



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Решите уравнение

$$5 \operatorname{tg} 2x - 1 = \operatorname{tg} \left(x - \frac{3\pi}{4} \right).$$

2. [4 балла] Сколько существует троек целых чисел $(a; b; c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $2^{90} \cdot 19^{90}$?

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\ln^2(x+3) - (x+2)\ln(3x+9) + (\ln 3)\ln(x+3) \geq 0.$$

4. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y = \frac{x^3}{4} + ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y = \frac{2x}{5}$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и площадь квадрата.

5. [6 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω . Точки D и E – середины сторон AC и AB соответственно, CF – биссектриса треугольника ABC . Лучи DE и CF пересекаются в точке G , принадлежащей Ω . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что $\frac{CF}{DF} = \frac{2}{11}$.

6. [5 баллов] Числа x , y и z не все равны между собой, и при этом

$$x^3 + \frac{6}{y^3} = y^3 + \frac{6}{z^3} = z^3 + \frac{6}{x^3}.$$

Найдите минимально возможное значение произведения xyz .

7. [6 баллов] В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит четырёхугольник $ABCD$, в котором $AB = BC = 5$, $AD = DC = \sqrt{10}$, $AC = 2\sqrt{5}$. Ребро SD – высота пирамиды. Известно, что $SA + SB = 5 + 2\sqrt{5}$. Найдите:

а) объём пирамиды;

б) радиус шара, касающегося граней $ABCD$, SAB , SBC и ребра SD .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Проверка:

$$\tan 2x - 1 = \tan \left(x - \frac{3\pi}{4} \right)$$

$$\tan^3 x - \tan^2 x - \tan x - 1 = 0$$

$$\tan \cdot \frac{2 + \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\sin x + \cos x}{-\sin x + \cos x} = \frac{\tan x + 1}{-\tan x + 1}$$

$$\tan \cdot \frac{2 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{-\frac{1}{2} + 1} \quad \tan x = t$$

$$\tan \cdot \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{-\frac{1}{2} + 1}$$

$$\left(2 - \frac{1}{2}\right) \left(t + \frac{1}{2}\right) \quad t = \tan x$$

$$\tan \cdot 2t = \frac{t+1}{1-t} \Rightarrow 10t = (t+1)^2$$

$$10t = t^2 + 2t + 1$$

$$t^2 - 8t + 1 = 0$$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4}}{2} = 4 \pm \sqrt{15}$$

$$= x = \arctan(4 \pm \sqrt{15}) + 2\pi k$$

$$x \neq \arctan(4 \pm \sqrt{15}) + 2\pi k$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МОФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) &= \frac{\sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)}{\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)} = \\ &= \frac{\sin x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4} \cos x}{\cos x \cos \frac{3\pi}{4} + \sin x \sin \frac{3\pi}{4}}. \end{aligned}$$

$\sin \frac{3\pi}{4} = a \Rightarrow$
 $\Rightarrow \cos \frac{3\pi}{4} = -a$
($a \neq 0$)

$$\operatorname{tg}\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{-a \sin x - a \cos x}{-a \cos x + a \sin x} = \frac{-\sin x - \cos x}{-\cos x + \sin x} =$$

(при $\sin x + \cos x \neq 0$)

$$= \frac{\sin x + \cos x}{-\sin x + \cos x} = \frac{\sin^2 x + (\sin x + \cos x)^2}{-(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)}$$

$$= \frac{1 + 2 \sin x \cos x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1 + \sin 2x}{1 + \cos 2x}$$

Пусть $a = \sin 2x$, $b = \cos 2x$

когда $\sin 2x$ и $\cos 2x$ удовлетворяют уравнению $5a - b = 1 + a$

$$5 \cdot \frac{a}{b} - 1 = \frac{1+a}{b}$$

$$5a - b = 1 + a$$

$$\begin{aligned} a &= 2 \sin x \cos x & b &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ 1 &= \sin^2 x + \cos^2 x \end{aligned}$$

$$2 \sin x \cos x - \cos^2 x + \sin^2 x = -\sin^2 x - \cos^2 x - 2 \sin x \cos x$$

$$2 \sin x \cos x = 2 \sin^2 x$$

$$\begin{cases} \sin x \neq 0 & \cos x \neq 0 \rightarrow \text{не выполняются} \\ \sin x = 0 & \rightarrow \text{ОДЗ} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a, av, av^2 - члены нашей прогрессии -
(v не имеет ничего общего с v из условия)
рифмемой прогрессии. a - по условию целое.

