



Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

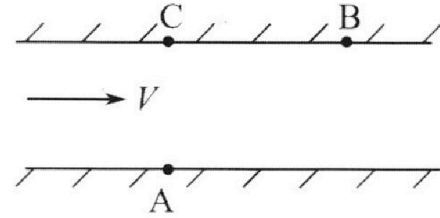
Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис.,  $V$  - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки  $AC = d = 50$  м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега,  $CB = L = 120$  м.



Продолжительность первого заплыва  $T_1 = 100$  с, продолжительность второго заплыва  $T_2 = 240$  с.

- 1) Найдите скорости  $V_1$  и  $V_2$  пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.
- 2) Найдите скорость  $V$  течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос наименьший.

- 3) На каком расстоянии  $S$  от точки В выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте  $h = 5,4$  м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

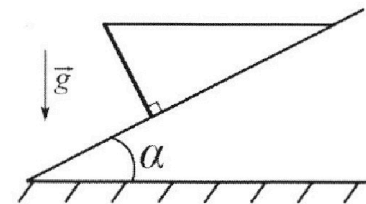
- 1) Найдите наибольшую высоту  $H$ , на которой мяч находится в полете.
- 2) Через какое время  $t_1$  после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте  $h$ , стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется,  $d = 1,8$  м.

- 3) Найдите скорость  $U$  стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити  $T = 17,3$  Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha = 30^\circ$ .



- 1) Найдите массу  $m$  стержня.
- 2) Найдите силу  $F_{тр}$  трения, действующую на стержень.
- 3) При каких значениях коэффициента  $\mu$  трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

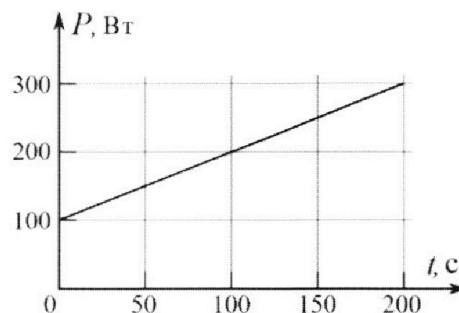


4. Воду объемом  $V = 1$  л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды  $\tilde{t}_0 = 16$  °С. Сопротивление спирали электроплитки  $R = 25$  Ом, напряжение источника  $U = 100$  В. Зависимость мощности  $P$  тепловых потерь от времени  $t$  представлена на графике (см. рис.).

1) Найдите мощность  $P_H$  нагревателя.

2) Найдите температуру  $\tilde{t}_1$  воды через  $T = 180$  с после начала нагревания.

Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплоемкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг·°С).

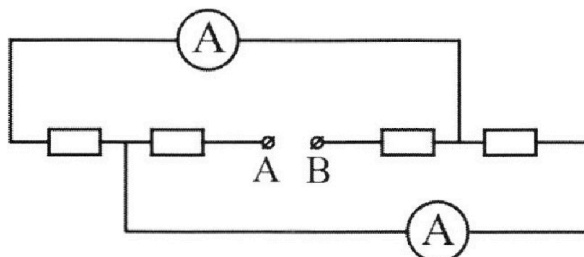


5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Больше показание  $I_1 = 2$  А.

1) Найдите показание  $I_2$  второго амперметра.

2) Какую мощность  $P$  развивают силы в источнике?



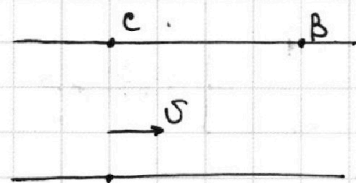
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

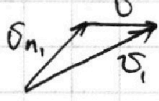
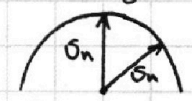
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$|\vec{v}_{n1}| = |\vec{v}_{n2}|$  - скорости плывца относительно воды в обоих случаях.

Скорость плывца может менять свое направление (когда мы в начале движения выбираем куда ему плыть).

