \rightarrow t_1 = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha} =$$
$$= \frac{6}{10 \cdot 0,6 - 0,5 \cdot 10 \cdot 0,8} = \frac{6}{6 - 4} = \frac{6}{2} = 3 \text{ с.}$$

$$4) L = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} + v t_1 \quad (\text{расстояние равно}$$

«замедлившейся» коробки + «завлектой»). t_1 — время отрыва
из ската в 0 из п.3.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} L &= T_1(u+V_0) - g \frac{(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) T_1^2}{2} = 3(1+6) - 5 \cdot g(0,6 - 0,5 \cdot 0,8) \\ &= 21 - 45(0,6 - 0,4) = 21 - 45 \cdot 0,2 = 21 - \frac{45 \cdot 2}{10} = \\ &= 21 - \frac{5 \cdot 9 \cdot 2}{10} = 21 - 9 = 12 \text{ м.} \end{aligned}$$

Ответ: 1) $S = 5 \text{ м}$

2) $T_1 = 3 \text{ с}$

3) $L = 12 \text{ м}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

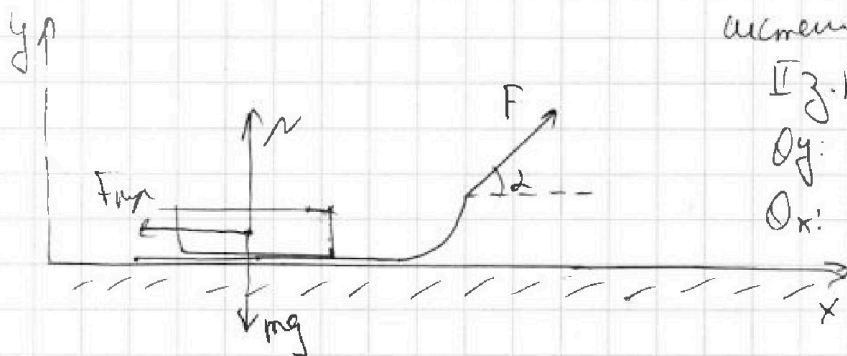
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 3



1) Рассмотрим систему (самый + рельсы).

ИЗ.к.

$$Oy: N + F \sin \alpha = mg$$

$$Ox: m a_1 = F \cos \alpha - F_{fr}$$

2) Так как тело скользит, то $F_{fr} = \mu N = \mu(mg - F \sin \alpha)$

3) Закон сохранения энергии из начального состояния до момента К:

$$A_F + A_{F_{fr}} = K$$

$$F \cos \alpha l_1 - F_{fr} l_1 = K = \frac{m v^2}{2}, \text{ где } v = \text{скорость при } K.$$

$$l_1 (F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)) = K = \frac{m v^2}{2}$$

4) ИЗ.к. под И уч.т.т.

$$Ox: F m a_2 = F - F_{fr} \rightarrow a_2 = \frac{F - \mu mg}{m}$$

$$Oy: N = mg$$

так как скользит, то

$$F_{fr} = \mu N = \mu mg.$$

5) Закон сохранения энергии:

$$l_2 (F - F_{fr}) = K = \frac{m v^2}{2}$$

$$l_2 (F - \mu mg) = K = \frac{m v^2}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6) u_z (1) u_x :

$$a_1 = \frac{F \cos \alpha}{m} - \frac{F_{\text{тр}}}{m} = \frac{F \cos \alpha}{m} - \frac{\mu}{m} (mg - F \sin \alpha)$$

Уравнение движения для Γ участка:

$$l = \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{2 \left(\frac{F \cos \alpha}{m} - \mu (mg - F \sin \alpha) \right)} = \frac{m v^2}{2 (F \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha))}$$

7) В момент сброса мая, пока $a=0$, запишем

ИЗ-н: u_z (1) и (2):

$$F = F_{\text{тр}} = \mu mg \quad (u_x) \rightarrow \text{не}$$

$$F \cos \alpha = F_{\text{тр}} = \mu (mg - F \sin \alpha) \quad (u_z)$$

$$\mu mg \cos \alpha = \mu mg - \mu \sin \alpha \cdot \mu mg$$

$$\cos \alpha = 1 - \mu^2 \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = 1 - \mu \sin \alpha$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

8) Закон сохранения энергии при движении:

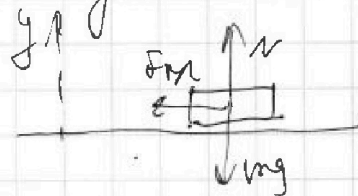
$$A_{F_{\text{тр}}} + K = 0$$

$$-S \cdot F_{\text{тр}} + K = 0$$

$$K = S \cdot \mu mg$$

$$S = \frac{\mu mg}{K} = \frac{K \sin \alpha}{mg (1 - \cos \alpha)}$$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ 2) $S = \frac{K \sin \alpha}{mg (1 - \cos \alpha)}$ $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$