Рациональные числа

1) v - целое

т.к. $av \in \mathbb{Z} \wedge a \in \mathbb{Z} \wedge a \neq 0 \Rightarrow v \in \mathbb{Q}$

Пусть $a: p$ $p \neq 2 \wedge p \neq 19$. Тогда т.к. $a, av, av^2 -$
 $\% p$ v должно содержать v в знаменателе p .

Пусть $v = \frac{q}{r}$ $\text{НОД}(q, r) = 1$ $q \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{N}$

т.к. $av \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{deg}_p(a) > \text{deg}_p(r)$ $av^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{deg}_p(a) > \text{deg}_p(r^2) =$

$\Rightarrow \text{deg}_p(a - av - av^2) = 3 \text{deg}_p(a) - 3 \text{deg}_p(r) > 0$ - противоречие

т.к. $2^{90} \cdot 19^{90} \% p$ ($p \neq 2 \wedge p \neq 19$) $\Rightarrow a = 2^t \cdot 19^p \neq 0$

$\Rightarrow q = 2^t \cdot 19^p$

Рассмотрим случаи: или $q \nmid 2$ и $r \nmid 2$

а) 1) $q \nmid 2$ тогда $r \nmid 2$ т.к. $\forall \text{НОД}(q, r) = 1$. Пусть $x = \text{deg}_2(a)$

$y = \text{deg}_2(q)$, $\text{deg}_2(a - av - av^2) = 3 \text{deg}_2(a) + 3 \text{deg}_2(q) =$

$= 3x + 3y = 90 \Rightarrow x + y = 30$ т.к. $x \in \{0, 1, \dots, 30\}$ возможны

и $y \in \{0, 1, \dots, 30\}$ возможны 31 возможных пар

(x, y) - пар

2) $r \nmid 2$ тогда $q \nmid 2$. Пусть $x = \text{deg}_2(a)$ $y = \text{deg}_2(r)$

т.к. $\begin{cases} av \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \geq y \Leftrightarrow x \geq 2y \\ av^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \geq 2y \end{cases}$

$\text{deg}_2(a - av - av^2) = 3x - 3y = 90 \Rightarrow x - y = 30$

т.к. $x \geq 2y$ $x - y \geq y \Rightarrow 30 \geq y$

Получаем, что $y \in \{1, 2, \dots, 29, 30\}$. Для каждого

y - найдется $x = 30 + y \Rightarrow$ Получаем 30 возможных пар.

или также можн. случай $q \nmid 19$ и $r \nmid 19$

б) 1) $q \nmid 19$ тогда $r \nmid 19$. Пусть $x = \text{deg}_{19}(a)$ $y = \text{deg}_{19}(q)$
 $\text{deg}_{19}(a - av - av^2) = 3x - 3y$

Абсолютно точно аналогичные получаем, что y мож

иметь 31 случаев когда $q \nmid 19$ и $r \nmid 19$ или $q \nmid 19$ и $r \nmid 19$

и 30 случаев, когда $q \nmid 19$ и $r \nmid 19$ (кратно во всем

кратны разнесенных кратно 2 значением на 19)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Итого получаем: $(31+30)(31+30) = 61^2$ способов
разместить на множестве 2×19 между a, b и c
можно 61^2 пар a и b — есть 61^2 пар
наименьших чисел (a, ab, ab^2) . Каждой
такой тройке так можно сопоставить
тройку $(-a, ab, -ab^2)$ и наоборот. \Rightarrow

