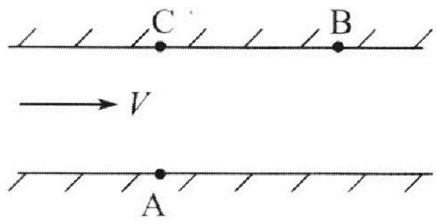
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 50$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 120$ м.

Продолжительность первого заплыва $T_1 = 100$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 240$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.
2) Найдите скорость V течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос наименьший.

3) На каком расстоянии S от точки В выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

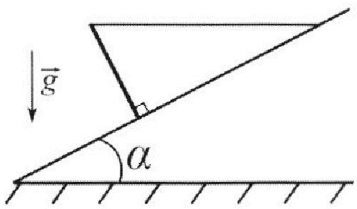
2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте $h = 5{,}4$ м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

1) Найдите наибольшую высоту H, на которой мяч находится в полете.
2) Через какое время t_1 после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте h, стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется, $d = 1{,}8$ м.

3) Найдите скорость U стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.



3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити $T = 17{,}3$ Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^0$.

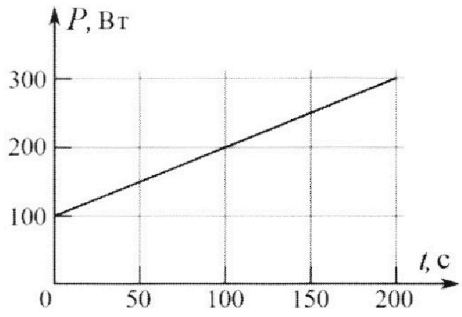
1) Найдите массу m стержня.
2) Найдите силу F_{TP} трения, действующую на стержень.
3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Воду объемом $V = 1$л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 16\,^0$C. Сопротивление спирали электроплитки $R = 25$ Ом, напряжение источника $U = 100$ В. Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).



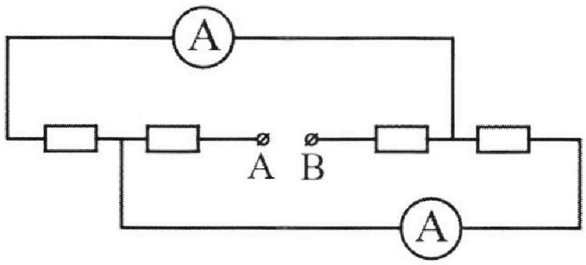
1) Найдите мощность P_H нагревателя.
2) Найдите температуру $\tilde{t}_1$ воды через $T = 180$ с после начала нагревания.

Плотность воды $\rho = 1000$кг/м^3, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг$\cdot^0$C).

5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам A и B источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Большее показание $I_1 = 2$A.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
2) Какую мощность P развивают силы в источнике?



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1.

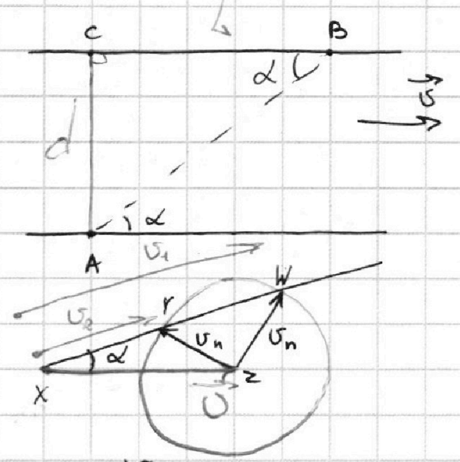
Дано:

$AC = d = 50\,м$

$CB = L = 120\,м$

$T_1 = 100\,с$

$T_2 = 240\,с$



$\cos\alpha = \frac{12}{13}$

1) $\boxed{v_1} = \frac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_1} \Rightarrow \boxed{v_1 = 1{,}3\,\frac{м}{с}}$

$v_2 = \frac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_2} \Rightarrow \boxed{v_2 = \frac{13}{24}\,\frac{м}{с}}$

$\vec{v_i} = \vec{v} + \vec{v_n}$

2) Теорема косинусов $\triangle XYZ$:

$v_2^2 + v^2 - 2\cos\alpha\, v v_2 = v_n^2$

3) Теорема косинусов $\triangle XWZ$:

$v_1^2 + v^2 - 2\cos\alpha\, v \cdot v_1 = v_n^2$

$v_n^2 = v_1^2 \cancel{+ v^2} - 2\cos\alpha \cdot v \cdot v_1 = v_2^2 \cancel{+ v^2} - 2\cos\alpha \cdot v \cdot v_2$

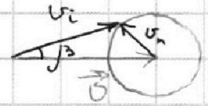
$v_1^2 - v_2^2 = 2\cos\alpha\, v\, (v_1 - v_2)$

$v_1 + v_2 = 2\cos\alpha \cdot v$

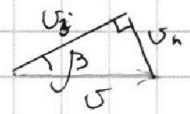
$\cos\alpha = \frac{12}{13}$

$\boxed{v} = \frac{v_1 + v_2}{2\cos\alpha} \Rightarrow v = \frac{1{,}3\frac{м}{с} + \frac{13}{24}\frac{м}{с}}{2 \cdot \frac{12}{13}} = \frac{\overset{44{,}2\frac{м}{с}}{31{,}2\frac{м}{с} + 13\frac{м}{с}}}{24 \cdot 24} \cdot 13 =$