по окружности, т.к. скорость по модулю не изменяется, а изменяется только направление. Радиус окружности =  $|\vec{v}_{n1}| = |\vec{v}_{n2}|$



$\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{v}_{n1}$ ,  $\vec{v}_2 = \vec{v} + \vec{v}_{n2}$

Расстояние от точки А до точки В равно! По т. Пифагора:

$AB = \sqrt{d^2 + L^2} = \sqrt{6000^2 + 12400^2} \approx \sqrt{16900^2} = 130M$

$T_1 = \frac{AB}{v_1} \Rightarrow v_1 = \frac{AB}{T_1} = \frac{130M}{100c} = 1,3 \frac{M}{c}$

$T_2 = \frac{AB}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{AB}{T_2} = \frac{130M}{240c} = \frac{13}{24} \frac{M}{c}$

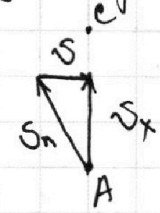
- Ответы

Наименьший свое был бы если бы скорость плывца относительно земли была бы направлена прямо в точку С



Образуете прямоугольный треугольник!

ответ



Тогда относительно точки В свое равен 0 и расстояние равно ~~130M~~ СВ

Скорость плывца относительно воды направлена перпендикулярно касательной

нов проведенной из точки С к ~~от~~ полуокружности в радиусом  $v_n$ .

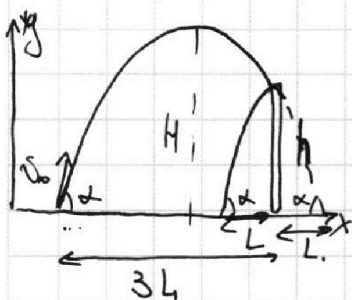
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Мячик перейдет за внешнюю точку параболы. Мяч движется равноускоренно. Мячик ударится об стенку и упадет под углом падения, имея траекторию пополам маленькой параболы.

Угол падения  $\alpha$  после удара был бы равен углу падения мяча если бы не ударился.

~~Но~~  $v_0$  - нач. скорость мяча,  $\alpha$  - угол, под которым бросили.

Время за которое мяч долетит до  $3L$ .

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$3L = v_0 \cos \alpha t \quad h = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

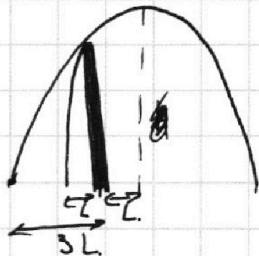
Если бы мяч летел по маленькой параболке, то с обеих сторон от стопа высоты  $h$  было бы по  $L$ . (см. рисунок)

Тогда если бы мяч продолжил лететь по большой параболке он в длину прошел бы  $4L$ . ( $3L + L$ )

Максимальная высота  $H$  находится на середине пути в длину, то есть на расстоянии  $\frac{4L}{2} = 2L$  от начала движения мячика ~~по большой и маленькой и большой параболке~~

Рассмотрим маленькую параболку по  $L$  соответствует высоте  $h$ , а у большой параболы  $2L$  соответствует высоте  $H \rightarrow H = 4h = 0,8 \text{ м}$ .

(2) Мячик не переходит за внешнюю точку параболы.



~~Мячик не переходит за внешнюю точку параболы, т.е. на расстоянии  $4L$  от начала движения мяча с высотой  $h$   $4L$   $H = 4h = 0,8 \text{ м}$~~   
Теперь наибольшая высота, на которой мяч находится в полете это и есть  $H \cdot h = 0,4 \text{ м}$  - ответ.

По ЗСЭ. на высоте  $h$  выполняется равенство

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}, \text{ где } v_0 - \text{нач. скорость, } v - \text{скорость на высоте } h.$$

После удара мяч полетит с той же скоростью вниз ( $v$ ).

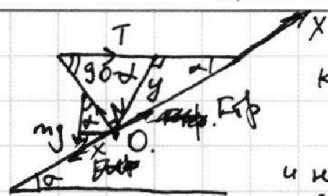
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Разобьем штифт на стержень,  $F_T = mg$  приложена к середине стержня и направлена вниз.

Сила натяжения  $T$  приложена к краю стержня и направлена горизонтально по штифту.

Сила реакции опоры  $N$  вверх по стержню,  $F_{тр}$  - сила трения по штифту, приложена к концу (нижнему) стержня.