Всего наименьших чисел тройки будет $2 \cdot 61^2$
будет $2 \cdot 61^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\ln^2(x+3) - (x+2) \ln(3x+9) + \ln(3) \cdot \ln(x+3)$
при $x=6$ $a=x+3$, тогда выражение переписывается
как:

$$\begin{aligned} & \ln^2 a - (a-1) (\ln 3 + \ln a) + \ln 3 \cdot \ln a = \\ & = \ln^2 a - a \ln 3 - a \ln a + \ln 3 \cdot \ln a + (\ln 3 + \ln a) = \\ & = \ln a (\ln a - a) + \ln 3 (\ln a - a) + (\ln 3 + \ln a) = \\ & = (\ln a - a) (\ln a + \ln 3) + (\ln 3 + \ln a) = \\ & = (\ln a + \ln 3) (\ln a - a + 1) \quad \text{при } a > 0 \end{aligned}$$

$\ln a + \ln 3 = 0$ $\ln a$ - монотонная ф-ция $\ln 3$ - const
 $\Rightarrow \ln a + \ln 3$ - монотонна \Rightarrow есть не более одной
корни. Он достигается, подставляем $a = \frac{1}{3}$

$$\ln a - a + 1 = 0 \quad \ln a \neq a - 1$$

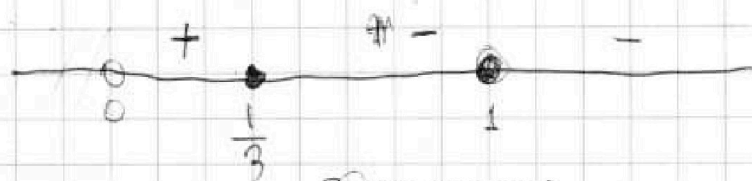
$$(\ln a)' = \frac{1}{a} - (\ln 1)' = 1 \Rightarrow \text{касательная}$$

к $\ln a$ в точке $(1, \ln a) = (1, 0)$ имеет уг-
ловой коэффициент 1. Но $a-1$ проходит через $(1, 0)$
и имеет угловой коэф. 1 $\Rightarrow a-1$ - касательная

$$\text{к } \ln a \quad (\ln a)'' = -a^{-2} < 0 \quad (\text{при } a > 0) \Rightarrow \text{выпуклая}$$

\Rightarrow касательная больше не пересечет $\ln a$
иными словами $\ln a = a - 1$ имеет ровно одну
корень, $a = 1$

Вспомогательная меморандум интервалов



Роль знака!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Получаем $\begin{cases} 0 < \alpha \leq \frac{1}{3} \\ \alpha = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x \leq -2\frac{2}{3} \\ x = -2 \end{cases}$

Ответ: $x \in (-3; -2\frac{2}{3}] \cup \{-2\}$

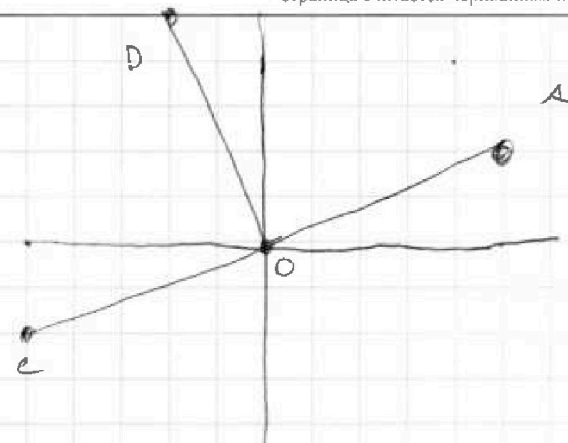
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть A, C - точки квадрата