$= \frac{442 \cdot 13}{24 \cdot 24 \cdot 10}\,\frac{м}{с} = \frac{221 \cdot 13}{12 \cdot 24 \cdot 10}\,\frac{м}{с} = \boxed{\frac{2873}{2880}\,\frac{м}{с}}$

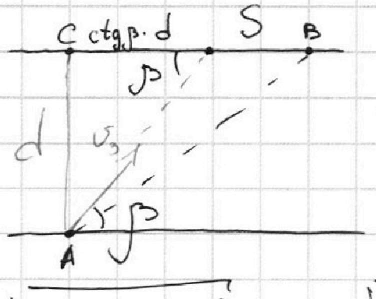


Чтобы снос был наименьшим, β должен быть максимальным $\Rightarrow v_n \perp v_i$



из 2)

$v_3 = \sqrt{v^2 - v_n^2} = \sqrt{2\cos\alpha\, v v_2 - v_2^2}$ ~~$\Rightarrow v_3 = \sqrt{\frac{2873}{2880} \cdots - \frac{169}{\cdots}}$~~



~~$\cos\beta = \frac{v_3}{v} = \sqrt{\frac{2\cos\alpha \cdot v_2}{v} - \left(\frac{v_2}{v}\right)^2} = \sqrt{\frac{2880}{2873} \cdots} \cdot \left(\frac{2880}{2873}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{2880}{2873} - \left(\frac{13 \cdot 2880}{24 \cdot 2873}\right)^2} =$~~

$S = L - \operatorname{ctg}\beta \cdot d$

$\operatorname{ctg}\beta = \frac{v_3}{v_n}$ *

$v_3 = \sqrt{2\cos\alpha\, v v_2 - v_2^2} \Rightarrow v_3 = \sqrt{\frac{2873}{2880} - \frac{169}{576}}$; $v_n = \sqrt{v_2^2 + v^2 - 2\cos\alpha\, v v_2} = \sqrt{\frac{169}{576} - \frac{2873}{2880} + \left(\frac{2873}{2880}\right)^2}$

1. $S = L - \mathrm{ctg}\,\beta \cdot d$

$\cancel{S = L}$ $\quad S = 120\,м - 50\,м \cdot \dfrac{\sqrt{\frac{2873}{2880} - \frac{169}{576}}}{\sqrt{\frac{165}{576} + \left(\frac{2873}{2880}\right)^2 - \frac{2873}{2880}}}$

Ответ: $v_1 = 1{,}3\,\frac{м}{с}$; $v_2 = \frac{13}{24}\,\frac{м}{с}$

$v = \frac{2873}{2880}\,\frac{м}{с}$

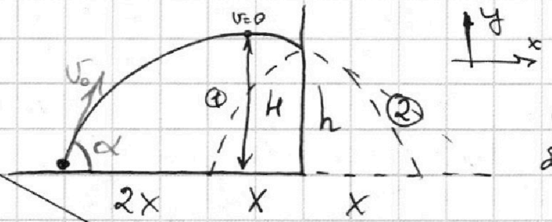
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~2.~~

~~Дано:~~
~~$h=5,4$ м~~



~~Если бы мяч не ударился об стенку он бы полетел по траектории ②~~

~~Пусть τ – время всего полёта~~

~~1) $v_0 \cos\alpha\, \tau = 4x$~~

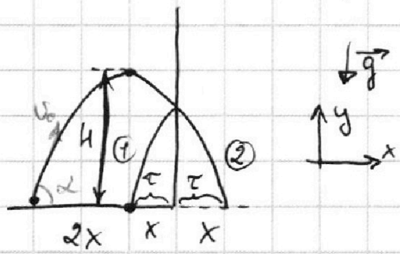
~~2) $\frac{1}{2}\tau = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \Rightarrow \tau = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$~~

~~3) $H = v_0 \sin\alpha \cdot \frac{\tau}{2} - \frac{g}{2}\cdot\frac{\tau^2}{4} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g} - \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$~~

~~из 1) $x = \frac{v_0\cos\alpha}{4}\cdot\tau = \frac{v_0\cos\alpha}{4}\cdot\frac{2v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{2g}$~~

2.

Дано:
$h = 5,4$ м



Если бы мяч не ударился об стенку, то он бы полетел по траектории ②

$v_x = v_0\cos\alpha = const \Rightarrow \frac{x_i}{\tau_i} = const$

1) $v_y 2\tau - \frac{g}{2}(2\tau)^2 = H$ $\qquad 2v_y\tau - 2g\tau^2 = H$

2) $v_y\cdot 3\tau - \frac{g}{2}(3\tau)^2 = h$ $\qquad 3v_y\tau - 4,5g\tau^2 = h$

3) $v_y \cdot 4\tau - \frac{g}{2}\cdot(4\tau)^2 = 0$ $\qquad 4v_y\tau = 8g\tau^2$

$v_y\tau = 2g\tau^2$

• из 2) $6g\tau^2 - 4,5g\tau^2 = h = 1,5g\tau^2$

• из 1) $4g\tau^2 - 2g\tau^2 = H = 2g\tau^2$

$\Rightarrow H = \frac{4}{3}h \Rightarrow \boxed{H = 7,2\text{ м}}$

$t_1 = \tau \qquad h = 1,5g\tau^2 \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2h}{3g}} = t_1$

