МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 12

1. [4 балла] Решите неравенство

$$\left|x^3-9\right|+\left|x^2-1\right| \leqslant \left|x^3-x^2-8\right|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a;b;c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $5^{360}\cdot 7^{90}$?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x;y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y-3)-x(11y-34)+32y-101=0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω. Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC. Прямые ED и CF пересекаются в точке G, принадлежащей Ω. Найдите углы треугольника ABC, если известно, что площадь треугольника BCF в 25 раз больше площади треугольника DGF.

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y=-x^5+ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y=2x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа a, b и c не все равны между собой, и при этом

$$a+\frac{7}{b}=b+\frac{7}{c}=c+\frac{7}{a}.$$

Найдите максимально возможное значение произведения abc.

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC ($AB=BC$) вписан в окружность ω, а на дуге AC, не содержащей точку B, взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F. На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX=CF$ и $CY=AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXFY$, если $BF=19$, $XY=36$.

Задача 1.

$x^3-9=0 \Rightarrow x=\sqrt[3]{9}$: $x^3-9\geqslant 0$ при $x\geqslant\sqrt[3]{9}$ и $x^3-9<0$ при $x<\sqrt[3]{9}$.

$x^2-1=0 \Rightarrow (x-1)(x+1)=0$ $\quad + \;\; -1 \;\; - \;\; 1 \;\; + \quad x$ $\quad x^2-1\geqslant 0$ при $x\in(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$ и

$x^2-1<0$ при ~~x~~ $-1<x<1$.

При $x\leqslant 0$, $x^3-x^2-8<0$. В некоторый момент $f(x)=x^3$ начинает расти быстрее, чем $g(x)=x^2+8 \Rightarrow f(x)-g(x)\geqslant 0 \Rightarrow x^3-x^2-8\geqslant 0$, где $x\geqslant x_0$, $f(x_0)=g(x_0)$, т.е. корень $x^3-x^2-8=0$ единственный.

При $x=2{,}3$: $x^3-x^2-8=-1{,}123$, т.е. $x_0>2{,}3$, т.к. $2{,}3^3=12{,}167>\sqrt[3]{8}\;9 \Rightarrow$
$\Rightarrow \sqrt[3]{9}<2{,}3$, т.е. $x_0>\sqrt[3]{9}$.

нули функций

$-1 \quad 1 \quad \sqrt[3]{9} \quad x_0 \quad x$

x^3-9	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
x^2-1	$+$	$-$	$+$	$+$	$+$
x^3-x^2-8	$-$	$-$	$-$	$-$	$+$

знаки функций на промежутках знакопостоянства

Выбираем корни на рассматриваемом промежутке

(1) $x<-1$:
$-\cancel{x^3}+9+\cancel{x^2}-1\leqslant-\cancel{x^3}+\cancel{x^2}+8$
$8\leqslant 8$
$x<-1$ – решение нер-ва!

(2) $-\cancel{x^3}+9-x^2+1\leqslant-\cancel{x^3}+x^2+8$; $x\in[-1;1)$
$2x^2-2\geqslant 0$
$2(x-1)(x+1)\geqslant 0$ $\quad + \;\; - \;\; +$
~~$x\in[-1;1)$ – решение нер-ва!~~
$x=-1$ – решение нер-ва!

(3) $1\leqslant x<\sqrt[3]{9}$
$-\cancel{x^3}+9+\cancel{x^2}-1\leqslant-\cancel{x^3}+\cancel{x^2}+8$
$8\leqslant 8$
$x\in[1;\sqrt[3]{9})$ – решение нер-ва!

(4) $\sqrt[3]{9}\leqslant x<x_0$
$x^3-9+\cancel{x^2}-1\leqslant -x^3+\cancel{x^2}+8$
$2x^3\leqslant 18 \Rightarrow x^3\leqslant 9 \Rightarrow x\leqslant\sqrt[3]{9}$
$x=\sqrt[3]{9}$ – решение нер-ва!