лежащие на одной прямой прямой $x = \frac{2x}{5}$

A, C - симметричны относительно центра квадрата $\Rightarrow A = (5x_0, 2y_0)$ $C = (-5x_0, -2y_0)$

$$y_0 \neq 2y_0 = \frac{2 \cdot 5x_0}{5} \Rightarrow y_0 = x_0$$

$DO \perp CA \Rightarrow DO \in$ прямой $D = (-2x_0, 5x_0)$

$$\text{т.к. } A \in \frac{x^3}{9} + ax \Rightarrow \begin{cases} \frac{125x_0^3}{9} + a \cdot 5x_0 = 2x_0 \\ -\frac{8x_0^3}{9} + a \cdot 2x_0 = 5x_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{250x_0^3}{9} + 10ax_0 = 4x_0 (*) \\ -\frac{40x_0^3}{9} - 10ax_0 = 25x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{210x_0^3}{9} = 29x_0$$

(x_0 - очевидно не равно 0)

$$210x_0^2 = 29 \cdot 9$$

$$x_0 = \frac{2 + \sqrt{29 \cdot 9}}{210}$$

подставим в (*)

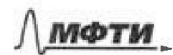
$$\frac{250 \cdot \frac{29 \cdot 9}{210} x_0}{9} + 10ax_0 = 4x_0 \Rightarrow \frac{25 \cdot 29}{24} + 10a = 4$$

$$a = \frac{4}{10} - \frac{25 \cdot 29}{240}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$D \in b$ $AD = AD$ по т. Пифагора

$$S = AD^2 = (5x_0 + 2x_0)^2 + (2x_0 - 5x_0)^2 = (4x_0)^2 + (3x_0)^2 =$$
$$= 49x_0^2 + 9x_0^2 = 58x_0^2 = 58 \cdot \frac{29.4}{210}$$

Ответ: $\alpha = \frac{4}{10} = \frac{25.28}{210}$

$$S = 58 \cdot \frac{29.4}{210}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} \quad (\text{м.к. } \beta < \frac{\pi}{2}) = \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \alpha}{121}} =$$

$$\frac{AF}{FB} = \frac{\sqrt{121 - \cos^2 \alpha}}{11}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha} \quad (\text{м.к. } \alpha < \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{AF}{FB} = 1 + 11 \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{121 - \cos^2 \alpha}}{\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha}} = \frac{\sqrt{121 - \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}}{\sqrt{1 - \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}}$$

~~НУЛЬ~~

~~НЕ~~

$$\text{м.к. } \frac{AF}{FB} = \frac{1}{\cos 2\alpha}$$

$$\frac{242 - 1 - \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \frac{1}{\cos^3 2\alpha} \quad (\text{мы нашли косинус})$$

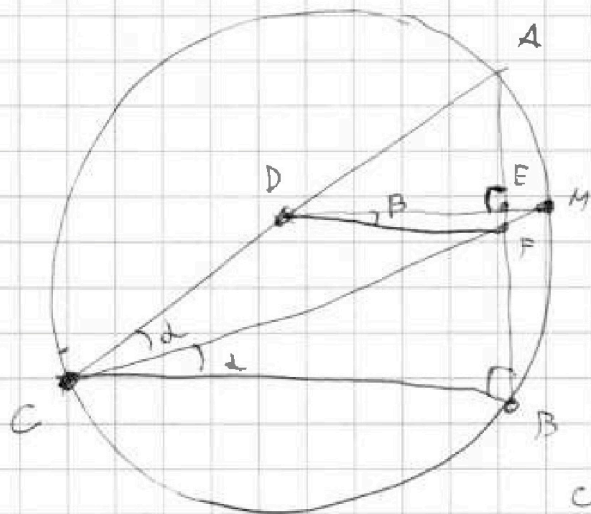
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) $\widehat{ACB} \in M = \widehat{ACB}$

M - середина дуги AB

лине содержащей точку C.
(т.к. $\angle FCB = \angle FCA \Rightarrow$ дуги на равные дуги)

2) $ME \perp AM = BM$ (хорды

стягивающие равные

дуги. $\Rightarrow ME$ - медиана в равнобедренном треугольнике \Rightarrow высота $\Rightarrow ME \perp AB \Rightarrow ED \perp AB$

$\Rightarrow CB \perp AB$ (т.к. $DE \parallel CB$ т.к. DE - средняя линия) $\Rightarrow \angle B = 90^\circ$