$\boxed{t_1} = \sqrt{\frac{10,8\text{ м}}{30\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = \sqrt{0,36\text{ с}^2} = \boxed{0,6\text{ с}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

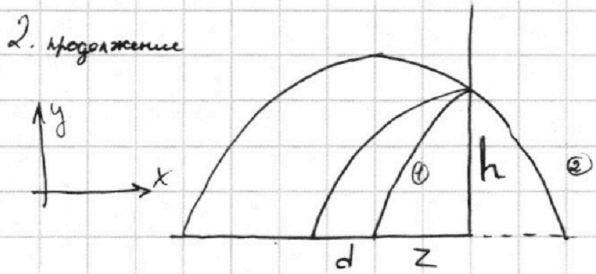
1 2 3 4 5 6 7

[ ] [X] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

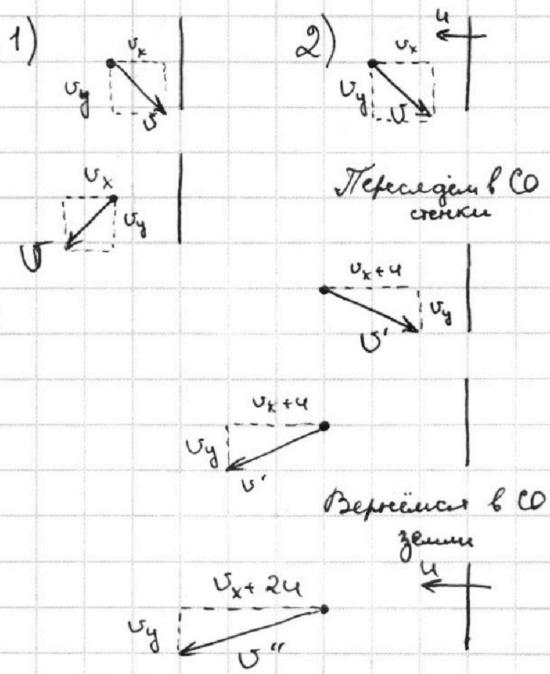
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

2. продолжение



Перед ударом



$$h+v_y t-\frac{g}{2}t^2=0$$

для первого и второго случаев $\Rightarrow$ время одинаковое:

$$v_x t = z$$

$$t(v_x+2u)=z+d \quad \ominus$$

$$d=2ut$$

При этом t — время падения мяча после отскока $\Rightarrow$ $t=t_1 \Rightarrow u=\frac{d}{2t_1}$

$$\boxed{u}=\frac{1{,}8\,м}{1{,}2\,с}=\boxed{1{,}5\,\frac{м}{с}}$$

Ответ: $h=7{,}2$ м; $t_1=0{,}6$ с; $u=1{,}5\,\frac{м}{с}$

3.

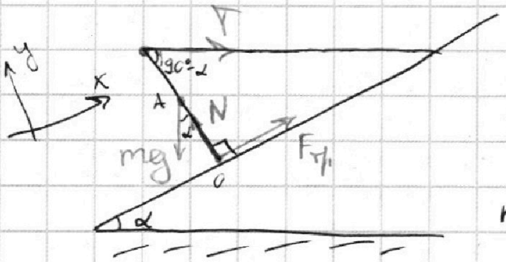
Дано:

$T = 17{,}3\ Н$

$\alpha = 30°$

$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

$\sqrt{3} \approx 1{,}73$



Пусть l – длина стержня

1) Правило моментов относительно т. О:

$$mg\,\frac{l}{2}\sin\alpha = T\cdot l\cdot\sin(90°-\alpha)$$

$$\frac{mg}{2}\sin\alpha = T\cos\alpha$$

$$m = \frac{2T\cos\alpha}{g\sin\alpha} = \frac{2T\,ctg\,\alpha}{g}$$

$$\boxed{m} = \frac{2\cdot 17{,}3Н\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{10\frac{м}{с^2}\cdot\frac{1}{2}} = 2\cdot 1{,}73кг\cdot\sqrt{3} = \boxed{6\,кг}$$

2) Правило моментов отн. т. А:

$$T\cdot\frac{l}{2}\cdot\sin(90°-\alpha) = \frac{l}{2}\cdot F_{тр} \Rightarrow F_{тр} = T\cdot\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}\,T}{2}$$

$$\boxed{F_{тр}} = \frac{\sqrt{3}\cdot 1{,}73\,Н}{0{,}2} = \boxed{15\,Н}$$

3) O_y: $\quad N = mg\cos\alpha + T\cos(90°-\alpha) = mg\cos\alpha + T\sin\alpha$