1) Стержень в покое, запишем правило моментов относительно точки  $O$ .

$mg$  составляет  $\alpha$  со стержнем,  $T$  составляет  $90-\alpha$  со стержнем.

Обозначим  $x$  расстояние до точки  $O$  до штифта действии  $mg$ .

Обозначим  $y$  расстояние от точки  $O$  до штифта действии  $T$ .

Пусть  $R$  - половина длины стержня.  $x = R \cdot \sin \alpha$   $y = 2R \cdot \cos \alpha$ .

Правило моментов:

$mgx = T \cdot y$ ,  $mgR \cdot \sin \alpha = T \cdot 2R \cdot \cos \alpha$   
 $mg \sin \alpha = 2T \cos \alpha$ .

Все в СИ:  $m = \frac{2T \cdot \cos \alpha}{g \sin \alpha} = \frac{2T}{g} \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2 \cdot 17,3}{10} \cdot \sqrt{3} \approx 6,0$

2) Введём ось  $Ox$  по штифту вверх. Стержень покоится  $a=0$ , действует сила трения по штифту  $F_{тр} = 0$ .

3) Введём ось  $Oy$  перпендикулярно штифту вверх.

Проекция на ось  $Oy$ :

$N = T \cdot \sin \alpha + mg \cos \alpha$ .

Все в СИ:  $N = 17,3 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} (17,3 + 60\sqrt{3}) \approx 55,173 \approx 60,55 \text{ Н}$ .

$F_{тр \text{ экон}} = \mu \cdot N = \mu \cdot 60,55 \text{ Н}$ .

Штифт стержень был в покое:

$F_{тр \text{ экон}} \geq$  проекция всех сил на ось  $Ox$ .

Проекция на ось  $Ox$ :

$F_{тр x} = -mg \cdot \sin \alpha + T \cdot \cos \alpha$ .

Все в СИ:  $F_{тр x} = 17,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 8,65\sqrt{3} - 30 \approx 14,9645 - 30 \approx -15 \text{ Н}$ .

$F_{тр} = 30 - 15 = 15 \text{ Н}$ .

$\mu N \geq 15 \text{ Н}$   $\mu \geq \frac{15}{60,55} \approx \frac{1500}{6055} \approx \frac{1}{4}$  Ответ.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик  
№4

1)  $P_H = \frac{U^2}{R} = \frac{10000 \text{ В}^2}{25 \text{ Ом}} = 400 \text{ Вт}$  - ответ.

2) P, Вт

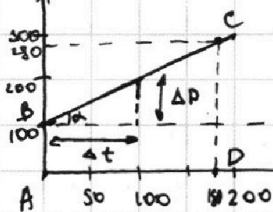


График - прямая вида  $y = kx + b$ , где  $y = P$   
 $k = \text{tg} \alpha = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ ,  $b = 100$ ,  $x = t$  (время)

$P = \frac{\Delta P}{\Delta t} \cdot t + 100$

Из графика:  $\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{100 \text{ Вт}}{100 \text{ с}} = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{с}}$

$Q = P_H T - P T = c m \Delta t = c m (t_1 - t_0)$   $P = t + 100$  (P по формуле).

$P = (T + 100)_{\text{Вт}} = 280 \text{ Вт}$ .

$P T$  - площадь под графиком, основание трапеции  $ABCD = 100$  и  $280$ , высота  $180$ .

$S = \frac{AB + CD}{2} \cdot AD = \frac{100 + 280}{2} \cdot 180 = 380 \cdot 90 = 34200 \Rightarrow P T = 34200 \text{ Дж}$

$c m (t_1 - t_0) = P_H T - P T$ ,  $m = V \cdot \rho = 920 \text{ м}^3 \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 920000 \text{ кг}$

Все в СИ:  $t_1 = \frac{P_H T - P T + c m t_0}{c m} = \frac{400 \cdot 180 - 34200 + 4200 \cdot 16}{4200} = \frac{72000 - 34200 + 67200}{4200}$

$= \frac{105000}{4200} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ .

10 ответ.