ИЗ-н. по OY:

$$N = mg$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) C = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{p dV + \frac{3}{2} \nu R dT}{\nu dT} = \frac{3}{2} R + \frac{p dV}{\nu dT} = \frac{3}{2} R + \frac{R}{1 + \frac{\nu dP}{p dV}} =$$

$$= \frac{3}{2} R + \frac{R}{1 + \frac{\nu R dT}{p dV}} = \frac{3}{2} R + \frac{R}{\frac{p dV}{\nu R dT}} = \frac{3}{2} R + \frac{p dV}{\nu dT}$$

для процесса $\kappa = 3-1$:

$$C = \frac{3}{2} R + \frac{p dV}{\nu dT} = \frac{3}{2} R + \frac{p dV}{\nu 3 T_1}$$

$$\text{Итак, } \left| A_{31} \right|_{\text{max}} \text{, но } |p dV| = \left(C - \frac{3}{2} R \right) \cdot 3 \nu T_1 = \frac{1}{2} R \cdot 3 \nu T_1 =$$

$$= \frac{3 \nu R T_1}{2} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 9,31 \cdot 200}{2} = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 931 = 3 \cdot 931 =$$

$$= 2793 \text{ Дж.}$$

$$2) \eta = \frac{A}{Q_{\text{нагр}}} \neq;$$

3) процесс 1-2:

$$C = \frac{3}{2} R + \frac{p dV}{\nu dT} = \frac{3}{2} R \rightarrow p dV = 0 \rightarrow dV = 0 \text{ и } A_{12} = 0, \text{ т.е.}$$

$$1 \rightarrow 2 \quad U = \text{const, т.е. } U_1 = U_2.$$

$$\text{процесс } 2 \rightarrow 3: \quad C = \frac{3}{2} R + \frac{p dV}{\nu dT} = \frac{1}{2} R$$

$$\frac{p dV}{\nu dT} = -R$$

$$p dV = -R (\nu \cdot (-dT)) = 4 \nu R T_1 = A_{23}$$

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = 0 + 4 \nu R T_1 - \frac{3 \nu R T_1}{2} = \frac{5 \nu R T_1}{2}$$

1) Первое начало термодинамики:

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\delta Q = \delta A + dU$$

$\delta Q > 0$ на участках: 1-2, и.к.:

для 1-3:

~~$$\delta Q = \frac{3}{2} \nu R (4)$$~~

для 1-2:

$$Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R (8 T_1 - T_1) + 0 = \frac{3 \cdot 7 \nu R T_1}{2} = \frac{21 \nu R T_1}{2} > 0 \text{ — нагреваем}$$

мемб.

$$Q_{23} = \frac{3}{2} \nu R (4 T_1 - 8 T_1) + 4 \nu R T_1 = -6 \nu R T_1 + 4 \nu R T_1 = -2 \nu R T_1 < 0$$

мемб. охлаждаем.

$$Q_{31} = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - 4 T_1) - \frac{3}{2} \nu R T_1 = -6 \nu R T_1 < 0 \text{ — мемб. охлаждаем.}$$

5) μ_3 (2) μ (4) μ (3):

$$\eta = \frac{\frac{3}{2} \nu R T_1}{\frac{21 \nu R T_1}{2}} = \frac{5}{21}$$

$$\frac{8 p_1 + p_3}{2} \cdot (V_3 - V_1) = 4 \nu R T_1$$

$$p_3 = \frac{8 \nu R T_1}{V_3 - V_1} - 8 p_1$$

$$4 \nu R T_1 = \frac{8 \nu R T_1}{V_3 - V_1} V_3 - 8 p_1 V_3$$

$$4 \nu R T_1 V_3 - 4 \nu R T_1 V_1 = 8 p_1 V_3 - 8 p_1 V_1$$

6) Уравнение состояния газа:

1: $p_1 V_1 = \nu R T_1$

2: $p_2 V_1 = 8 \nu R T_1$

3: $p_3 V_3 = 4 \nu R T_1$

$$p_2 = 8 p_1 \rightarrow \text{изохора}$$

Заменим работу для 2-3:

$$A_{23} = \frac{8 p_1 + p_3}{2} (V_3 - V_1) = 4 \nu R T_1 \rightarrow p_3 = \frac{8 \nu R T_1}{V_3 - V_1} - 8 p_1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{8VR\bar{I}_1V_3}{V_3 - V_1} - 8p_1V_3 = 4VRT_1$$

