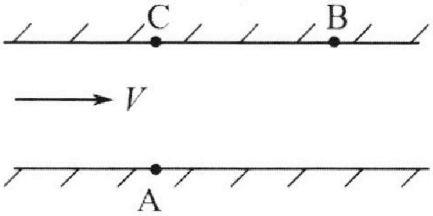
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах A – точка старта, B – точка финиша (см. рис., V - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 70$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 240$ м.

Продолжительность первого заплыва $T_1 = 192$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 417$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отчета в первом и втором заплывах.
2) Найдите скорость U пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой.

В третьем заплыве пловец стартует из точки A и движется так, что снос минимальный.

3) Найдите продолжительность T третьего заплыва.

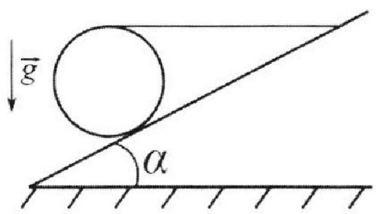
2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой мяч падает на площадку. Наибольшая высота, на которой находится мяч в полете, $H = 16{,}2$ м.
Расстояние от точки старта до стенки в 5 раз больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

1) На какой высоте h происходит соударение мяча со стенкой?
2) Найдите продолжительность t_1 полета мяча от старта до соударения со стенкой.

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на той же высоте h, стенка движется навстречу мячу со скоростью $U = 2$ м/с.

3) Найдите расстояние d между точками падения мяча на площадку в случаях: стенка покоится, стенка движется.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.



3. Однородный шар массой $m = 3$ кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к шару в его наивысшей точке. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$.

1) Найдите силу T натяжения нити.
2) Найдите силу F_{TP} трения, действующую на шар.
3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения шар будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

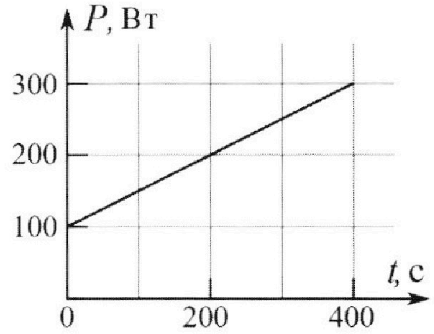
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Воду нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 14\ ^0$C, объем воды $V = 2$ л. Сопротивление спирали электроплитки $R = 20$ Ом, сила тока в спирали $I = 5$ А.

Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).



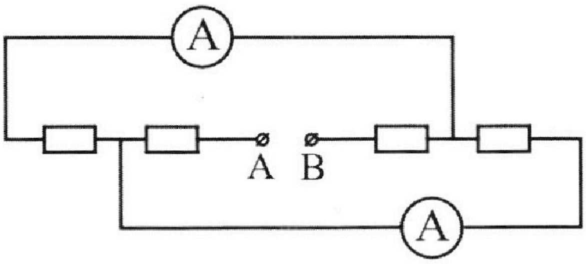
1) Найдите мощность P_H нагревателя.
2) Через какое время T после начала нагревания температура воды станет равной $\tilde{t}_1 = 25\ ^0$C?

Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг$\cdot^0$C).

5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 20 Ом, у двух других сопротивление по 40 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам A и B источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Меньшее показание $I_1 = 1$ А.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
2) Найдите напряжение U источника.

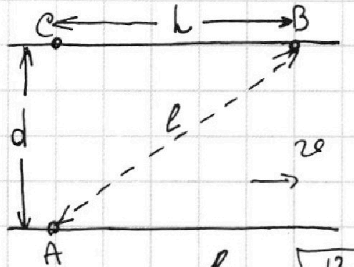


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\boxed{1}$

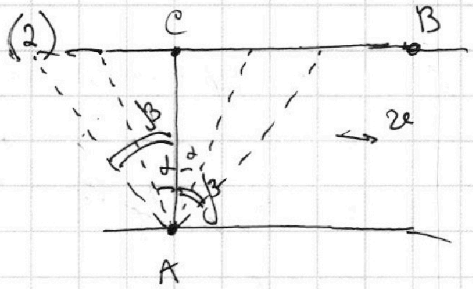


Пусть ℓ - расстояние AB.