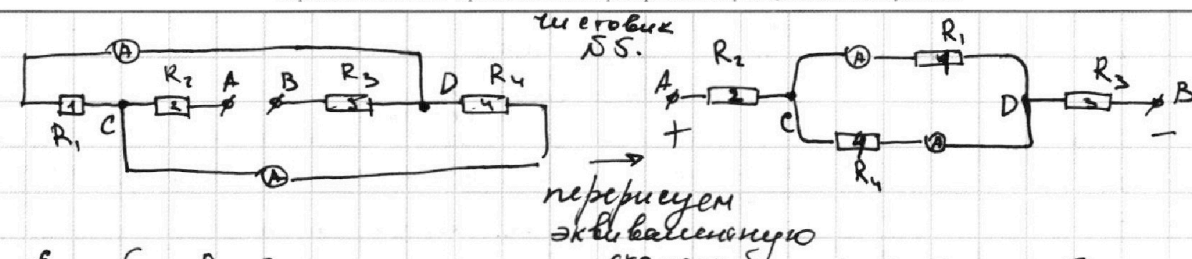
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Если бы  $R_1 = R_4$ , то показания амперметров были бы одинаковыми, т.к. <sup>напряжение</sup> на концах  $C$  и  $D$  одинаковое и по верхней и по нижней ветви, и сопротивления одинаковые  $\Rightarrow$  токи через амперметры были бы одинаковыми.

Значит:  $R_1 \neq R_4 \Rightarrow R_1 = R_3$  или  $R_1 = R_2$   
 $R_4 = R_2$  или  $R_4 = R_3$

1) Предположим, что наибольший ток  $I_1$  течёт через верхний резистор  $R_1$  и у  $R_1$  сопротивление  $60 \text{ Ом}$ , тогда напряжение  $U_1$  между  $C$  и  $D$  было бы  $U_1 = I_1 \cdot R_1 = 2 \text{ А} \cdot 60 \text{ Ом} = 120 \text{ В}$ , а ток через резистор  $R_4$   $I_2 = \frac{U_1}{R_4}$ ,  $R_4 \neq R_1 \Rightarrow R_4 = 30 \text{ Ом}$ .  $I_2 = \frac{120 \text{ В}}{30 \text{ Ом}} = 4 \text{ А}$ , но по условию

$I_1 > I_2$ , а значит предположение неверное и ток  $I_2$  течёт через резистор с сопротивлением  $30 \text{ Ом}$ , тогда  $U_1 = I_1 \cdot R_4$ , где  $R_4 = 30 \text{ Ом}$   
 $\Rightarrow U_1 = 2 \text{ А} \cdot 30 \text{ Ом} = 60 \text{ В}$ , ток  $I_2 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{60 \text{ В}}{60 \text{ Ом}} = 1 \text{ А}$ .  $I_2 < I_1$ , значит это предположение верно.  $I_2 = 1 \text{ А}$  ← ответ.

2) Через  $R_1$  течёт  $I_2$ , а через  $R_4$  течёт  $I_1$ , по  $I$  правшему закону Кирхгофа узел  $C$  выдает  $I_1 + I_2 = I_3 = 1 + 2 \text{ А} = 3 \text{ А}$  (предположим, что  $A_1 +$ , а  $B_1 -$ ) и из узла  $D$  вытекает  $I_3 = 3 \text{ А}$ .

Рассчитаем все мощности (в индексе номер резистора из моего рисунка)  
 $P_1 = I_2^2 R_1 = (1 \text{ А})^2 \cdot 60 \text{ Ом} = 60 \text{ Вт}$   
 $P_4 = I_1^2 R_4 = (2 \text{ А})^2 \cdot 30 \text{ Ом} = 120 \text{ Вт}$   
 $P_2 = I_3^2 R_2$   $P_3 = I_3^2 R_3$ , предположим, что  $R_2 = 30 \text{ Ом}$   $R_3 = 60 \text{ Ом}$   
 т.к спрашивают о том какие мощности, но не спрашивают где конкретно, а однозначно мы определить где какое сопротивление не можем.  $P_2 = (3 \text{ А})^2 \cdot 30 \text{ Ом} = 270 \text{ Вт}$   $P_3 = I_3^2 R_3 = (3 \text{ А})^2 \cdot 60 \text{ Ом} = 540 \text{ Вт}$ .