O_x: $\quad F_{тр} + T\sin(90°-\alpha) = mg\sin\alpha$

$$F_{тр} = mg\sin\alpha - T\cos\alpha$$

$F_{тр} \le \mu N$

$$\mu mg\cos\alpha + \mu T\sin\alpha \ge mg\sin\alpha - T\cos\alpha \quad |:\cos\alpha$$

$$\mu mg + \mu T\,tg\,\alpha \ge mg\cdot tg\,\alpha - T$$

$$\mu\,(mg + T\cdot tg\,\alpha) \ge mg\cdot tg\,\alpha - T$$

$$\mu \ge \frac{mg\cdot tg\,\alpha - T}{mg + T\cdot tg\,\alpha} = \frac{mg - T\cdot ctg\,\alpha}{mg\cdot ctg\,\alpha + T}$$

$$\cancel{\mu \ge \frac{6кг\cdot 10\frac{м}{с^2}}{6кг\cdot 10\frac{м}{с^2}\cdot\sqrt{3} + 17{,}3Н} \approx \frac{60Н}{60Н\cdot 1{,}73 + 17{,}3Н} = \frac{6}{7\sqrt{3}} \quad \frac{60Н}{60Н\cdot\sqrt{3} + 10Н\cdot\sqrt{3}} = \frac{6}{7\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{21} = \frac{2\sqrt{3}}{7}}$$

Ответ: $m = 6кг$; $F_{тр} = 15Н$; $\mu \ge \frac{2\sqrt{3}}{7}$

$$\mu \ge \frac{60Н - 17{,}3Н\cdot\sqrt{3}}{60Н\cdot\sqrt{3} + 17{,}3Н} \approx \frac{30Н}{1{,}73\cdot 70Н} \approx \frac{3}{7\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{7} \Rightarrow \boxed{\mu \ge \frac{\sqrt{3}}{7}}$$

Ответ: $m = 6кг$; $F_{тр} = 15Н$; $\mu \ge \frac{\sqrt{3}}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

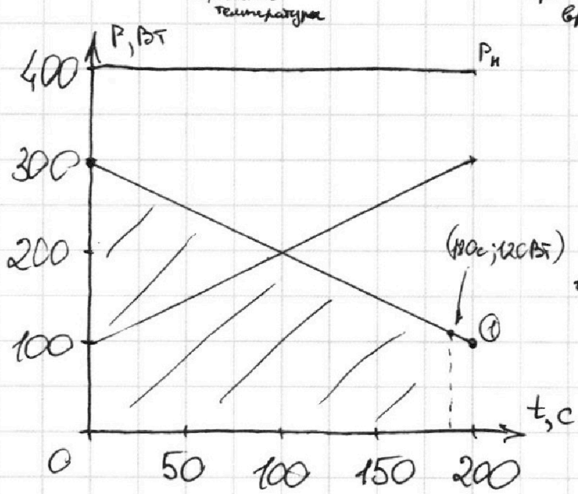
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.

Дано:
$V = 1$ л
$t_0 = 16\,^\circ C$
$R = 25$ Ом
$U = 100$ В
$\rho = 1000\ \frac{кг}{м^3}$
$c = 4200\ \frac{Дж}{кг\cdot{}^\circ C}$
$T = 180$ с

1) $\boxed{P_н} = \frac{U^2}{R} \Rightarrow \boxed{P_н = 400\ Вт}$

2) $\rho V c\, \underbrace{\Delta t}_{\text{изменение температуры}} = (P_н - P(t)) \cdot \underbrace{\Delta t}_{\text{промежуток времени}}$



Для каждого t будем вычитать из $P_н$ $P(t)$. Получим график ①. $P_н(t)$ и $P(t)$ линейные $\Rightarrow$ $\Rightarrow (P_н - P)(t)$ тоже линейный

Для мощности потерь:

$$P(t) = P_0 + kt \qquad P_0 = 100\ Вт; \quad k = 1\ \frac{Вт}{с}$$

При $t = 180$ с: $P = 100\ Вт + 1\ \frac{Вт}{с} \cdot 180\ с = 280\ Вт \Rightarrow$

$\Rightarrow$ При $t = 180$ с $(P_н - P) = 120$ Вт

Площадь под графиком $(P_н - P)(t)$ пропорциональна количеству тепла, переданного воде.

$P_{300} = 300$ Вт
$P_{120} = 120$ Вт

$$\rho V c (t_1 - t_0) = \frac{P_{300} + P_{120}}{2} \cdot T$$

$$t_1 = \frac{P_{300} + P_{120}}{2} \cdot \frac{T}{\rho V c} + t_0$$

$$\boxed{t_1} = \frac{420\ Вт}{2} \cdot \frac{180\ с}{1\frac{г}{см^3} \cdot 1000\ см^3 \cdot 4200 \frac{Дж}{кг\cdot{}^\circ C}} + 16\,^\circ C = \frac{4\cancel{2}0\ Вт \cdot 9\cancel{0}\ с}{42\cancel{00}\ \frac{Дж}{^\circ C}} + 16\,^\circ C = \boxed{25\,^\circ C}$$

Ответ: $P_н = 400$ Вт; $t_1 = 25\,^\circ C$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

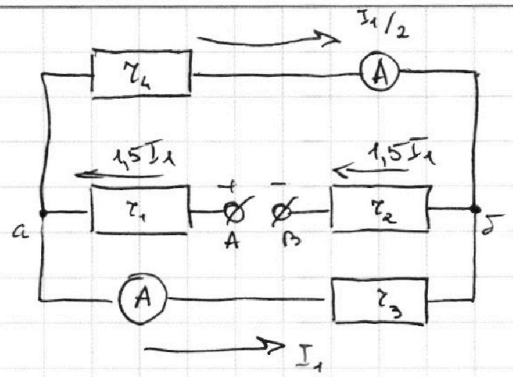
5.