(1) $$v_1 = \frac{\ell}{T_1} = \frac{\sqrt{d^2+L^2}}{T_1} = \frac{\sqrt{70^2+240^2}\,м}{192с} = \frac{\sqrt{49+576}\cdot 10м}{192с} = \frac{250\,м}{192\,с} = 1\frac{58}{192}\frac{м}{с} = 1\frac{29}{96}\frac{м}{с}$$

$$v_2 = \frac{\ell}{T_2} = \frac{\sqrt{d^2+L^2}}{T_2} = \frac{250м}{417с} = \frac{250}{417}\frac{м}{с}$$

(2)



Пусть в первый раз ~~лодка ехала~~ плыла под углом α к AC в сторону т. B или наоборот, а во второй раз также, но под углом β.

$$\frac{d\cos\alpha}{u} = \frac{L \pm d\sin\alpha}{v} = T_1 \qquad vT_1 = L \pm d\cdot\sqrt{1-\left(\frac{T_1\cdot u}{d}\right)^2}$$

$$\frac{d\cos\beta}{u} = \frac{L \pm d\sin\beta}{v} = T_2 \qquad vT_2 = L \pm d\cdot\sqrt{1-\left(\frac{T_2\cdot u}{d}\right)^2}$$

$$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{T_1}{T_2}$$

$T_2 > T_1 \Rightarrow$ в первом случае знак "−", а во втором "+"

$$\begin{cases} L - vT_1 = d\cdot\sqrt{1-\left(\frac{T_1\cdot u}{d}\right)^2} \\ vT_2 - L = d\cdot\sqrt{1-\left(\frac{T_2\cdot u}{d}\right)^2} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 240 - v \cdot 192 = 70 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{192}{70} u\right)^2} \\ v \cdot 417 - 240 = 70 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{417}{70} u\right)^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 240^2 - 2 \cdot 240 \cdot 192 \cdot v + 192^2 \cdot v^2 = 70^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{192}{70}\right)^2 \cdot u^2\right) = 70^2 - 192^2 \cdot u^2 \,\Big|\cdot 417^2 \\ 240^2 - 2 \cdot 240 \cdot 417 v + 417^2 \cdot v^2 = 70^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{417}{70}\right)^2 \cdot u^2\right) = 70^2 - 417^2 \cdot u^2 \,\Big|\cdot 192^2 \end{cases}$$

$$\cancel{2 \cdot 240 \cdot (417 - 192) \cdot v - (417^2 - 192^2) \cdot v^2 = (417^2 - 192^2) u^2}$$

$$\begin{cases} 240^2 \cdot 417^2 - 2 \cdot 240 \cdot 192 \cdot 417^2 \cdot v + 192^2 \cdot 417^2 \cdot v^2 = 70^2 \cdot 417^2 - 192^2 \cdot 417^2 \cdot u^2 \\ 240^2 \cdot 192^2 - 2 \cdot 240 \cdot 417 \cdot 192^2 \cdot v + 192^2 \cdot 417^2 \cdot v^2 = 70^2 \cdot \cancel{417^2}\, 192^2 - 417^2 \cdot 192^2 \cdot u^2 \end{cases}$$

"−"

$$240^2 \cdot (417^2 - 192^2) - 2 \cdot 240 \cdot 192 \cdot 417 \cdot v \underbrace{(417 - 192)}_{225 = 15^2} = 70^2 \cdot (417^2 - 192^2)$$

$$v \cdot 2 \cdot 240 \cdot 192 \cdot 417 \cdot 225 = (240^2 - 70^2)(417^2 - 192^2)$$

$$\boxed{v = \frac{(240^2 - 70^2)(417^2 - 192^2)}{2 \cdot 240 \cdot 192 \cdot 417 \cdot 225}}$$

Ответ: (2) $u = \sqrt{\dfrac{70^2 - \left(240^2 - \frac{(240^2 - 70^2)(417^2 - 192^2)}{417 \cdot 225}\right) + \left(\frac{(240^2 - 70^2)(417^2 - 192^2)}{2 \cdot 240 \cdot 417 \cdot 225}\right)^2}{192^2}}$

(1) $v_1 = 1\frac{29}{96}\ \frac{м}{с}$

$v_2 = \frac{250}{417}\ \frac{м}{с}$

пункт. 3 →

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

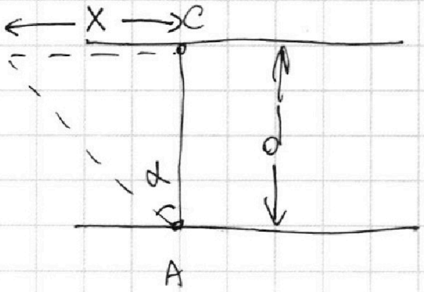
1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(3) Из ~~первых~~ второго пункта мы знаем отношение $\frac{v}{u}$ (не будем его записывать в явном виде, а скажем, что $k = \frac{v}{u}$)

Очевидно, что минимальный снос равен 0.