Ответ: 60 Вт, 120 Вт, 270 Вт, 540 Вт.



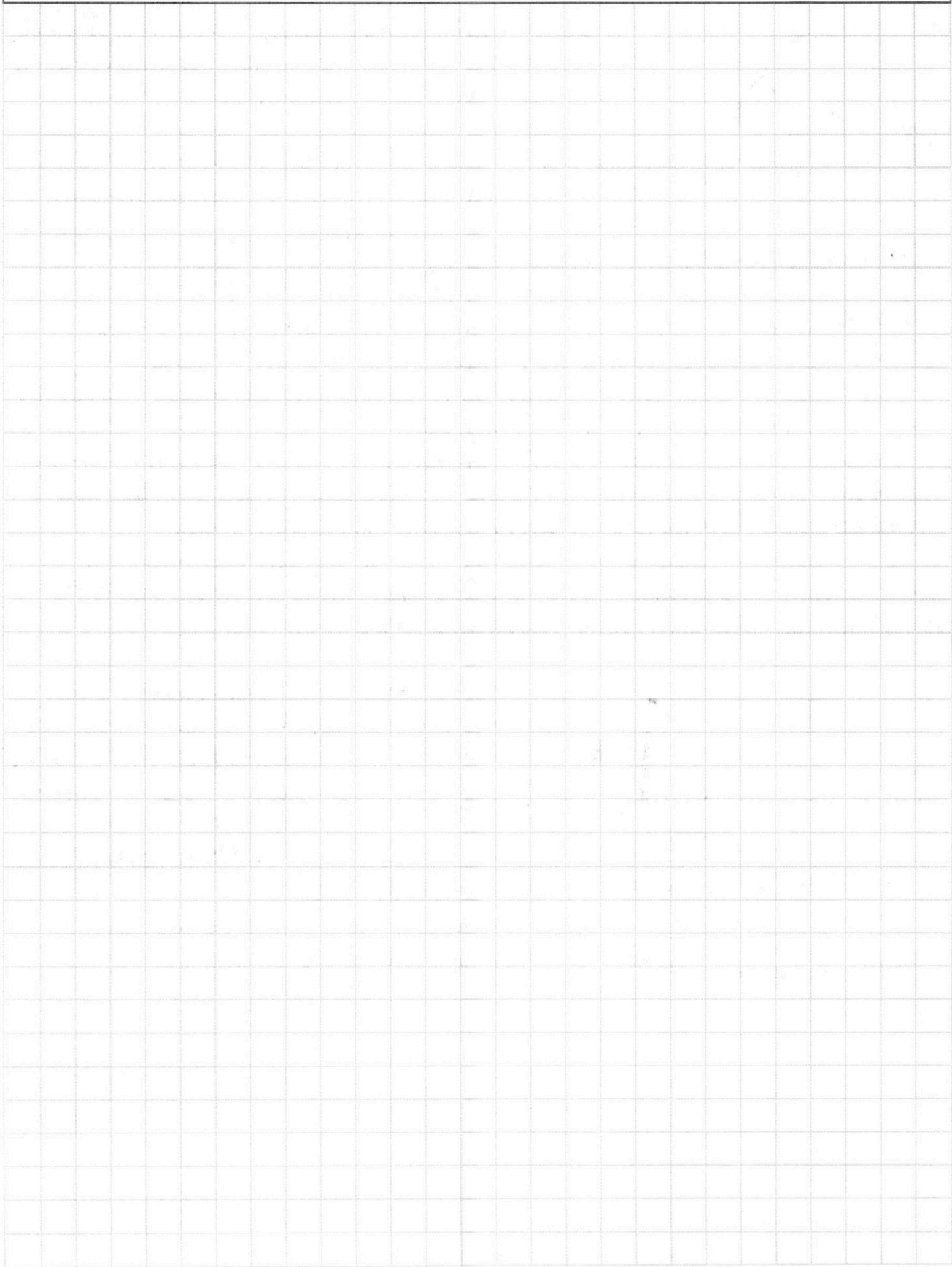
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