Дано:

$R_1 = 30\,Ом$

$R_2 = 60\,Ом$

$I_1 = 2\,A$



Показания амперметров различны $\Rightarrow r_3 \neq r_4$

Без потери общности можно сказать, что $r_3 = R_1 = 30\,Ом$
$r_4 = R_2 = 60\,Ом$

Напряжения одинаковые; $r_3 < r_4 \Rightarrow I_1$ течёт через r_3

$U_{аб} = I_1 r_3 \Rightarrow$ через r_4 течёт вдвое меньший, чем I_1 ток.

(т. к. $r_4 = 2r_3$)

Для узла a: $1{,}5I_1 = I_1 + 0{,}5I_1$ (аналогично для б)

$I_2 = \frac{I_1}{2} \Rightarrow \boxed{I_2 = 1\,A}$

$U_{AB} = 1{,}5I_1 r_1 + I_1 r_3 + 1{,}5 I_1 r_2 = 1{,}5 I_1 (r_1 + r_2) + I_1 r_3$

$r_3 \neq r_4 \Rightarrow r_1 \neq r_2$, но при этом $r_1 + r_2$ всегда равно

$R_1 + R_2 \Rightarrow U_{AB} = I_1 R_1 + 1{,}5 I_1 (R_1 + R_2) = 2{,}5 I_1 R_1 + 1{,}5 I_1 R_2$

$P = U_{AB} \cdot 1{,}5 I_1 = 1{,}5 I_1^2 (2{,}5R_1 + 1{,}5R_2)$

$\boxed{P} = \overset{6A^2}{1{,}5 \cdot 4A^2} \cdot \overset{165\,Ом}{(75\,Ом + 90\,Ом)} = \boxed{990\,Вт}$

Ответ: $I_2 = 1A$; $P = 990\,Вт$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

4.

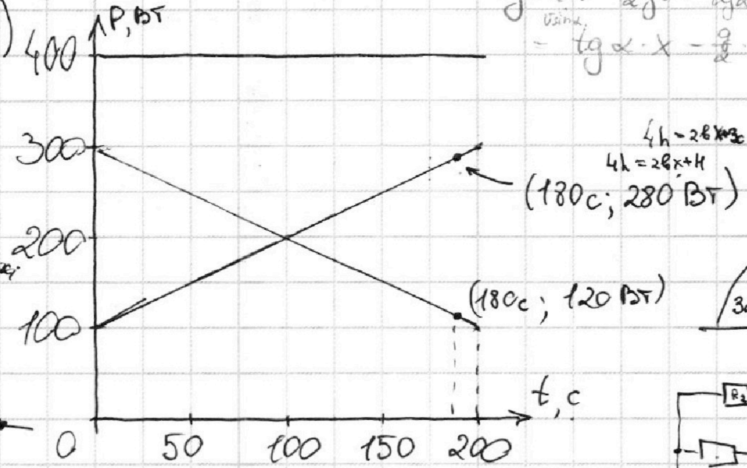
Дано:
$V = 1$ л
$t_0 = 16^\circ C$
$R = 25\ \Omega$
$U = 100$ В
$\rho = 1000\ \frac{кг}{м^3}$
$c = 4200\ \frac{Дж}{кг\cdot{}^\circ C}$

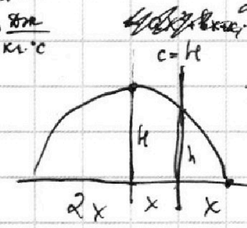
1) $P_н = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P_н = 400$ Вт

$x = v\cos\alpha\, t$

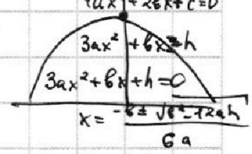
$y = v\sin\alpha\, t - \frac{1}{2}gt^2 = tg\alpha\, x - \frac{g}{2}\cdot\frac{x^2}{v^2\cos^2\alpha} =$
$= tg\alpha\cdot x - \frac{g}{2}\cdot\frac{x^2}{v^2\cos^2\alpha}$

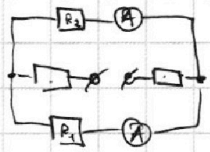
2)





$c = H$
$ax^2 + bx + c = h$
$4h = 2bx + 3c$ $4ax^2 + 2bx + c = 0$
$4h = 2bx + H$ $4ax^2 + 4bx + 4c = 4h$
$c = H$
$ax^2 + bx + c = h$
$4ax^2 + 2bx + c = 0$





Для мощности потерь:

$P(t) = P_0 + kt$ $P_0 = 100$ Вт
$k = 1\ \frac{Вт}{с}$

$\frac{130}{24}$ $\frac{13}{24}$

При $t = 180$ с: $P = 100$ Вт $+ 1\ \frac{Вт}{с}\cdot 180$ с $= 280$ Вт

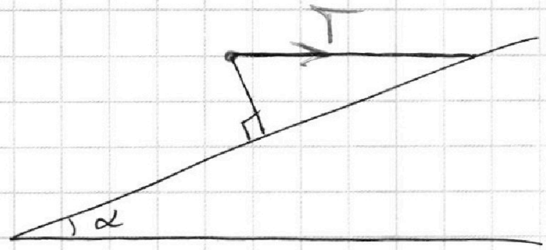
$\rho Vc(t_1 - t_0) = \tau\cdot\frac{P_{120} + P_{300}}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{\tau(P_{120} + P_{300})}{2\rho Vc} + t_0$

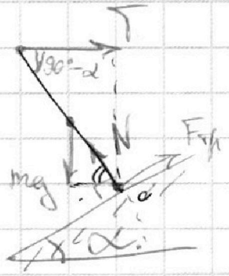
$t_1 = \frac{180 с\cdot 420 Вт}{2\cdot 1000 см^3\cdot 1\frac{г}{см^3}\cdot 4200\frac{Дж}{кг\cdot{}^\circ C}} + 16^\circ C =$

$= \frac{180\cdot 420 Дж}{2\cdot 4200 \frac{Дж}{^\circ C}} + 16^\circ C = 25^\circ C$

3.