Пусть он движется под углом α.

$$\cancel{\frac{x}{v} = \frac{x}{\sin\alpha \cdot u} = T} \qquad \frac{x}{v} = \frac{x}{\sin\alpha \cdot u} = T$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{\sin\alpha \cdot u}$$

$$1 = \frac{\sin\alpha \cdot u}{v} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{v}{u} = k$$

$$T = \frac{d}{v\cos\alpha} = \frac{d}{v \cdot \sqrt{1-k^2}} = T$$

Ответ выразим в общем виде, чтобы не подставлять огромные выражения из пункта 2.

$$\boxed{T = \frac{70\text{ м}}{v \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{u^2}}}}$$

Ответ: (3) $T = \frac{70}{v \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{u^2}}}$

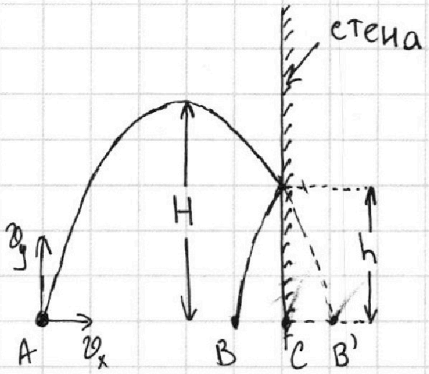
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\boxed{2}$



A - точка старта мяча
B - точка падения мяча
C - точка, где находится стена.

Отразим вторую часть параболы относительно стены. Тогда парабола будет между точками A и B' (показано на рисунке)

$AC = 5 \cdot BC = 5 \cdot B'C$

Пусть начальные скорости мяча: v_x и v_y, как показа~~на~~но на рисунке

$v_y = gt$, где t - время полёта до верхней точки.

$$H = v_y \cdot t - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_y^2}{g} - \frac{g \cdot \frac{v_y^2}{g^2}}{2} = \frac{v_y^2}{2g}$$

$$v_y = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 16{,}2}\ \frac{м}{с} = 18\ \frac{м}{с} \Rightarrow t = 1{,}8\ с$$

Пусть $BC = l$. Тогда $AC = 5l$, а $AB' = 6l$. Тогда поскольку парабола симметрична, то от точки A до точки, на которой была максимальная высота расстояние $\frac{6l}{2} = 3l$.

v_x постоянна $\Rightarrow$

$$v_x = \frac{3l}{t} = \frac{5l}{t_1} \Rightarrow \boxed{t_1 = 3\cancel{4}\ с}$$

$$h = H - \frac{g(t_1 - t)^2}{2} = 16{,}2\ м - \frac{10\ \frac{м}{с^2} \cdot 1{,}44\ с^2}{2} = 16{,}2\ м - 7{,}2\ м = \boxed{9\ м = h}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

(3) Посмотрим, какая будет ~~ее~~ горизонтальная скорость мяча после удара об стенку. Это будет $v_x + 2u$. Ему остается лететь $2t - t_1 = 0{,}6c \Rightarrow$

~~раз~~ $d = (v_x + 2u)\cdot(2t - t_1) - v_x(2t - t_1) = 2u\cdot(2t - t_1) = \boxed{2{,}4м = d}$

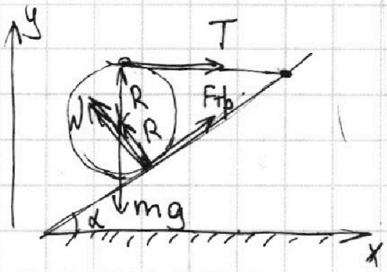
Ответ: (1) $h = 9м$
(2) $t_1 = 3c$
(3) $d = 2{,}4м$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3