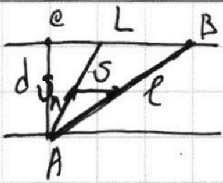
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\vec{v}_1$  - скорость движения центра тяжести.

$$\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{v}_{n1}$$

$\vec{v}_{n1}$

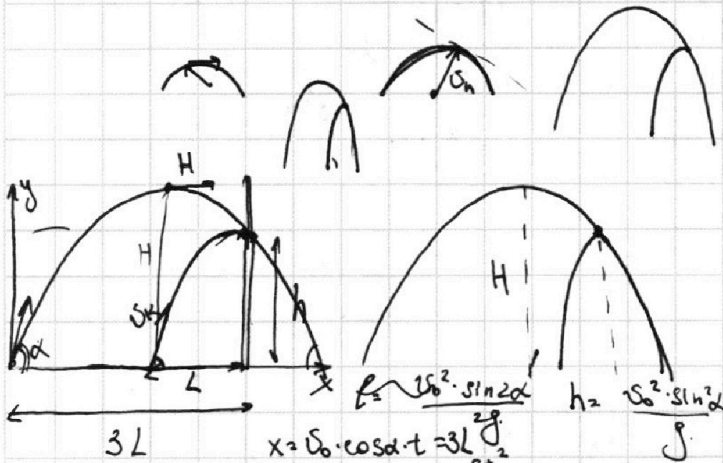
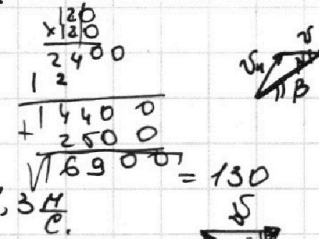
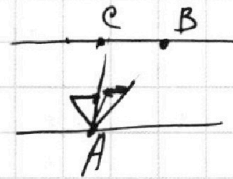
$$l = \sqrt{d^2 + L^2}$$

$$T_1 = \frac{l}{v} = \frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{|\vec{v} + \vec{v}_{n1}|}$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{|\vec{v} + \vec{v}_{n2}|} = \frac{e}{v_2}$$

$$v_1 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1} = \frac{\sqrt{2500 + 14400} \cdot 100}{700} = \frac{150 \cdot 400}{100} = 1,3 \frac{M}{c}$$

$$v_2 = \frac{130}{240} = \frac{13}{24} \frac{M}{c}$$



$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t = 3L$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = h$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{3L}{t}$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{h}{t}$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{3L}{t}$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$v_y = 0$$

$$0x = v_0 \cos \alpha$$

$$mgh = \frac{(v_0 \cos \alpha)^2}{2} m$$

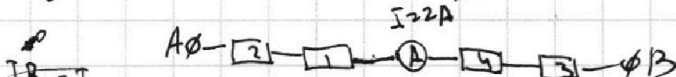
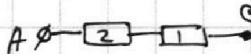
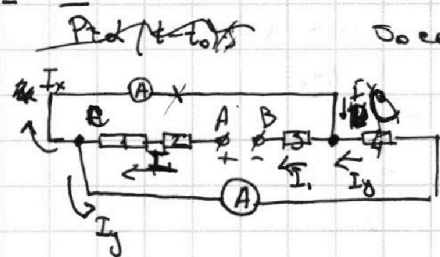
$$\frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} = mgh$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$L = v_0 \cos \alpha \cdot t = 2 v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha / g$$

$$L = \frac{2 v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$



$$I_x R = I_y R$$

$$I_x r = I_y R$$

$$m v_0^2 \cos^2 \alpha = mgh$$

$$L = \frac{2 v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2gL}{\sin 2\alpha}} = \frac{\sqrt{2gL}}{\sin \alpha}$$

$$U = IR = 2A \cdot 30 = 60B$$

$$\frac{60}{30} = 1A \cdot \text{ctg}^2 \alpha = \frac{h}{L}$$

$$3A \cdot 2A \cdot 60 = 120$$

$$\frac{2gL \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha} = gh \Rightarrow \frac{L}{\sin^2 \alpha} = \frac{h}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{L}{h} = \tan^2 \alpha$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$P_H = \frac{v^2}{R} = \frac{100.000}{25} = 4000 \text{ Вт.}$$