Дано:
$T = 17{,}3$ Н
$\alpha = 30^\circ$





$1{,}73 \cdot 1{,}73 = 5{,}19 \ldots 2{,}9929$
$1{,}74 \cdot 1{,}74 = 696 + 1218 = 3{,}0276$

1) Пр. мом. отн. т. O:

$1{,}3 \cdot 24 = 52 + 26 = 312$

$mg\cdot\frac{\ell}{2}\cdot\cos(90^\circ - \alpha) = T\cdot\ell\cdot\sin(90^\circ - \alpha)$

$\frac{mg}{2}\sin\alpha = T\cos\alpha \Rightarrow m = \frac{2T\, ctg\alpha}{g}$

$m = \frac{2\cdot 17{,}3 Н\cdot\sqrt{3}}{10\frac{м}{с^2}} =$

$165 \cdot 6 = 990$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

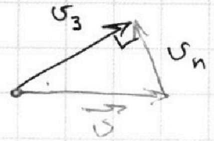
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1. продолжение

• ~~из 3)~~ $\cancel{v_n^2 = v^2 + v_2^2 - 2\cos\alpha \cdot v \cdot v_2}$

$\cancel{v_n = \sqrt{}}$



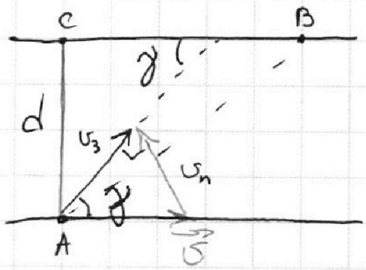
$v_3 = \sqrt{v^2 - v_n^2}$

• из 3) $v^2 - v_n^2 = 2\cos\alpha \cdot v \cdot v_2 - v_2^2 = v_2(2\cos\alpha \cdot v - v_2)$

$v_3 = \sqrt{v_2(2\cos\alpha \cdot v - v_2)}$

$\cancel{v_3 = \sqrt{}}$

$\cos\gamma = \frac{v_3}{v} = \frac{\sqrt{v_2(2\cos\alpha \cdot v - v_2)}}{v}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

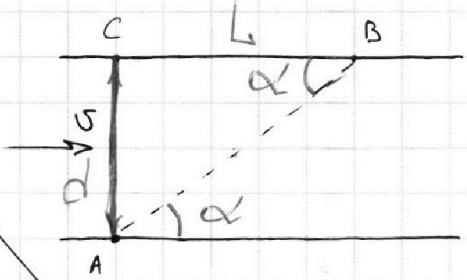
1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

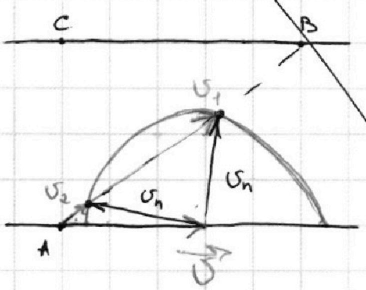
1. v_n – скорость пловца

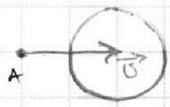
Дано:
$AC = d = 50$ м
$BC = L = 120$ м
$T_1 = 100$ с
$T_2 = 240$ с



$\vec{v_i} = \vec{v_n} + \vec{v}$

1) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$
$AB = \sqrt{L^2 + d^2}$



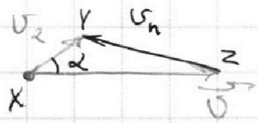


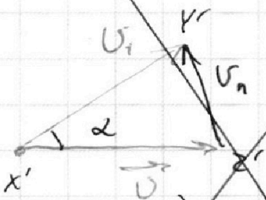
$v_1 = \frac{AB}{T_1} = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1}$

$v_2 = \frac{AB}{T_2} = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_2}$

$v_1 = \frac{130\text{ м}}{100\text{ с}} = 1{,}3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 = \frac{130\text{ м}}{240\text{ с}} = \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}$





Теорема косинусов $\triangle XYZ$:

3) $-2\cos\alpha\, v v_2 + v^2 + v_2^2 = v_n^2$

Теорема косинусов $\triangle X'Y'Z'$ $\cos\alpha = \frac{L}{d}$

4) $-2\cos\alpha\, v v_1 + v^2 + v_1^2 = v_n^2$

$v_n^2 = \cancel{v^2} + v_2^2 - 2\cos\alpha \cdot v v_2 = \cancel{v^2} + v_1^2 - 2\cos\alpha\, v v_1$