(5) $x\geqslant x_0$
$\cancel{x^3}-9+x^2-1\leqslant\cancel{x^3}-x^2-8$
$2x^2-2\leqslant 0 \Rightarrow (x-1)(x+1)\leqslant 0$
$x\in[-1;1]$, $x_0>1$
$x\in\varnothing$ для нер-ва на этом участке.

Собирая все полученные решения:

$x\in(-\infty;-1]\cup[1;\sqrt[3]{9}]$.

Ответ: $x\in(-\infty;-1]\cup[1;\sqrt[3]{9}]$.

Задача 2.

$a = a$, $b = aq$, $c = aq^2$, q - знаменатель геом прогрессии, пусть $q > 1$

Тогда $abc = a^3q^3 = 5^{360} \cdot 7^{90} \Rightarrow aq = 5^{120} \cdot 7^{30}$; $a; q > 0$.

При $q > 1$: для $a = \cancel{5^{120-n}}\, 5^n \cdot 7^k$ найдётся уникальное и единственное $q = 5^{120-n} \cdot 7^{30-k}$, т.е. кол-во таких пар $(a;q)$ соответствует кол-ву вариантов задать n и k, где $0 \le n \le 120$; $0 \le k \le 30 \Rightarrow$ таких комбинаций $121 \cdot 31 - 1 = 3750$ шт. т.к. $q \neq 1$, при чём пара $(a;q)$ задаёт уникальную единственную прогрессию $\Rightarrow$ таких прогрессий 3751 шт. Заметим, что a - натуральное, т.е. и $q \in N$.

При $q < 1$: будем говорить, что $q_x = \frac{1}{q}$, где $q > 1$. $\Rightarrow abc = \frac{a^3}{q^3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{a}{q} = 5^{120} \cdot 7^{30}$, при чём $a \,\vdots\, q^2$, т.к. $c \in N$, т.е. $a = kq^2 \Rightarrow \frac{a}{q^2} kq = 5^{120} \cdot 7^{30}$,

~~т.е. $q \in [1; 5^{120} \cdot 7^{30}$~~ $(5^{120} \cdot 7^{30}) \,\vdots\, q$, т.е. $q \in (1; 5^{120} \cdot 7^{30}]$

$\frac{a^3}{q^3} = 5^{360} \cdot 7^{90} \Rightarrow a = q\sqrt[3]{5^{360} \cdot 7^{90}} = q \cdot 5^{120} \cdot 7^{30}$

$abc = kq^2 \cdot kq \cdot k = k^3q^3 \Rightarrow kq = \cancel{5^{120}}\, 5^{120} \cdot 7^{30}$. Аналогично первому варианту получаем ~~3751~~ 3750 вариаций для $(kq; q)$. При чём все пары уникальн

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0$

При $y \neq 3$ мы имеем квадратное ур-ие от-но x:

$y=3$: $-x\cdot(-1) + 96 - 101 = 0 \Rightarrow x = 5$. Есть пара $(3;5)$.

Запишем Теорему Виета:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{11y-34}{y-3} \\ x_1 x_2 = \frac{32y-101}{y-3} \end{cases}$

Поскольку корни целые, числитель делится на знаменатель в обоих случаях.

$11y - 34 = 11(y-3) - 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 11 - \frac{1}{y-3}$

$32y - 101 = 32(y-3) - 5 \Rightarrow x_1 x_2 = 32 - \frac{5}{y-3}$

$\frac{1}{y-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \cancel{y-3} \left[\begin{array}{l} y-3=1 \\ y-3=-1 \end{array}\right.$

Условия выполн-ся одновременно для дробей:

$\frac{5}{y-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y-3=5 \\ y-3=-5 \\ y-3=1 \\ y-3=-1 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} y-3=1 \\ y-3=-1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=4 \ \checkmark \\ y=2 \ \checkmark \end{array}\right.$

При $y=4$: $x^2 - 10x + 27 = 0$; $D = 100 - 27\cdot 4 \overset{<}{\leq} 0 \Rightarrow$ нет к.