$CF = 2x$ $DF = 11x$

3) $\angle FCB = \alpha$ $\angle FDE = \beta$ $\cos \alpha = \frac{CB}{CF} = \frac{CB}{2x}$

$\cos \beta = \frac{DE}{DF} = \frac{\frac{CB}{2}}{11x} = \frac{CB}{22x} \Rightarrow \cos \beta = \frac{\cos \alpha}{11}$

$BF = CF \cdot \sin \alpha = 2x \sin \alpha$; $EF = DF \cdot \sin \beta =$

$= 11x \cdot \sin \beta$

$\frac{AF}{FB} = \frac{AE + EF}{FB} = \frac{BE + EF}{FB} = \frac{FB + 2EF}{FB} = 1 + 2 \cdot \frac{EF}{FB}$

$= 1 + 2 \cdot \frac{11x \sin \beta}{2x \sin \alpha} = 1 + \frac{11 \sin \beta}{\sin \alpha}$

с другой стороны $\frac{AF}{FB} = \frac{CA}{CB} = \frac{1}{\cos 2\alpha}$ (по т. опис.)

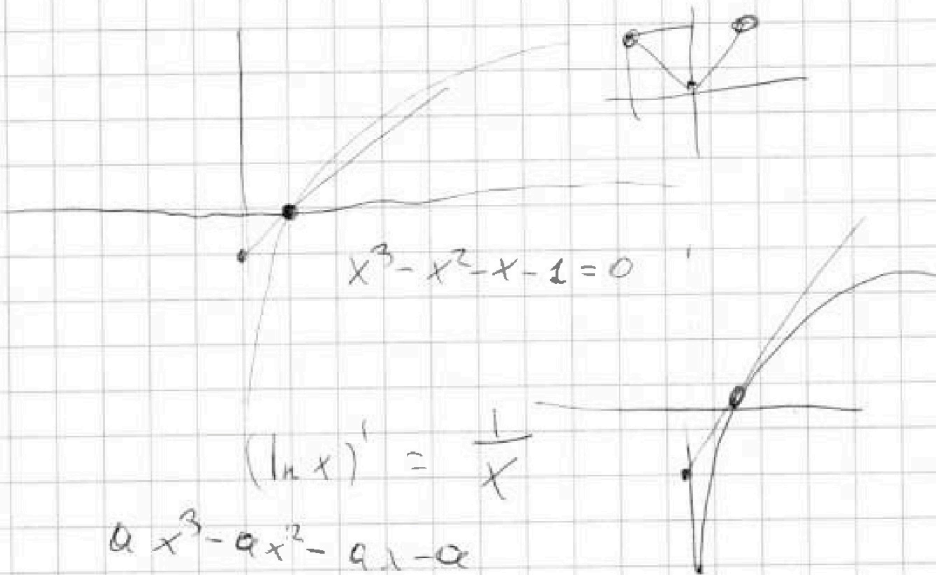
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \sin x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4} \cos x =$$

$$7) \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \cos x \cos \frac{3\pi}{4} + \sin x \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$= \frac{\operatorname{tg} x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4}}{\cos \frac{3\pi}{4} + \operatorname{tg} x \sin \frac{3\pi}{4}}$$

$$2 \operatorname{tg}^2 x \sin \frac{3\pi}{4} = \left(\operatorname{tg} x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4} \right) (1 - \operatorname{tg}^2 x)$$

$$\sin \frac{3\pi}{4} = a \quad \cos \frac{3\pi}{4} = -a$$

$$2a \operatorname{tg}^2 x = -(a \operatorname{tg} x + a) (1 - \operatorname{tg}^2 x) =$$

$$= -(a \operatorname{tg} x - a \operatorname{tg}^3 x + a - a \operatorname{tg}^2 x)$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x +$$

$$a \operatorname{tg}^3 x = -a \operatorname{tg}^2 x - a \operatorname{tg} x - a$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 \ln^2(x+3) - (x+3)(\ln 3 + \ln(x+3)) + \ln(3) \ln(x+3)$$