Из графика  
коэф. наклона  $\alpha = 1$ .

$$Q_B = P_H \tau - P$$

$$Q_B = c m \Delta t$$

$$k_{\text{ит}} = x + 100.$$

$$P = \tau + 100$$

$$P_{\text{ит}} = T + 100 = 280 \text{ Вт.}$$

$$c \cdot V \cdot \rho \cdot (T_1 - t_0) = P_H \cdot T - P$$

$$c V \rho t_1 - c V \rho t_0 = P_H T - (T + 100)$$

$$t_1 = \frac{P_H T - T + 100 + c V \rho t_0}{c V \rho m} = \frac{4000 \cdot 180 - 180 - 100 + 4200 \cdot 18}{4200} = 180 \text{ с}$$

$$= 180 / 4000$$

$$\begin{array}{r} 10000 / 25 \\ -100 \quad 400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71000 \\ \times 180 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3180 \\ \times 4000 \\ \hline 1272000 \\ + 67200 \\ \hline 1339200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4200 \\ \times 180 \\ \hline 7560 \\ 84000 \\ \hline 756000 \\ + 67200 \\ \hline 823200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 669200 / 4200 \\ -4200 \\ \hline 2292 \end{array}$$

Применяется  
т.е.

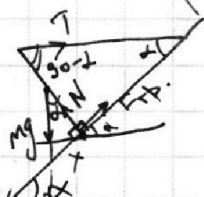
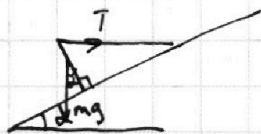
$$\begin{array}{r} 7380 \\ \times 30 \\ \hline 22140 \\ 221400 \\ \hline 221400 \\ + 54200 \\ \hline 275600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 54 \\ \hline 108 \\ 1350 \\ \hline 1458 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 205120 / 4200 \\ 1680 \\ \hline 3812 \\ 3780 \\ \hline 3200 \\ 2940 \\ \hline 2600 \\ 2520 \\ \hline 800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4200 \\ \times 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1050 / 42 \\ 84 \\ \hline 210 \\ 210 \end{array}$$



$$mg \cos \alpha = T \sin \alpha$$

$$T \sin \alpha = T \cos \alpha$$

$$T \sin \alpha = T \cos \alpha$$

Exp. в папулюе.

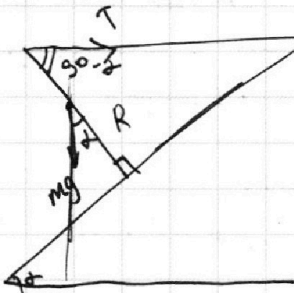
ax:  $mg \sin \alpha$

$mg$

$mg \cos \alpha$

$mg R$

$$\sin \alpha = \frac{x}{mg} \Rightarrow x = 2mg$$





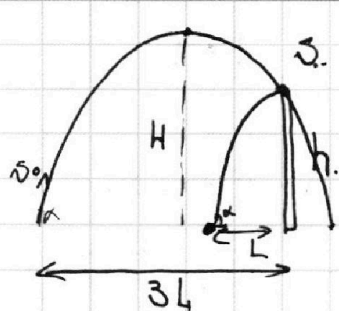
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$3L = v_0^2 \cos^2 \alpha \cdot t$$

$$h = v_0 \cos \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$2L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} \Rightarrow \frac{12L}{2g} = \frac{12}{2g} \cdot \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\cos 2\alpha = \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha}$$

$$\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2L} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{H}$$

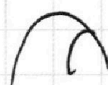
$$\frac{\sin 2\alpha}{2L} = \frac{\sin^2 \alpha}{H}$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha / \sin^2 \alpha = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2H}{L}$$

$h, L.$

$L \rightarrow h$

$H \rightarrow 2L.$



$h \rightarrow L.$

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha} = v_0 \sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}$$

$$m g H + \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} = m g h + \frac{m v^2}{2}$$

$$v = v_0 \cos \alpha - g t$$