При $y=2$: $-x^2 + 12x - 37 = 0$; $D = 144 - 4\cdot 37 < 0 \Rightarrow$ нет к.

Т.е пара $(3;5)$ единственная ~~имеет~~ дающая целые корни.

Ответ: $(3;5)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$EC = EG = 7l$

Для $\triangle ADE$: $\frac{7l}{\sin(\gamma+2\alpha)} = \frac{5l}{\sin\gamma} \Rightarrow \frac{\sin\gamma}{\sin(\gamma+2\alpha)} = \frac{5}{7}$

$\frac{\sqrt{7}\,\sin\gamma}{\sin(\gamma+2\alpha)} = \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} \Rightarrow \sqrt{7}\sin\alpha = \cancel{\sin\gamma\cos 2\alpha +} \sin(\gamma+2\alpha)$

(медиана EG)

Рассмотрим $\triangle AGC$: $AE = EC = GE = 7l \Rightarrow \angle AGC = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow AC$ – диаметр $\Rightarrow E$ – центр опис окр. $\Rightarrow \angle ABC = 90°$

$\sin\angle BAC = \sin\gamma = \frac{BC}{AC} = \frac{10l}{14l} = \frac{5}{7} \Rightarrow \angle BAC = \arcsin\left(\frac{5}{7}\right)$

~~sin~~

$\sin\angle ACB = \cos\angle CAB$, по ОТТ: $\sin\angle ACB = \sqrt{1-\sin^2\angle BAC} = \sqrt{1-\frac{25}{49}} = \sqrt{\frac{24}{49}} =$

$= \frac{\sqrt{24}}{7} = \frac{2}{7}\sqrt{6} \Rightarrow \angle ACB = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{6}}{7}\right)$

Ответ: $\angle ABC = 90°$; $\angle CAB = \arcsin\left(\frac{5}{7}\right)$; $\angle ACB = \arccos\left(\frac{5}{7}\right)$.

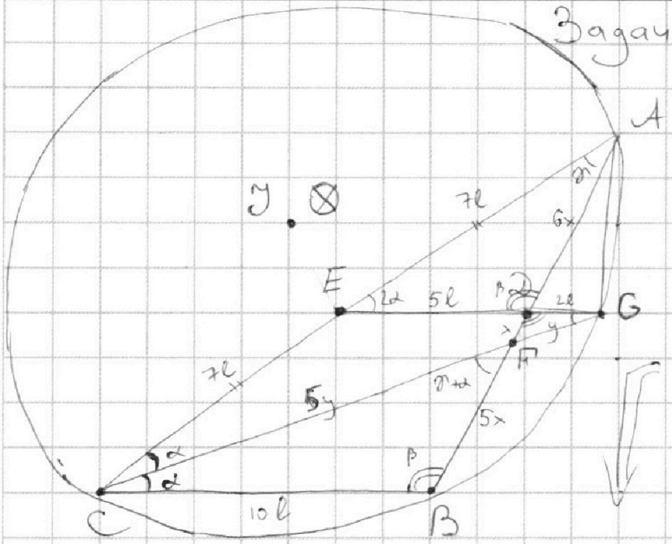
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.



$\angle ACG = \angle GCB$ (CF - биссектр)

~~$\angle EGC = \angle$~~

$\angle GCB = \angle EGC$ (н/л при $EG \parallel BC$, т.к. ED - ср.линия $\triangle ABC$)

$\angle ABC = \angle ADE$ (соответств. при $ED \parallel AC$) $\Rightarrow \angle ADE = \angle FDG$ (вертик.)

$\triangle FBC \sim \triangle FDG$ (по двум углам)

$\frac{S_{BCF}}{S_{DGF}} = k^2 = 25 \Rightarrow k = 5$; $BF = 5x$, $DF = x$; $CF = 6y$, $GF = y$.