$v_2^2 - v_1^2 = 2\cos\alpha\, v (v_2 - v_1)$

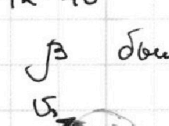
$(v_2 + v_1) = 2\cos\alpha\, v$

$v = \frac{v_1 + v_2}{2\cos\alpha} = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \frac{d}{L}$

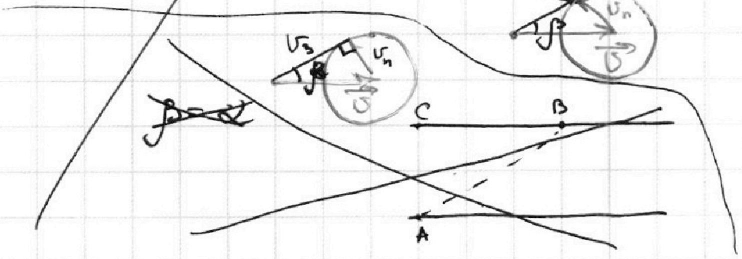
$v = \frac{1{,}3\frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{13}{24}\frac{\text{м}}{\text{с}}}{2} \cdot \frac{5}{12} = \frac{31{,}2\frac{\text{м}}{\text{с}} + 13\frac{\text{м}}{\text{с}}}{48} \cdot \frac{5}{12} =$

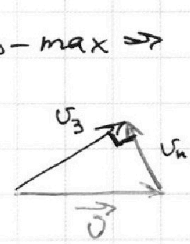
$= \frac{44{,}2\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 5}{12 \cdot 48} = \frac{221\frac{\text{м}}{\text{с}}}{12 \cdot 48} = \frac{221\frac{\text{м}}{\text{с}}}{144 \cdot 4} = \frac{221}{576} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Нужно, чтобы угол β был максимальным, чтобы снос был минимальным



$\beta - max \Rightarrow v \perp v_n$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

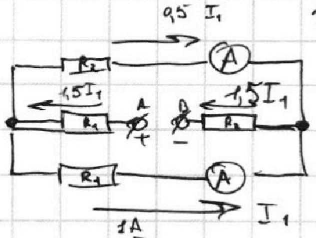
1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

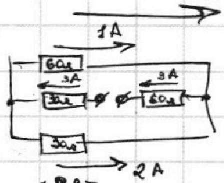
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

5.
Дано:
$R_1 = 30\,Ом$
$R_2 = 60\,Ом$
$I_1 = 2A$



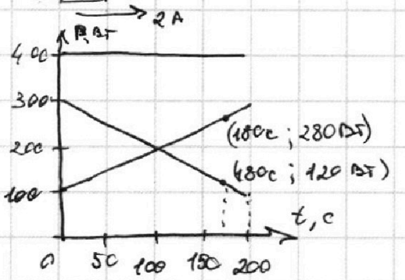


1) $I_2 = 1A$

2) $P = 1{,}5 I_1 \cdot (2{,}5 I_1 R_1 + 1{,}5 I_1 R_2) =$
$= 1{,}5 I_1^2 (2{,}5 R_1 + 1{,}5 R_2)$

$P = \underbrace{1{,}5 \cdot 4A^2}_{6A^2} \cdot \underbrace{(75\,Ом + 90\,Ом)}_{165\,Ом} = 990\,Вт$

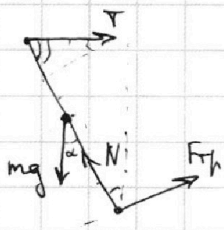
4.
Дано:
$V = 1л$
$t_1 = 16°C$
$R = 25\,Ом$
$U = 100\,В$



$P_H = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P_H = \frac{10000\,В^2}{25\,Ом} = \cancel{}\ 400\,Вт$

$t_1 = 16°C + \frac{18\cancel{0}с \cdot 21\cancel{0}Вт}{1кг \cdot 42\cancel{00}\frac{Дж}{кг\cdot°C}} = 25°C$

3.
Дано:
$T = 17{,}3H$
$\alpha = 30°$



1) $mg\frac{\cancel{l}}{2} \cdot \sin\alpha = T \cdot \cancel{l} \cdot \cos\alpha$

$m = \frac{2T\,ctg\,\alpha}{g} \Rightarrow m = 6\,кг$

2) $F_{тр} \frac{\cancel{l}}{2} = \frac{\cancel{l}}{2} \cancel{\cos}\alpha\, T$

$F_{тр} = 10H \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15H$

α $N = mg\cos\alpha + T\sin\alpha$

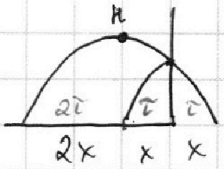
3)

$F_{тр} = mg\sin\alpha - T\cos\alpha$

$\mu N \geq F_{тр} \Rightarrow \mu \geq \frac{F_{тр}}{N} \Rightarrow \mu \geq \frac{mg\sin\alpha - T\cos\alpha}{mg\cos\alpha + T\sin\alpha} = \frac{mg\,tg\alpha - T}{mg + T\,tg\alpha}$

$\mu \geq \frac{60H \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} - 17{,}3H}{60H + 17{,}3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{20\sqrt{3} - 10\sqrt{3}}{60 + 10} = \frac{10\sqrt{3}}{70} = \frac{\sqrt{3}}{7}$