$$a \quad ab \quad ab^2 \quad \ln a = a - 1$$

$$e^{a-1} = a$$

$$a^3 b^3 = 2^{90} \cdot 19^{90}$$

$$\frac{3 \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2 \sin x + \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$a = 2^{90} \quad b = 2^{-110}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$1) \quad pa; \quad pb$$

$$\ln(a) + \ln 3 = 0$$

$$3pa + 3pb = 90$$

$$pa + pb = 30 \rightarrow 30 \text{ вариантов}$$

$$2) \quad pa;$$

$$\frac{1}{x} x^{-1} - x^{-2}$$

$$pa - pb \geq 0$$

$$pa - 2pb \geq 0$$

$$3pa - 3pb = 90$$

$$pa - pb = 30$$

$$x^2 \ln^2 a - a \ln 3 - a \ln a + \ln 3 \cdot \ln a$$

$$\ln a (\ln a - a) + \ln 3 (\ln a - a) =$$

$$= (\ln a - a) (\ln a + \ln 3) \geq 0$$

$$\ln^2(a) - (a-1)(\ln 3 + \ln a) + \ln 3 \cdot \ln a$$

$$\ln^2(a) - a \ln 3 + \ln 3 - a \ln a - a \ln a + \ln 3 \cdot \ln a$$

$$\begin{aligned} & \frac{2a}{(1-a)(1+a)} = \frac{a+1}{-a+1} \\ & \frac{2a}{(1-a)(1+a)} = \frac{a+1}{-a+1} \\ & 2a = (a+1)^2 \\ & 2a = a^2 + 2a + 1 \\ & a^2 = -1 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$20.5 \sin x \cos x =$$

$$50 - \theta = -1 - \theta$$

$$50 \frac{\theta}{1 + \theta} = 1 - \theta$$

\sin^2

$$\frac{-a \sin x - a \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{-a \cos x + a \sin x}{\cos x - \sin x}$$

$$\frac{10 \sin x}{x \cos x} = \frac{1 - \frac{1}{2} x^2}{x \cos x} = \frac{\sin x \cos \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \sin x \sin \frac{\pi}{3}}{\sin x \cos \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \sin x \sin \frac{\pi}{3}}$$

$$9 \cdot 9 \cdot 9$$

$$x^2 = (2-x)(x+1) = -1$$

$$x^2 = (1+x+x^2) + (2+x)(x+1) = 13$$

$$x^3 - x^2 - x - 1 = 0$$



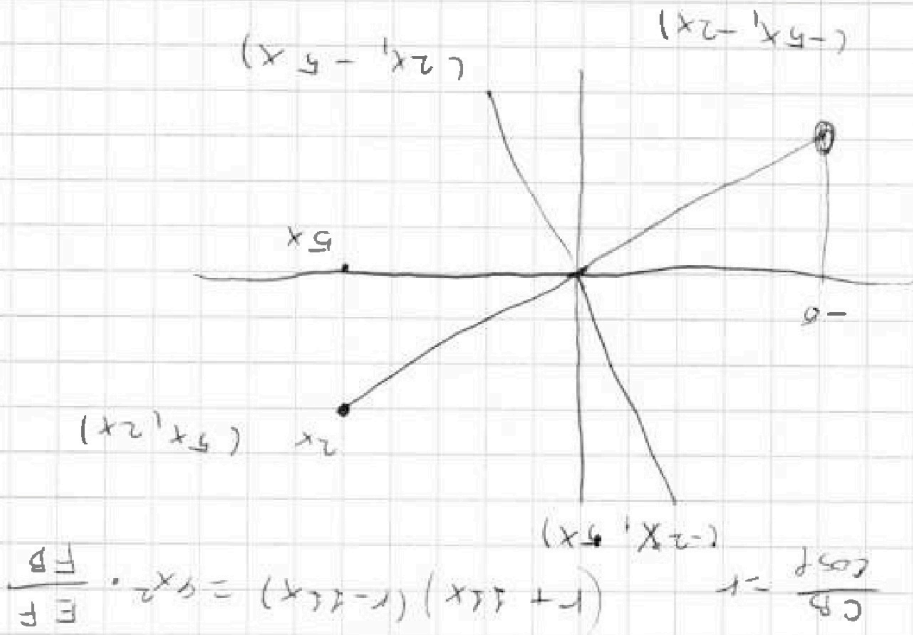
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$A \cdot \frac{4x^2}{FB} = \frac{AF \cdot FB}{FB} = AF \cdot FB$$