$AD = BD = 6x$.

Для хорд GC и AB: $FG \cdot CF = BF \cdot AF \Rightarrow y \cdot 5y = 5x \cdot 7x \Rightarrow$

$\Rightarrow 5y^2 = 35x^2 \Rightarrow y^2 = 7x^2 \Rightarrow \frac{y}{x} = \sqrt{7}$

$BC = 10l$; $ED = 5l$ (ср.линия), $DG = 2l$ (из подобия).

~~Для хорд~~ $\angle ACB = 2\alpha$, $\angle ACG = \angle GCB = \alpha$, $\angle CAB = \gamma$, $\angle CBA = \beta$

Из суммы углов в $\triangle FCB$ и $\triangle ABC \Rightarrow \angle CFB = \gamma + \alpha$

По теореме синусов для $\triangle ABC$: $\frac{BC}{\sin\gamma} = \frac{AB}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{10l}{\sin\gamma} = \frac{12x}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{5l}{\sin\gamma} = \frac{6x}{\sin 2\alpha}$

По теореме синусов для ~~$\triangle CFB$: $\frac{BF}{\sin\alpha}$~~ $\triangle AED$: $\frac{AD}{\sin 2\alpha} = \frac{ED}{\sin\gamma} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{6x}{\sin 2\alpha} = \frac{5l}{\sin\gamma} \Rightarrow$ ~~$\sin\gamma = \sin(\gamma+\alpha)$~~ Для $\triangle AFC$: $\frac{5y}{\sin\gamma} = \frac{7x}{\sin\alpha} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{5y}{7x} = \frac{5\sqrt{7}x}{7x} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$. Для $\triangle DFG$: $\frac{x}{\sin\alpha} = \frac{2l}{\sin(\gamma+\alpha)}$

$\frac{\sin 2\alpha}{\sin\gamma} = \frac{6x}{5l}$; ~~Для $\triangle$~~ $\triangle ECG$ - равнобедренный (углы при основании равны)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

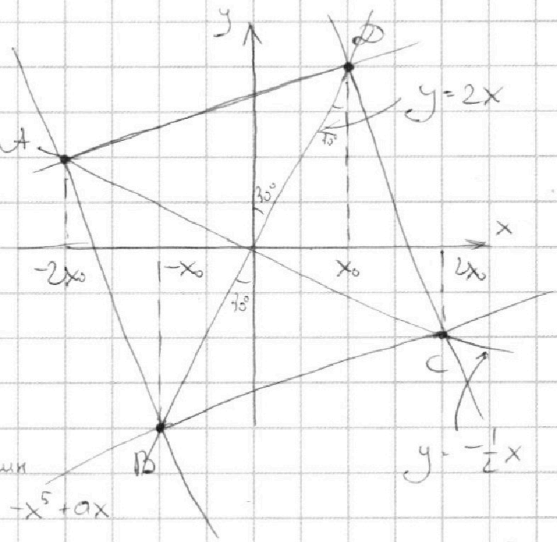
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 5.

$y = -x^5 + ax$



Пусть вершина B имеет координату $-x_0 = x_B$, $x_0 = x_D$ (из симметрии).

$AC \in f(x) = -\frac{1}{2}x$, т.к. $AC \perp BD$.