2.
Дано:
$h = 5{,}4м$



$h = v_y 3\tau - 4{,}5g\tau^2$
$H = v_y 2\tau - 2g\tau^2$
$0 = v_y 4\tau - 8g\tau^2 \Rightarrow v_y = 2g\tau$

$h = 1{,}5g\tau^2$
$H = 2g\tau^2$ $\Rightarrow H = \frac{4}{3}h \Rightarrow \boxed{H = 7{,}2м}$

$t_1 = \tau = \sqrt{\frac{h}{1{,}5g}} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{10{,}8м}{30\frac{м}{с^2}}} = \sqrt{0{,}36\,с^2} = 0{,}6с$

$h + v_y\tau' - g\tau'^2 = 0$

$d = 2u \cdot \tau \Rightarrow u = \frac{1{,}8м}{1{,}2с} = 1{,}5\frac{м}{с}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

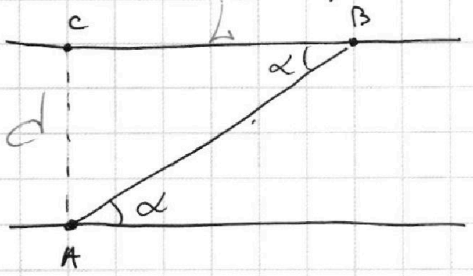
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

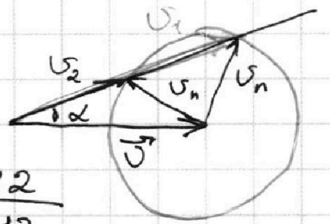
1.

Дано:
$d=50$ м
$L=120$ м
$T_1=100$ с
$T_2=240$ с



$$1)\ v_1=\frac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_1}\Rightarrow v_1=\frac{130\text{ м}}{100\text{ с}}=1{,}3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2=\frac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_2}\Rightarrow v_2=\frac{130\text{ м}}{240\text{ с}}=\frac{13}{24}\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



$$v^2+v_2^2-2\cos\alpha\, v v_2=v_n^2$$
$$v^2+v_1^2-2\cos\alpha\, v v_1=v_n^2$$
$$v_2^2-2\cos\alpha\, v v_2=v_1^2-2\cos\alpha\, v v_1$$
$$2\cos\alpha\, v(v_1-v_2)=v_1^2-v_2^2$$
$$2\cos\alpha\, v=v_1+v_2$$
$$v=\frac{v_1+v_2}{2\cos\alpha}=\frac{13}{24}(v_1+v_2)$$

$$\cos\alpha=\frac{12}{13}$$

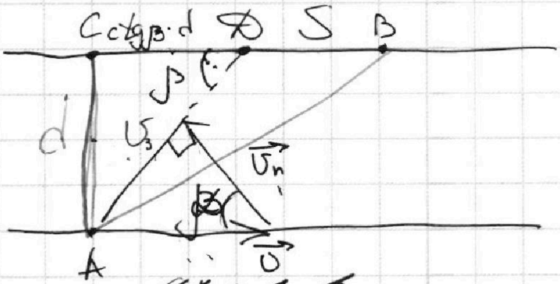
$$v=\frac{13}{24}\cdot\left(\frac{13}{10}+\frac{13}{24}\right)=\frac{13^2}{24}\cdot\frac{34}{240}=\frac{13^2\cdot 34}{24\cdot 240}=\frac{13^2\cdot 17}{12\cdot 240}=$$
$$=\frac{169\cdot 17}{12\cdot 240}=\frac{2873}{2880}$$

$169\cdot 17$: 1183, 169, 2873

$24\cdot 24$: 96, 48, 576

$24\cdot 12$: 48, 24, 288

$221\cdot 13$: 663, 221, 2873



$$\sin\beta=\frac{v_3}{v}=\frac{\sqrt{v^2-v_n^2}}{v}=\sqrt{1-\left(\frac{v_n}{v}\right)^2}=$$
$$=\sqrt{1-\frac{v^2+v_2^2-\frac{24}{13}vv_2}{v^2}}=\sqrt{\frac{24}{13}\cdot\frac{v_2}{v}-\left(\frac{v_2}{v}\right)^2}=$$
$$=\sqrt{\frac{\cancel{24}}{\cancel{13}}\cdot\frac{\cancel{13}}{\cancel{24}}\cdot\frac{2880}{2873}-\left(\frac{\cancel{13}}{\cancel{24}\cdot\frac{2873}{2880}}\right)^2}=$$
$$=\sqrt{\frac{2880}{2873}-\frac{120}{13\cdot 17}}=\sqrt{\frac{2624}{2873}}$$

$2873=13^2\cdot 17$
$2880=12\cdot 240$

$12\cdot 13$: 36, 12, 156

$$\cos\beta=\sqrt{1-\frac{2624}{2873}}=\sqrt{\frac{249}{2873}}$$

$2873-2624=249$

$$\operatorname{ctg}\beta=\frac{\cos\beta}{\sin\beta}=\sqrt{\frac{249}{\cancel{2873}}\cdot\frac{\cancel{2873}}{2624}}=\sqrt{\frac{249}{2624}}$$

$249=3\cdot 83$
$2624=4\cdot 656=8\cdot 328=16\cdot 164$

$$120-50\cdot\sqrt{\frac{249}{2624}}$$

$32\cdot 82=64\cdot 41$