$$\frac{AF}{MF} = \frac{FC}{MF} = \frac{AF \cdot FB}{EF} = \frac{FB}{EF} \cdot 2x$$

$$x^3 + (121 \cdot 2 - 1)x^2 + x + 1 = 0 \quad \frac{119x^3}{6} = 2x$$

$$-x^3 + (121 \cdot 2 - 1)x^2 + x - 1 = 0 \quad \frac{125x^3}{6} + 9x = 2x$$

$$(12102 - 1 - x)x^2 = (1 - x)$$

$$\frac{8x^3}{6} + 9x = -5x$$

$$\frac{12102 - 1 - \cos 2\alpha}{1} = \frac{2 - 1 - \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



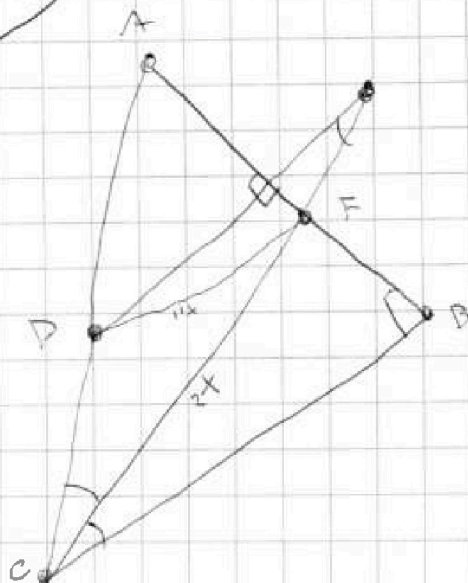
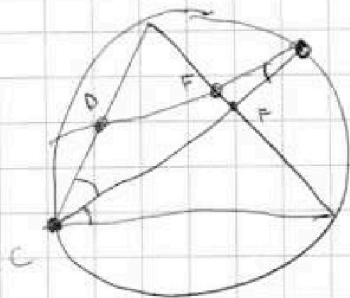
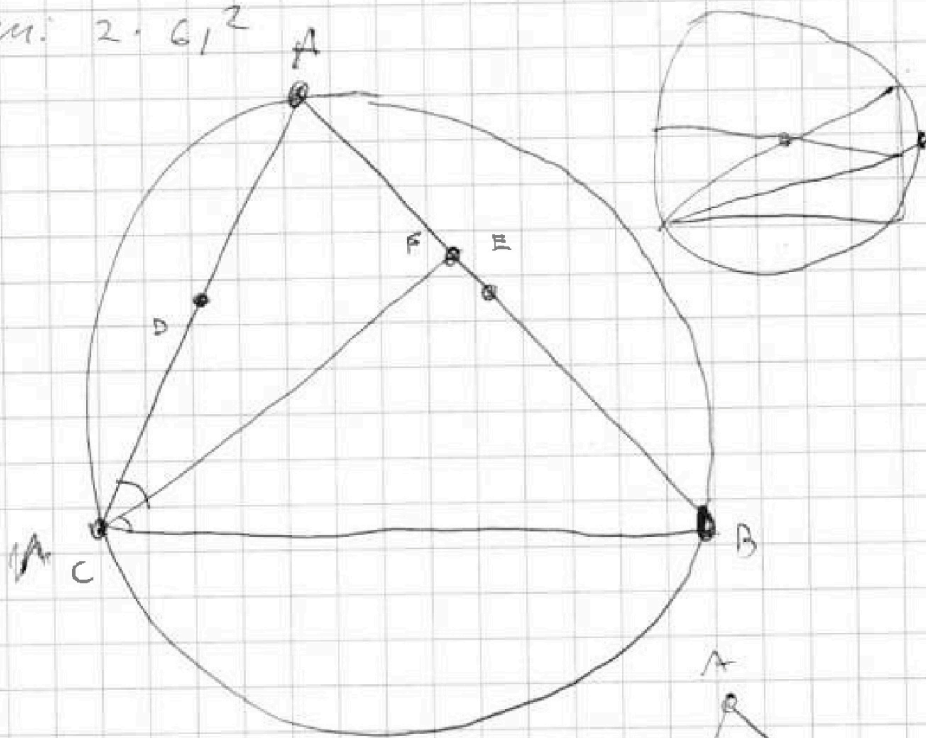
Чтою крестиком ?