Тогда $x_A = -2x_0$, $x_C = 2x_0$.

$$\begin{cases} B: & -x_0^5 + ax_0 = -2x_0 \quad (1) \\ D: & x_0^5 - ax_0 = 2x_0 \quad (2) \\ C: & -(2x_0)^5 + 2ax_0 = -\frac{1}{2}\cdot 2x_0 \quad (3) \\ A: & (2x_0)^5 - 2ax_0 = \frac{1}{2}\cdot 2x_0 \quad (4) \end{cases}$$

Условия попадания вершин на график $y = -x^5 + ax$

$\cancel{x_0}$ $x_0^5 = (a+2)x_0$ (1), (2) $\qquad (3)/(1):\ 2^5 = \frac{2a+1}{a+2} \Rightarrow \cancel{2a+4 = 2a+1}$

$(2x_0)^5 = x_0(2a+1)$ (3), (4) $\qquad 32a + 64 = 2a+1 \Rightarrow 30a = +65 \Rightarrow a = +\frac{65}{30} = \frac{13}{6}$

$x_0^4 = a+2 \Rightarrow x_0 = \sqrt[4]{a+2} = \sqrt[4]{+\frac{65}{30}+2} = \cancel{\sqrt[4]{-a}}\ \sqrt[4]{\frac{5}{30}} = \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$

Ответ: $a = \frac{13}{6}$; $l_{CT} = \sqrt[4]{\frac{32}{3}}$.

~~Сторона AB~~ Диагональ $d = 2\cdot 2x_0 = 4x_0$; $l_{CT} = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{4x_0}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}x_0 =$

$= 2\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{6}} = \sqrt[4]{\frac{64}{6}} = \sqrt[4]{\frac{32}{3}}$

Задача 6.

$$a + \frac{7}{b} = b + \frac{7}{c}$$

$$a = b - \frac{7}{b} + \frac{7}{c} = \frac{bc - 7c + 7b}{bc}$$

$$b + \frac{7}{c} = c + \frac{7}{a} \Rightarrow b = c + \frac{7}{a} - \frac{7}{c} = \frac{ac + 7c - 7a}{ac}$$

$$c + \frac{7}{a} = a + \frac{7}{b} \Rightarrow c = a + \frac{7}{b} - \frac{7}{a} = \frac{ab + 7a - 7b}{ab}$$

$$\underbrace{\frac{bc - 7c + 7b}{bc}}_{a} + \frac{7}{b} = \underbrace{\frac{ab + 7a - 7b}{ab}}_{c} + \frac{7}{a}$$

$$\frac{bc + 7b}{bc} = \frac{ab + 7a}{ab} \Rightarrow 1 + \frac{7}{c} = 1 + \frac{7}{b} \Rightarrow \frac{7}{c} = \frac{7}{b} \Rightarrow b = c$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x^2(y-3)-x(11y-34)+32y-101=0$