$$4VR\bar{I}_1V_3 - 4VR\bar{I}_1V_1 = 8VR\bar{I}_1V_3 - 8p_1V_3^2 + 8p_1V_1V_3$$

$$8p_1V_3^2 - V_3(8VR\bar{I}_1 - 8p_1V_1 + 4VRT_1) - 4VR\bar{I}_1V_1 = 0$$

$$8p_1V_3^2 - 4V_3(3VR\bar{I}_1 - 2p_1V_1) - 4VRT_1 = 0$$

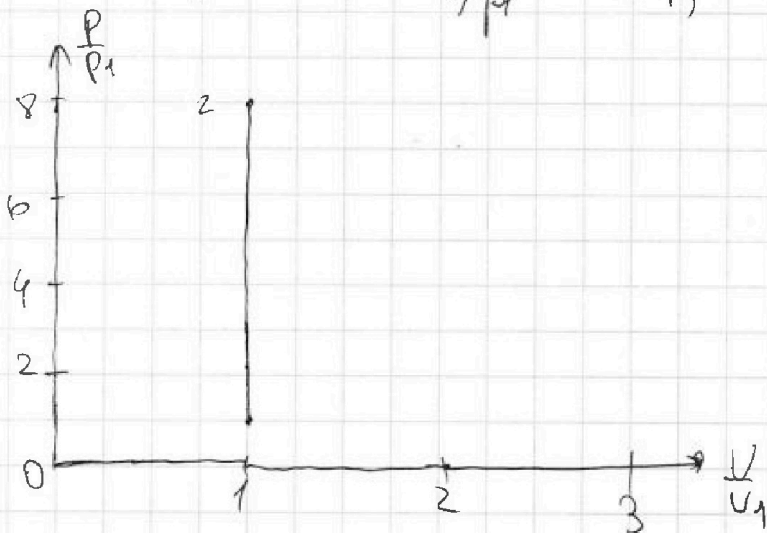
$$2p_1V_3^2 - V_3(3VR\bar{I}_1 - 2p_1V_1) - VRT_1 = 0$$

$$D = (3VR\bar{I}_1 - 2p_1V_1)^2 + 8p_1VRT_1V_1 = 9(VR\bar{I}_1)^2 - 12VR\bar{I}_1p_1V_1 +$$

$$+ 4(p_1V_1)^2 + 8p_1VRT_1V_1 = 9(VR\bar{I}_1)^2 - 4VR\bar{I}_1p_1V_1 + 4(p_1V_1)^2$$

$$= 9(p_1V_1)^2 - 4(p_1V_1)^2 + (p_1V_1)^2 = 9(p_1V_1)^2$$

$$V_{3,1,2} = \frac{p_1V_1 \pm 3p_1V_1}{4p_1} = V_1; -\frac{V_1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



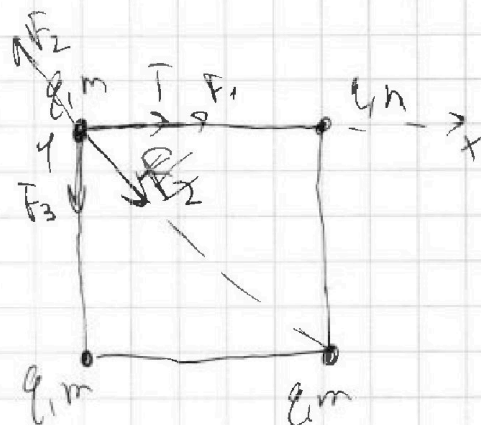
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Из к. гур + шарик по Ox :

~~$$T = \frac{k|q||q|}{a^2}$$~~

~~$$T = \frac{k|q||q|}{a^2}$$~~

~~$$|q| = \sqrt{\frac{a^2 T}{k}} = a \sqrt{\frac{T}{k}}$$~~



$$T + F_1 = F_2 \cos 45^\circ$$

$$T = \frac{\sqrt{2}}{2} F_2 - F_1 = \frac{\sqrt{2} k |q||q|}{(2a)^2} - \frac{k |q||q|}{a^2} = \frac{k |q|^2}{a^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right)$$

$$= \frac{k |q|^2}{a^2} \left(\frac{\sqrt{2} - 2}{2} \right) < 0, \text{ т.е. } F_1 \text{ и } F_2 \text{ целым числом равны}$$

$$T = \frac{k |q|^2}{4 a^2} (4 - \sqrt{2})$$

$$|q|^2 = \frac{4 T a^2}{k (4 - \sqrt{2})}$$

$$|q| = 2a \sqrt{\frac{T}{k (4 - \sqrt{2})}} \quad (k - \text{коэф. пропорц.})$$

2) Из $\Sigma C \Rightarrow$:

$$4mga = k$$

Ответ: 1) $2a \sqrt{\frac{T}{k (4 - \sqrt{2})}}$

2) $4mga$