$$30 \cdot 30 = 31 + 30 + 30, (31 + 30)(31 + 30) = 61^2 \text{ см}^2$$

тупые катетальные углы $(a, a\sqrt{3}, a\sqrt{3})$ тупые,
что $a \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = 2 \cdot 90 \cdot 180$, но в задании стороны
больше про крайние углы тупые углы. Поэтому
используем ответ $2 \cdot 61^2$ т.е. каждой стороне

$(a, a\sqrt{3}, a\sqrt{3})$ соответствующая сторона $(-a, a\sqrt{3}, -a\sqrt{3})$

Ответ: $2 \cdot 61^2$



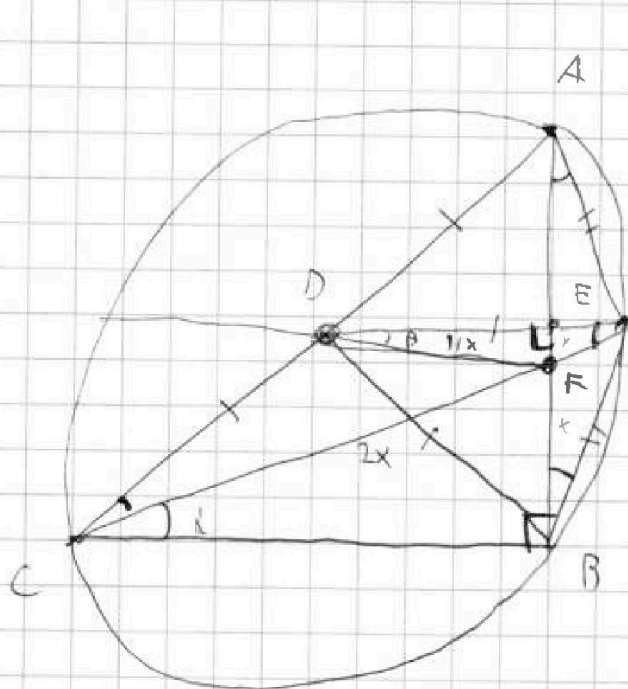
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \sin \beta &= \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \\ &= \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{121}} = \\ &= \frac{\sqrt{121 - \cos^2 \alpha}}{11} \end{aligned}$$

$$\cos \beta = \frac{\cos \alpha}{11}$$

$$\frac{1}{\cos \beta} = \frac{CB}{22x} = \cos \alpha$$

$$\frac{1}{\cos 2\alpha}$$

$$\begin{aligned} BF &= CB \cdot \operatorname{tg} \alpha \\ &= 2x \cdot \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\frac{CB}{2x} = \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} FE &= \frac{CB}{2} \cdot \operatorname{tg} \beta \\ &= 11x \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

$$1 + 2 \frac{y}{x} = \frac{1}{\cos 2\alpha}$$

$$2 \cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\frac{x}{x+y} = \frac{x}{x+2y} = \frac{CB}{CA} = \cos 2\alpha$$

$$x = 2x \cdot \sin \alpha$$

$$1 + \frac{\sqrt{121 - \cos^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} = \frac{1}{2 \cos^2 \alpha - 1}$$

$$y = 11x \cdot \sin \beta$$

$$1 + 2 \frac{y}{x} = 1 + 2 \left(\frac{11}{2} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right)$$