$32y=101$ $y=\frac{101}{32}$

$x^2y-3x^2-11xy+34x+32y-101=0$

x^2-5x+4

1 4

$xy-3x-11y+34+32\frac{y}{x}-\frac{101}{x}=0$

$x_1x_2=-\frac{b}{a}$

$x_1x_2=\frac{c}{a}$

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$

$x_1x_2=\frac{32y-101}{y-3}=\frac{32(y-3)-5}{y-3}=32-\frac{5}{y-3}$

$x_1+x_2=\frac{c}{a}$

$x_1+x_2=\frac{11y-34}{y-3}=\frac{11(y-3)-1}{y-3}=11$

$x(33y-34)+32y3-101=0$

$32y-101 \,|\, y-3$

$-\;32y-96 \quad 32$

-5

$(32y-101):(y-3)$

$(11y-34):(y-3)$

$\frac{a\alpha^3}{\beta^7}=5^{10}\cdot7^{30}$

$32y-101=32(y-3)-5$

$11y-34=11(y-3)-1$

$y=4$

$\frac{\alpha}{\beta}$ a $\frac{a\alpha}{\beta}$ $\frac{a\alpha}{\beta^2}$

$y-3=-1$

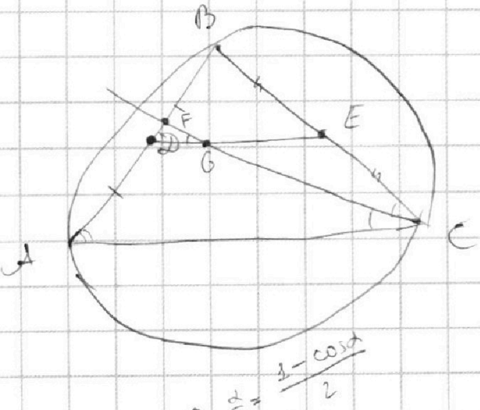
$y=2$

$-22-34=-56$

$5:(y-3)$

$\left[\begin{array}{l} y-3=1 \\ y-3=5 \\ y-3=-5 \\ y-3=-1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} y=4 \\ y=8 \\ y=-2 \\ y=2 \end{array}\right.$

$\frac{5\sqrt{7}x}{7x}$



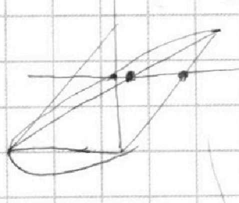
$\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}=\frac{5\sqrt{7}}{7}$

$1:(y-3)$

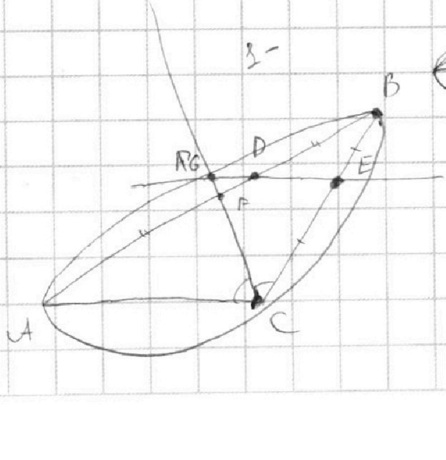
$\sin\alpha=\frac{\sin2\alpha}{2\cos\alpha}$

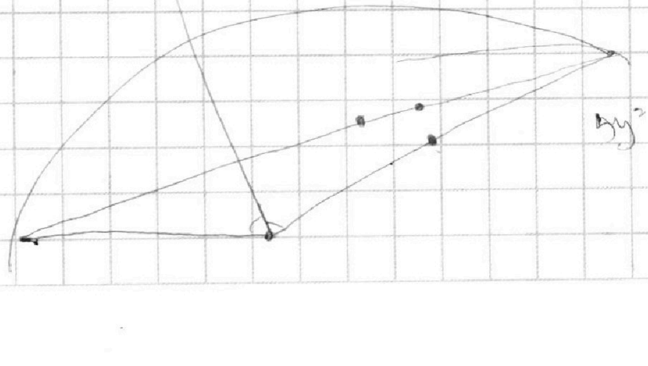
$\left[\begin{array}{l} y-3=1 \\ y-3=-1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} y=4 \\ y=2 \end{array}\right.$

$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$



$1-$





$3y=\frac{5\sqrt{7}x}{7x}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$|x^3-9| + |x^2-1| \le |x^3-x^2-8|$

$|f(x)| + |g(x)| \le |k(x)|$

$(x^3-9)^2 = x^6 - 18x^3 + 81$

$(x^2-1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$

$(x^3-x^2-8)^2 = (x^2(x-1)-8)^2 =$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} |f(x)| + |g(x)| \le x^3-x^2-8 \\ x^3-x^2-8 \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} |f(x)| + |g(x)| \le -x^3+x^2+8 \\ x^3-x^2-8 < 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

$|f(x)| + |g(x)| \le k(x)$

$x^3-9 \ge 0 \Rightarrow x^3 \ge 9 \Rightarrow x \ge \sqrt[3]{9} \Rightarrow x \ge \sqrt[3]{9}$