$\sin\alpha = 0{,}6 \Rightarrow \cos\alpha = 0{,}8$

Расставим силы на шар

Запишем II З.Н.: $\begin{cases} Ox: F_{тр}\cos\alpha + T = N\sin\alpha & |\cdot \cos\alpha \\ Oy: mg = F_{тр}\sin\alpha + N\cos\alpha & |\cdot \sin\alpha \end{cases}$

$$\begin{cases} F_{тр}\cos^2\alpha + T = N\sin\alpha\cdot\cos\alpha \\ mg = F_{тр}\cdot\sin^2\alpha + N\cos\alpha\cdot\sin\alpha \end{cases} \quad \text{"—"}$$

$$F_{тр}\cos^2\alpha + T - mg = \cancel{N\sin\alpha\cdot\cos\alpha} - F_{тр}\sin^2\alpha - \cancel{N\cos\alpha\cdot\sin\alpha}$$

$$T + F_{тр}\underbrace{(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}_{=1} = mg$$

$$\cancel{F_{тр} = mg = 30Н = F_{тр}}$$

$$F_{тр} + T = mg$$

Теперь запишем правило моментов относительно центра шара:
сила N перпендикулярна $F_{тр}$ ⇒ проходит через центр шара:

$$RT + 0\cdot N = 0\cdot mg + R\cdot F_{тр}$$

$$T = F_{тр} \Rightarrow \boxed{T = \frac{mg}{2}} \text{ и } \boxed{F_{тр} = \frac{mg}{2}} \quad F_{тр} = T = 15Н$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(3) $F_{тр}\cos\alpha + T = N\sin\alpha$

$$N = F_{тр}\frac{mg}{2}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + \frac{\cancel{T}\ \frac{mg}{2}}{\sin\alpha} = \frac{mg}{2}\cdot\frac{0{,}8}{0{,}6} + \frac{mg}{2\cdot 0{,}6} =$$

$$= \frac{2mg}{3} + \frac{5mg}{6} = \frac{9mg}{6} = 1{,}5mg = N$$

$$F_{тр} = \frac{1}{2}mg$$

$$F_{тр} = \mu N \Rightarrow \mu_{max} = \frac{1}{3} \Rightarrow \mu \leq \frac{1}{3}$$

Ответ: (1) $T = 15Н$

(2) $F_{тр} = 15Н$

(3) $\mu \leq \frac{1}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\boxed{4}$ (1) $P_и = I^2 \cdot R = 500\,Вт = P_и$

(2) Для нагревания воды на 11°C потребуется энергия: $Q = c \cdot V \cdot \rho \cdot (\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0) = 92400\,Дж$

$Q = P_{общ} t$

$P_{общ} = P_и - P(t)$

$P(t) = 100\,Вт + \frac{t}{2\frac{с}{Вт}}$?

$Q = 500 \cdot t - \frac{100 + 100 + \frac{t}{2}}{2} \cdot t = 500t - 100t - \frac{t^2}{4} = \cancel{400t - t^2}$

$= 400t - \frac{t^2}{4} = 92400$

$\cancel{-\frac{t^2}{4} + 400t}$ $\frac{t^2}{4} - 400t + 92400 = 0$

$D = 160000 - 92400 = 67600$

$t = \frac{400 \pm \sqrt{67600}}{\frac{1}{2}} = 800 \pm 2\sqrt{67600} = 800 \pm 520.$

$t = 280\,с$, т.к. при $t = 800$ $P = P_и$ и вода перестанет нагреваться

Ответ: (1) $P_и = 500\,Вт$

(2) $T = 280\,с$

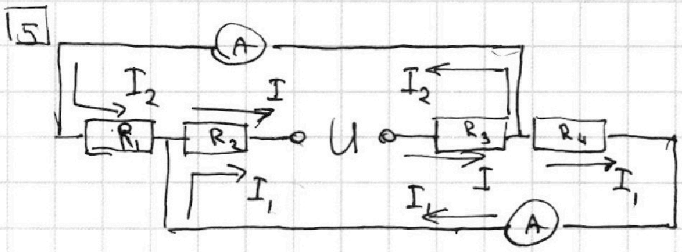
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5



$I = I_1 + I_2$

Пусть меньший ток I_1 течёт через нижний амперметр. Тогда

$U = (R_2 + R_3) I + R_4 \cdot I_1$

$U = (R_2 + R_3) I + R_1 \cdot I_2$

$\Rightarrow R_4 \cdot I_1 = R_1 \cdot I_2$

$I_1 \neq I_2$ и $I_1 < I_2 \Rightarrow R_4 > R_1 \Rightarrow$

$R_4 = 4$ Ом, а $R_1 = 2$ Ом $\Rightarrow$

$R_2 + R_3 = 2$ Ом $+ 4$ Ом $= 6$ Ом

Тогда $\boxed{I_2 = 2A}$

$\Rightarrow U = 6$ Ом $\cdot 3A + 4$ Ом $\cdot 1A = \boxed{22 B = U}$

Ответ: (1) $I_2 = 2A$
(2) $U = 22B$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