$(x^2-1)(x+1) \ge 0 \Rightarrow x = \pm 1$

$x^3 - x^2 - 8 = 0$

$x^2(x-1) - 8 = 0$

$-1 \quad 1 \quad \sqrt[3]{9}$

$k^3 q^3 = abc$ $\quad 2^3 = 8$ $\quad \sqrt[3]{9} > 2$

$k^3 = \frac{abc}{q^3}$

$0 \to -8$

$-1 \to -10$

$1 \to -8$

$2 \to -4$

$x < -1$

$-\cancel{x^3} + 9 + \cancel{x^2} - 1 \le -\cancel{x^3} + \cancel{x^2} + 8$

$8 \le 8$

$\underline{x < -1}$

$x^3 - 2^3 = (x-2)(x^2+2x+4) = (x-2)(x+1)^2 - x^2 = 0$

$x^3 - x^2 - 8 = 0$

$-(x^3+8) - (x^2+16)$

$x^3 - x^2 - 8 = 0$

$\frac{4}{5}$

a, aq, aq^2

$a, \frac{a}{3}, \frac{a}{9}$

$a, \frac{a}{q}, \frac{a}{q^2}$

$5^{360} \cdot 7^{90} = (aq)^3$

$a = kq^2$

$12,167 - 5,29 = 6,877$

$8,000 - 6,877 = 1,123$

$\frac{a}{q} = 5^{120} \cdot 7^{30}$

$a = q\sqrt[3]{abc}$

$aq = 5^{120} \cdot 7^{30}$

$\frac{a^3}{q^3} = 5^{120} \cdot 7^{30}$

$5^n \cdot 7^k \to 5^{120-n} \cdot 7^{30-k}$

$a \cdot \frac{a}{q} \cdot \frac{a}{q}$

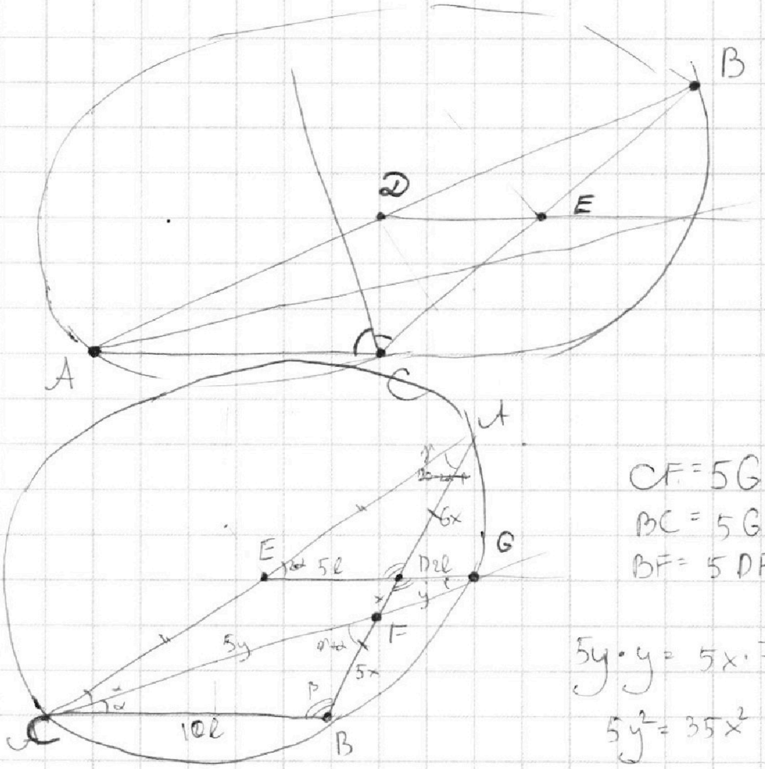
$\frac{a^3}{8} = \frac{a^3}{8}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$-x_0^5 + ax_0 = 2x_0$

$-2^5 x_0^5 + 2ax_0 = -x_0$

$\frac{10l}{\sin(\gamma+\alpha)} = \frac{12x}{\sin 2\alpha}$

$-x_0^5 = x_0\left(\frac{a-2}{2-a}\right)$

$-2^5 x_0^5 = -x_0(2a+1)$

$\frac{5l}{\sin\gamma} = \frac{6x}{\sin 2\alpha}$

$2^5 = \frac{2a+1}{a-2}$

$\sin(\gamma+\alpha) = \sin\gamma$

$32a - 64 = 2a+1$

$30a = 65$

$CF = 5GF$

$BC = 5GD$

$BF = 5DF$

$5y \cdot y = 5x \cdot 7x$

$5y^2 = 35x^2$

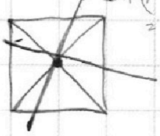
$\frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt7}$

$\frac{5x}{\sin\alpha} = \frac{10l}{\sin(\gamma+\alpha)}$

$2^4 \cdot 2^2 = 2^6$

$\begin{cases} \frac{x}{\sin\alpha} = \frac{2l}{\sin(\gamma+\alpha)} \\ \frac{6x}{\sin(2\alpha)} = \frac{5l}{\sin\gamma} \end{cases}$

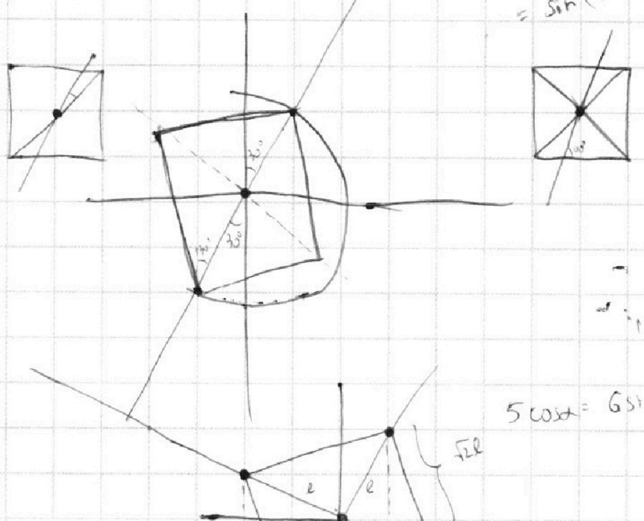
$\sin(\gamma+\alpha) =$
$= \sin\gamma\cos\alpha + \cos\gamma\sin\alpha$



$\sin\gamma = \sin(180 - \gamma - 2\alpha) =$
$= \sin(\gamma + 2\alpha)$

$\frac{5y}{\sin\gamma} = \frac{7x}{\sin\alpha}$

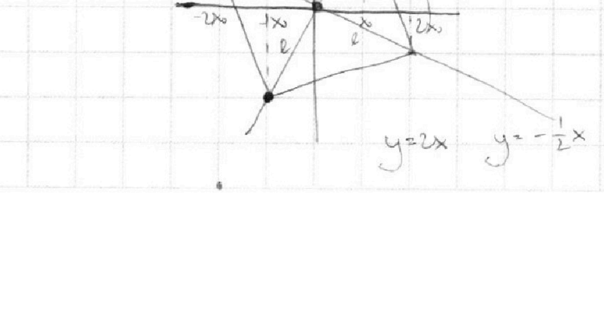
$2^4 \cdot \frac{2}{2} = 2^6 = 64$



$\frac{\sin 2\alpha}{\sin\gamma} = \frac{6x}{5l}$

$\frac{x}{l} = \frac{5\sin 2\alpha}{6\sin\gamma}$

$\frac{x}{l} = \frac{2\sin\alpha}{\sin(\gamma+\alpha)}$



$5\cos\alpha = 6\sin\gamma(\sin(\gamma+\alpha))$

$\sin\gamma\cos\alpha + \sin\alpha\cos\gamma$

$\frac{5\sin 2\alpha}{6\sin\gamma} = \frac{2\sin\alpha}{\sin(\gamma+\alpha)}$

$\frac{5\cos\alpha}{6\sin\gamma} = \frac{1}{\sin(\gamma+\alpha)}$